වටැයීම සහ විද්‍යාත්මක අංකනය 01

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සංඛ්‍යා ලිවීමේ සහ කියවීමේ පහසු ක්‍රම අවබෝධ කර ගැනීම
- සංඛ්‍යාවක් සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් දී ඇති විට විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලිවීම
- විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වෙන සංඛ්‍යාවක් සාමාන්‍ය සංඛ්‍යාවක් ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කිරීම
- සංඛ්‍යාවක් දෙන ලද දහයේ බලයකට වටැයීම
- දශම සංඛ්‍යා වටැයීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

1.1 විද්‍යාත්මක අංකනය

ලෝක උරුමයක් වන සිංහරාජ වනපෙතේ දසුනක රූපයක් මෙහි දක්වේ. සිංහරාජ වනයේ විශාලත්වය එහි සඳහන් කර ඇත්තේ 9.3×10^3 ha යනුවෙනි.

සිංහරාජ වනාන්තරය.
භූමි ප්‍රමාණය 9.3×10^3ha

සිංහරාජ වනාන්තරයේ සාමාන්‍ය භූමි ප්‍රමාණය හෙක්ටාර 9 300 කි.

9 300 සංඛ්‍යාව 930×10 ලෙස හෝ
93×100 ලෙස හෝ
$9.3 \times 1\,000$ ලෙස හෝ ලිවිය

හැකි බව අපි දනිමු.

$9.3 \times 1\,000$ සලකමු. එය 9.3×10^3 ලෙස ලිවිය හැකි ය. එම භූමි ප්‍රමාණය 9.3×10^3 යන ආකාරයට ලියා දක් වූ විට එම සංඛ්‍යාව පහසුවෙන් නිරූපණය කළ හැකි බව පෙනේ.

$$\underbrace{9.3}_{\text{එකත් දහයත් අතර සංඛ්‍යාව}} \times \underbrace{10^3}_{\text{දහයේ බලය}}$$

පෘථිවියේ ස්කන්ධය 6.0×10^{24} kg ප්‍රමාණ වේ.

මෙසේ 1 හෝ 1 ත් 10 ත් අතර සංඛ්‍යාවක හා දහයේ බලයක ගුණිතයක් ලෙස, සංඛ්‍යාවක් දක්වීම, සංඛ්‍යාවක් විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වීම ලෙස හැඳින් වේ.

මෙම අංකනය $P = a \times 10^n$ මගින් පොදුවේ දක්විය හැකි ය.
මෙහි $1 \leq a < 10$, වන අතර $n \in Z$ වේ.

මේ අනුව 9 300 යන සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක් වූ විට 9.3×10^3 වේ.

නිදසුන 1

725 000 විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන්න. 725 000

$= 7.25 \times 100\,000$

$= \underline{\underline{7.25 \times 10^{5}}}$

නිදසුන 2

25.3 විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන්න. 25.3

$= 2.53 \times 10$

$= \underline{\underline{2.53 \times 10^{1}}}$

අභ්‍යාසය 1.1

(1) පළමු තීරයේ දැක්වෙන සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකන ක්‍රමයෙන් දැක්වීමට පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

	සංඛ්‍යාව සාමාන්‍ය ආකාරයට	1 හෝ 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක හා දහයේ බලයක් වන සංඛ්‍යාවක ගුණිතයක් ලෙස	සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන්
(i)	9 300	$9.3 \times 1\,000$	$9.3 \times \ldots.$
(ii)	500	5.0×100	$5.0 \times \ldots.$
(iii)	32 000	. . . .	. . . .
(iv)	30 500	$3.05 \times 10\,000$	. . . .
(v)	7 250	. . . .	. . . .
(vi)	1 000 000	. . . .	. . . .
(vii)	7854.63	. . . .	. . . .

(2) පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන්න.

(i) 6 000 (ii) 72 000 (iii) 12 500 (iv) 33 300 (v) 275 000
(vi) 549.28 (vii) 10 000 (viii) 21 (ix) 111 (x) 3 333

(3) හයසිය දහස යන සංඛ්‍යාව
(i) ඉලක්කමෙන් (ii) විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන්න.

(4) ශ්‍රී ලංකාවේ භූමි ප්‍රමාණය වර්ගකිලෝමීටර් 65 610ක් පමණ වේ. මෙම සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන්න.

(5) එක් ශිෂ්‍යයෙකුට මාසයක පරිභෝජනය සඳහා සහල් 12 kgක් අවශ්‍යවේ නම් සිසුන් 200ක් සිටින නේවාසිකාගාරයකට මාසයකට අවශ්‍ය සහල් ප්‍රමාණය කොපමණ ද? එම සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන්න.

(6) තේ අපනයනය කිරීම සඳහා ශ්‍රී ලංකාව දිනකට නිපදවනු ලබන තේ ප්‍රමාණය කිලෝග්‍රෑම් 810 000 කි. මෙම සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන්න.

1.235 යන සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක්වීමට ඔබට හැකි ද?

1.2 10ට අඩු සංඛ්‍යාවක් විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලිවීම

පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා දහයේ බලවලින් ලියා ඇති ආකාරය නිරීක්ෂණය කරන්න.

$$1000 = 10^{3}$$
$$100 = 10^{2}$$
$$10 = 10^{1}$$
$$1 = 10^{0}$$
$$0.1 = \frac{1}{10} = 10^{-1}$$
$$0.01 = \frac{1}{100} = 10^{-2}$$

ආදි වශයෙන් දශම සංඛ්‍යා සඳහා සෘණ දර්ශක සහිත බල ලැබේ. දහයේ බලවල දර්ශක රටා අනුව $0.1 = 10^{-1}$, $0.01 = 10^{-2}$ ලැබේ.

නිදසුන 3

0.5 විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වන්න.

$$0.5 = \frac{5}{10} = 5 \times \frac{1}{10} = \underline{\underline{5.0 \times 10^{-1}}}$$

නිදසුන 5

0.72 විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වන්න.

$$0.72 = \frac{72}{100} = \frac{7.2}{10} = 7.2 \times \frac{1}{10} = \underline{\underline{7.2 \times 10^{-1}}}$$

නිදසුන 4

0.05 විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන්න.

$$0.05 = \frac{5}{100} = 5.0 \times \frac{1}{100} = \underline{\underline{5.0 \times 10^{-2}}}$$

අභ්‍යාසය 1.2

(1) පහත වගුවේ පළමු තීරයේ දැක්වෙන දශම සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක්වීම සඳහා වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

	දශම සංඛ්‍යාව සාමාන්‍ය ආකාරයට	1 හෝ 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක හා දහයේ බලයක් වන සංඛ්‍යාවක ගුණිතයක් ලෙස	දශම සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන්
(i)	0.3	$\frac{3}{10} = 3 \times \frac{1}{10^1}$	$3.0 \times \ldots\ldots$
(ii)	0.7	....	....
(iii)	0.27	$\frac{27}{100} = 2.7 \times \frac{1}{10^1}$	....
(iv)	0.35	....	....
(v)	0.02	$\frac{2}{100} = 2.0 \times \frac{1}{10^2}$	....
(vi)	0.04	....	....

(2) පහත සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන්න.
(i) 0.9 (ii) 0.25 (iii) 0.08 (iv) 0.032 (v) 0.00021

1.3 විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක්වෙන සංඛ්‍යා සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් ලිවීම

විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන ලද සංඛ්‍යාවක් සාමාන්‍ය ආකාරයට හැරවීමේ දී 1 හෝ 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාව, දහයේ බලයට අනුරූප දහයේ ගුණාකාරයෙන් ගුණ කරනු ලැබේ.

නිදසුන 6

1.2×10^3 සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් ලියන්න.

1.2×10^3
$= 1.2 \times 1000$
$= 1\,200.0$
$= \underline{\underline{1\,200}}$

නිදසුන 7

3.05×10^5 සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් ලියන්න.

3.05×10^5
$= 3.05 \times 100\,000$
$= 305\,000.00$
$= \underline{\underline{305\,000}}$

නිදසුන 8

2.0×10^{-2} සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් ලියන්න.

2.0×10^{-2}
$= 2.0 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$
$= \underline{\underline{0.02}}$

නිදසුන 9

5.342×10^2 සාමාන්‍යය අකාරයෙන් ලියන්න.

5.342×10^2
$= 5.342 \times 100$
$= \underline{\underline{534.2}}$

"**ආලෝක වර්ෂයක්** යනු ආලෝකය වර්ෂයක් තුළ දී ගමන් කරන දුර ප්‍රමාණය වේ."

ආලෝක වර්ෂය $= 9.5 \times 10^{12}$ km
$9.5 \times 10^{12} = 9\,500\,000\,000\,000$ වේ.

අභ්‍යාසය 1.3

(1) පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් ලියන්න.
(i) 2.0×10^2 (ii) 7.0×10^4 (iii) 5.2×10^3 (iv) 7.5×10^4
(v) 8.3×10^5 (vi) 7.25×10^3 (vii) 8.321×10^2

(2) සූර්යයාට වඩාත් සමීප ග්‍රහලෝකය වන බුධ ග්‍රහයාගේ විෂ්කම්භය 5×10^3km වේ. එය සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් ලියන්න.

(3) 5.2×10^{-1} සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් ලියන්න.

(4) 7.25×10^3 සහ 2.7×10^4 යන සංඛ්‍යාවලින් විශාල සංඛ්‍යාව සොයන්න. ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

ක්‍රියාකාරකම 1

පොත් පත් ඇසුරින් විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන ලද සංඛ්‍යාමය තොරතුරු 5 ක් සොයන්න. ඒවා සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

1.4 සංඛ්‍යා වටැයීම

කුරුණෑගල ප්‍රදේශයේ සිට කොළඹට අධ්‍යාපන චාරිකාවක් යාමට සූදනම් වූ පාසල් දරුවෙකු තම මව සමඟ කළ කථාබහක කොටසක් මෙහි දැක් වේ.

මෙහි දී මව විසින් ප්‍රකාශ කරන ලද කිලෝමීටර් 200 සහ රුපියල් 300 යන සංඛ්‍යාත්මක අගයයන් දෙක ආසන්න අගයයන් මිස හරිතම අගයයන් නොවේ.

කුරුණෑගල සිට කොළඹට ගොස් ආපසු ඒමට ඇති දුර 93 km + 93 km = 186 km වන බැවින් ඇය ප්‍රකාශ කළ දුර ප්‍රමාණය ආසන්න සාධාරණ අගයකි. වියදම සඳහා ප්‍රකාශිත රුපියල් 300 යන අගය ද ආසන්න සාධාරණ අගයක් විය හැකි ය.

එදිනෙදා ව්‍යවහාරයේ දී බොහෝ විට අප විසින් ප්‍රකාශ කරන සංඛ්‍යාත්මක අගයන් මෙවැනි සාධාරණ ආසන්න අගයයන් වේ.

සංඛ්‍යාවකට ආසන්න අගයක් තෝරා ගැනීමේ දී ඒ ඒ අවස්ථාවට ගැළපෙන සේ 10යේ ගුණාකාරයක් ලෙස ගැනීමෙන් සන්නිවේදන කටයුතු පහසු වේ.

සංඛ්‍යාවක් කිසියම් නීතියක් අනුව ආසන්න අගයකින් දැක්වීම වටැයීම යනුවෙන් හැඳින්වේ.

1.5 ආසන්න 10ට වටැයීම

සංඛ්‍යා ආසන්න 10ට වටැයීම පහත වගුවේ දක්වා ඇත. මෙහි දී සංඛ්‍යාවක එකස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ ඊට වැඩි ද නැතහොත් 5ට අඩු ද යන්න සැලකිල්ලට ගනු ලැබේ.

සංඛ්‍යාව	සංඛ්‍යාවට ආසන්න පහළ 10යේ ගුණාකාරය	සංඛ්‍යාවට ආසන්න ඉහළ 10යේ ගුණාකාරය	වටැයීමට හේතු දැක්වීම	වටැයීමෙන් ලැබෙන අගය
24	20	30	24 හි එකස්ථානයේ ඉලක්කම වන 4, 5ට අඩු නිසා පහළ10යේ ගුණාකාරයට වටැයීම	20
76	70	80	76 හි එකස්ථානයේ 6, 5 ට වැඩි නිසා ඉහළ 10යේ ගුණාකාරයට වටැයීම	80
195	190	200	එකස්ථානයේ ඉලක්කම 5 නිසා ඉහළ 10යේ ගුණාකාරයට වටැයීම	200
3 152	3 150	3 160	එකස්ථානයේ ඉලක්කම 2, 5 ට අඩු නිසා පහළ 10 යේ ගුණාකාරයට වටැයීම	3 150

මේ අනුව (i) 24 ⟶ 20 ට ද (ii) 76 ⟶ 80 ට ද
(iii) 195 ⟶ 200 ට ද (iv) 3152 ⟶ 3 150 ට ද වටයනු ලැබේ.

සංඛ්‍යාවක් 10ට වටැයීමේ පියවර

(i) සංඛ්‍යාවේ එකස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ ඊට වැඩි දැයි පරීක්ෂා කිරීම.

(ii) අදාළ සංඛ්‍යාවට ආසන්න පහළ 10 ගුණාකාරය සහ ආසන්න ඉහළ දහයේ ගුණාකාරය හඳුනා ගැනීම.

(iii) එකස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ ඊට වැඩි නම් ඉහළ 10 යේ ගුණාකාරයට ද 5ට අඩු නම් පහළ 10යේ ගුණාකාරයට ද වටැයීම.

අභ්‍යාසය 1.4

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාව ආසන්න 10ට වටයන්න.
(i) 28 (ii) 73 (iii) 61 (iv) 99 (v) 8

(2) පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා ආසන්න 10ට වටයන්න.
(i) 127 (ii) 355 (iii) 805 (iv) 4 003 (v) 5 008

(3) ශ්‍රී පාද කන්දේ උස 2 243 m කි. මෙය ආසන්න මීටර 10ට වටයන්න.

(4) මල්වතු ඔයේ දිග 164 km වේ. එය ආසන්න කිලෝමීටර 10ට වටයන්න.

(5) වෙළෙඳ සලකින් එළවළු මිල දී ගැනීමට වැය වූ මුදල රුපියල් 347 කි. මෙම වියදම ආසන්න රුපියල් 10ට වටයන්න.

1.6 සංඛ්‍යා ආසන්න 100ට වටැයීම

සංඛ්‍යාවක් ආසන්න 100ට වටැයීමේ දී එහි දහයස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ 5ට වැඩි ද, 5ට අඩු ද යන්න සැලකිල්ලට ගනු ලැබේ.
පහත වගුව පරීක්‍ෂා කර බලන්න.

සංඛ්‍යාව	සංඛ්‍යාවට ආසන්න පහළ 100යේ ගුණාකරය	සංඛ්‍යාවට ආසන්න ඉහළ100යේ ගුණාකරය	වටැයීමට හේතු දක්වීම	වටැයීමෙන් ලැබෙන අගය
182	100	200	දහයස්ථානයේ ඉලක්කම 8 බැවින් ඉහළ100යේ ගුණාකාරයට වටැයීම	200
552	500	600	දහයස්ථානයේ ඉලක්කම 5 බැවින් ඉහළ 100යේ ගුණාකාරයට වටැයීම	600
1239	1200	1300	දහයස්ථානයේ ඉලක්කම 3 බැවින් පහළ 100 ගුණාකාරයට වටැයීම	1200

මේ අනුව,182 ⟶ 200 ට ද, 552 ⟶ 600 ට ද, 1239 ⟶ 1200 ට ද වටයනු ලැබේ.

1.7 සංඛ්‍යා ආසන්න 1000ට වටැයීම

සංඛ්‍යාවක් ආසන්න 1000ට වටැයීමේ දී එහි සියස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ ඊට වැඩි ද 5ට අඩු ද යන්න සැලකිල්ලට ගනු ලැබේ.

නිදසුන 10

	සංඛ්‍යාව	වටැයීමෙන් ලැබෙන අගය	හේතුව
(i)	2 439	2 000	සියස්ථානයේ ඉලක්කම 4 බැවින් පහළ1000 ගුණාකාරයට වටැයීම
(ii)	7 621	8 000	සියස්ථානයේ ඉලක්කම 6 බැවින් ඉහළ 1000 ගුණාකාරයට වටැයීම
(iii)	12 300	12 000	සියස්ථානයේ ඉලක්කම 3 බැවින් පහළ 1 000 ගුණාකාරයට වටැයීම

නිදසුන 11

7 358 (i) ආසන්න 10ට
(ii) ආසන්න 100ට
(iii) ආසන්න 1 000ට වටයන්න

7 358 ⟶ 7 360 (ආසන්න 10ට)
7 358 ⟶ 7 400 (ආසන්න 100ට)
7 358 ⟶ 7 000 (ආසන්න 1 000ට)

ක්‍රියාකාරකම 2

සංඛ්‍යාවක් ආසන්න 10ට ත්, 100ට ත් සහ 1000ට ත් වටැයූ විට ලැබෙන අගය 10 000 නම් එම සංඛ්‍යාව විය හැකි අගය කුලකය ලියන්න.

අභ්‍යාසය 1.5

(1) පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා ආසන්න 100ට වටයන්න

(i) 97 (ii) 132 (iii) 1 750 (iv) 5 280 (v) 2 999

(2) පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා ආසන්න 1000 ට වටයන්න

(i) 1999 (ii) 5 280 (iii) 7 199 (iv) 6 666 (v) 15 520

(3) 1 827 (i) ආසන්න 10ට වටයන්න
(ii) ආසන්න 100ට වටයන්න

(4) 37 295 (i) ආසන්න 10ට (ii) ආසන්න 100ට
(iii) ආසන්න 1 000ට වටයන්න

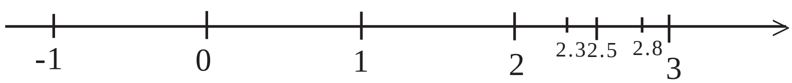
(5) කොළඹ සිට යාපනයට දුර 396 kmකි. එය ආසන්න කිලෝමීටර 100ට වටයන්න.

(6) අනුරාධපුර සිට යාලට ඇති දුර 401 kmකි. එය ආසන්න කිලෝමීටර 100ට වටයන්න

(7) උඩවලව වනෝද්‍යානයේ භූමි ප්‍රමාණය 30 821 ha කි. එය ආසන්න හෙක්ටාර 1000ට වටයන්න.

1.8 දශම සංඛ්‍යා ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවලට වටැයීම

2.3, 2.5, 2.8 යන සංඛ්‍යා ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවලට වටයමු.
සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත මෙම සංඛ්‍යා පිහිටි ස්ථාන පරීක්ෂා කරන්න.



සංඛ්‍යාව	පිහිටීම	වටයනු ලබන ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාව
2.3	වඩාත් ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාව 2 ය.	2
2.5	2ටත් 3ටත් සමදුරින් පිහිටයි. (5 නිසා ඉහළ සංඛ්‍යාවට වටයනු ලැබේ)	3
2.8	ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාව 3 ය	3

1.9 දශම සංඛ්‍යාවක් නියම කරනු ලබන දශමස්ථානයකට වටැයීම

නිදසුන 12

5.37 පළමු දශමස්ථානට වටයන්න.

5.37 ⟶ $\underline{\underline{5.4}}$

දෙවන දශමස්ථානයේ ඉලක්කම වන 7, 5ට වැඩි නිසා පළමු දශමස්ථානයට 1ක් එකතු කරනු ලැබේ.

නිදසුන 13

4.351 දෙවන දශමස්ථානයට වටයන්න.

4.351 $\longrightarrow$ $\underline{\underline{4.35}}$

[තුන්වන දශමස්ථානයේ ඉලක්කම 5ට අඩු නිසා දෙවන දශමස්ථානයට 1 ක් එකතු නොකෙරේ.]

නිදසුන 14

2.537 (i) පළමු දශමස්ථානයට
(ii) දෙවන දශමස්ථානයට
(iii) පූර්ණ සංඛ්‍යාවට වටයන්න.

(i) 2.537 $\longrightarrow$ $\underline{\underline{2.5}}$
(පළමු දශමස්ථානයට)

(ii) 2.537 $\longrightarrow$ $\underline{\underline{2.54}}$
(දෙවන දශමස්ථානයට)

(iii) 2.537 $\longrightarrow$ $\underline{\underline{3}}$
(පූර්ණ සංඛ්‍යාවට)

අභ්‍යාසය 1.6

(1) 3.76 (i) ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට
(ii) ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට වටයන්න.

(2) පෙරේරාගේ බර 62.8 kgක් වේ. ඔහුගේ බර ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට වටයන්න.

(3) රුපියල් 7.85 ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට වටයන්න.

(4) සැතපුමකට කිලෝමීටර 1.609ක් ඇත. මෙම සංඛ්‍යාව පළමු දශමස්ථානයට වටයන්න.

(5) = 3.142857... වේ. නම් හි අගය
(i) ආසන්න දශමස්ථාන 2 කට
(ii) ආසන්න දශමස්ථාන 3 කට වටයන්න.

(6) ලෝකයේ වේගවත් ම ක්‍රීඩා ඉසව්ව වන ඔලිම්පික් 100 m ධාවන තරගය ජැමෙයිකාවේ උසේන් බෝල්ට් විසින් තත්පර 9.64ක දී නිම කර ඇත. මෙම කාලය ආසන්න පළමු දශම ස්ථානයට වටයන්න.

(7) හොන්ෂු සහ හොකයිඩෝ දූපත් අතර ලෝකයේ දිග ම උමං මාර්ගය පිහිටා ඇත. එහි දිග 53.85 kmක් වේ. උමං මාර්ගයේ දිග යහළුවකුට ප්‍රකාශ කළ හැකි ආකාර හේතු සහිත ව දක්වන්න.

02
සංඛ්‍යා රටා

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

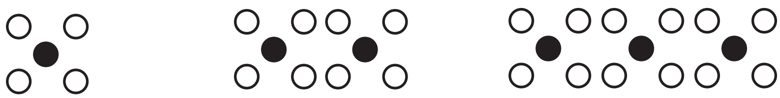
- ✸ සංඛ්‍යා රටා ගොඩ නැගී ඇති ආකාරය හඳුනා ගැනීම හා ඒවායේ පොදු පදය සෙවීම
- ✸ සංඛ්‍යා රටාවක් සඳහා පොදු පදය දී ඇති විට ඕනෑ ම පදයක වටිනාකම සොයා ගැනීම හා ඒ ආශ්‍රිත ගණනයන් සිදු කිරීම
- ✸ සංඛ්‍යා රටා ඇසුරෙන් විවිධ ප්‍රායෝගික ගණනය කිරීම් පහසුවෙන් සිදු කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

2.1 සංඛ්‍යා රටා හඳුනා ගැනීම

කිසියම් අනුපිළිවෙළකට පිළියෙල කරන ලද ද්‍රව්‍ය සමූහයක ඇති ද්‍රව්‍යයන් ගණනට අනුරූප සංඛ්‍යාත්මක වටිනාකම් යෙදීමෙන් ද අපට විවිධ සංඛ්‍යා රටාවන් ගොඩනගා ගත හැකි ය.

පහත දැක්වෙන්නේ කළු පාට හා සුදු පාට වර්ණවලින් යුත් බොත්තම් උපයෝගි කරගෙන පිළියෙල කරන ලද රටාවකි.



(i) (ii) (iii)

ඉහත රටාවේ ඇති බොත්තම් සංඛ්‍යාව ඇසුරෙන් පහත වගුව සම්පූර්ණ කළ හැකි ය.

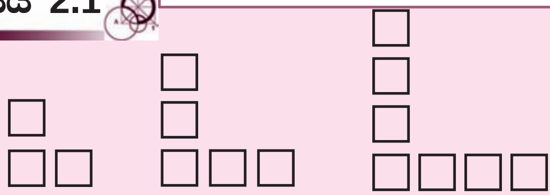
රටාවේ අංකය	i	ii	iii	iv	v	vi
කළු බොත්තම් සංඛ්‍යාව	1	2	3	**4**	**5**	**6**
සුදු බොත්තම් සංඛ්‍යාව	4	8	12	**16**	**20**	**24**

මෙලෙස මුල් සංඛ්‍යාවන් පරීක්ෂා කර සංඛ්‍යා රටාවේ ඉතිරිය ගොඩනගා ගත හැකි ය.

පහත අභ්‍යාසවල නිරතවීමෙන් ඔබට තව දුරටත් සංඛ්‍යා රටා පිළිබඳ අවබෝධය වර්ධනය කරගත හැකිවනු ඇත.

අභ්‍යාසය 2.1

(1)



(i) (ii) (iii)

මෙම කුඩා සමචතුරස්‍ර ඇසුරෙන් ගොඩනගා ඇති රටාව අවබෝධ කරගෙන (iv), (v) අවස්ථාවන්ට අදාළ සමචතුරස්‍ර ගණන පහත හිස්තැන්වල ලියා දක්වන්න.

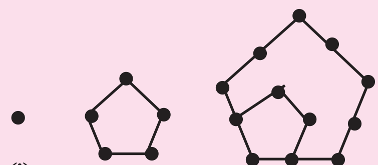
රටාවේ අංකය	i	ii	iii	iv	v
සමචතුරස්‍ර කොටු ගණන	3	5	7	—	—

(2) පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ දිගින් සමාන ගිනිකූරු උපයෝගි කරගෙන සකස් කළ රටාවක මුල් අවස්ථා තුනකි. මේ ඇසුරෙන් ඊළඟ අවස්ථා දෙක සඳහා අවශ්‍ය ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව ලියා දක්වන්න.

(i) (ii) (iii) — (iv) — (v)

රටාවේ අංකය	i	ii	iii	iv	v
අවශ්‍ය ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව	5	9	13	—	—

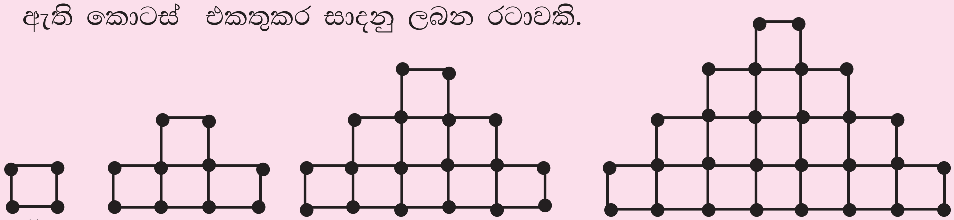
(3)



(i) (ii) (iii) — (iv) — (v)

කළු තිත් උපයෝගී කරගෙන පංචාස්‍ර හැඩයට සකස් කිරීමෙන් කරන ලද රටා අනුපිළිවෙළෙහි මුල් අවස්ථා තුන ඉහත නිරූපණය කර ඇත. ඉතිරි අවස්ථා දෙක සඳහා අනුරූප තිත් ගණන, රූපසටහන් ගොඩනගා ඒ ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

(4) පහත දැක්වෙන්නේ තිත් යා කිරීමෙන් සකස් කර ගනු ලබන සමචතුරස්‍රාකාර හැඩ ඇති කොටස් එකතුකර සාදනු ලබන රටාවකි.



(i) (ii) (iii) (iv)

ඉහත රටාව අධ්‍යයනය කර පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

රටාවේ අංකය	i	ii	iii	iv	v	vi
සමචතුරස්‍ර, පේළි ගණන	1	2	3	4	—	—
මුළු සමචතුරස්‍ර ගණන	1	4	9	16	—	—
මුළු තිත් ගණන	4	10	18	28	—	—

(5) පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යා රටාවල ඊ ළඟ පද තුන ලියා දක්වන්න.

(i) 7, 10, 13, 16, ...

(ii) 100, 95, 90, 85, ...

(iii) $\frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2$ ...

(iv) 5, 25, 125, 625, ...

(v) 2.25, 2.5, 2.75, 3, ...

(vi) –20, –10, 0, 10, ...

(vii) $\frac{1}{3}, 1, 1\frac{2}{3}, 2\frac{1}{3}$ ...

(viii) 500, 50, 5, 0.5, ...

ඔබ දැනටමත් විවිධ රූපසටහන් ඇසුරෙන් විවිධ සංඛ්‍යා රටාවන් පිළිබඳ අවබෝධය ලබා ගෙන ඇත. පෙර පන්තියේ දී ඔබ පහත ආකාරයේ සංඛ්‍යා රටා පිළිබඳව ද උගෙන ඇත.

- ඉරට්ට සංඛ්‍යා 2, 4, 6, 8, 10, ...
- ඔත්තේ සංඛ්‍යා 1, 3, 5, 7, 9, ...
- තුනෙහි ගුණාකාර 3, 6, 9, 12, 15, ...
- හතරෙහි ගුණාකාර 4, 8, 12, 16, 20, ...
- වර්ග සංඛ්‍යා (සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යා) 1, 4, 9, 16, 25, ...
- ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා 1, 3, 6, 10, 15, ...

2.2 සංඛ්‍යා රටාවක පද

සංඛ්‍යා රටා පිළිබඳ ව තවදුරටත් සොයා බලමු.

✸ සංඛ්‍යා රටාවක මුලින් ම පිහිටන පදය **මුල්පදය** ලෙස හැඳින් වේ.
මේ අනුව

3, 5, 7, 9, ... සංඛ්‍යා රටාවේ මුල් පදය 3 වේ.

✸ සංඛ්‍යා රටාවක එක ළඟ පිහිටන පද (යාබද පද) එහි **අනුයාත පද** ලෙස හැඳින් වේ.

3 , 5 , 7 , 9 , 11 , 13 (මෙහි 3 හා 5, 5 හා 7 , 7 හා 9 , 9 හා 11 වැනි පද යුගල අනුයාත පද වේ.)

යම් සංඛ්‍යා රටාවක අනුයාත පද දෙකක් අතර වෙනස පහත ආකාරයට ලබා ගත හැකි ය.

අනුයාත පද අතර වෙනස = (පසු පදයේ අගය) - (පෙර පදයේ අගය)

නිදසුන 1

පෙර පදය පසු පදය

(i) 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ...

පද අතර වෙනස $= 15 - 13 = 2$

(ii) 100, 90, 80, 70, ...

පද අතර වෙනස $= 80 - 90$

$= -10$

අභ්‍යාසය 2.2

පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

සංඛ්‍යා රටාව	මුල් පදය	අනුයාත පද අතර වෙනස	අනුයාත පද අතර වෙනස සමානවේ /නොවේ
(1) 4, 6, 8, 10, ...			
(2) 30, 40, 60, 70, ...			
(3) $\frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}, 3, 3\frac{1}{2}, ...$			
(4) $-12, -10, -8, -6, ...$			
(5) 0.3, 0.8, 1.3, 1.8, ...			
(6) 20, 23, 28, 31, ...			

2.3 සංඛ්‍යා රටාවක පොදු පදය ලබා ගැනීම

නිදසුන 2

(i) 3, 5, 7, 9, 11, ... යන සංඛ්‍යා රටාව ගොඩනැගී ඇති අයුරු පහත වගුව පරීක්ෂා කිරීමෙන් අවබෝධ කරගත හැකි ය.

$3 \xrightarrow{+2} 5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{+2} 11, ...$ (පද අතර වෙනස + 2කි.)

පදයේ අනු අංකය	පදයේ වටිනාකම	මුල් පදය ඇසුරෙන් පදයේ වටිනාකම	
1	3	$3 = 3 + 2 \times 0$	$(1 - 1)$
2	5	$3 + 2 = 3 + 2 \times 1$	$(2 - 1)$
3	7	$3 + 4 = 3 + 2 \times 2$	$(3 - 1)$
4	9	$3 + 6 = 3 + 2 \times 3$	$(4 - 1)$
5	11	$3 + 8 = 3 + 2 \times \vdots$	$(5 - 1)$
$\vdots$			
n		$3 + 2 \times (n - 1)$	

n වන පදය $= 3 + 2 \times (n - 1)$

$= 3 + 2n - 2$

∴ පොදු පදය $= \underline{\underline{2n + 1}}$

පදයේ අනු අංකය තීරුවේ අගයට වඩා 1 ක් අඩුවෙන් මෙම තීරුවේ අගය ලැබෙන බව පරීක්ෂා කරන්න.

නිදසුන 3

35, 33, 31, 29, 27, ... සංඛ්‍යා රටාවේ පොදු පදය සොයන්න.

$35 \xrightarrow{-2} 33 \xrightarrow{-2} 31 \xrightarrow{-2} 29 \xrightarrow{-2} 27$, (පද අතර වෙනස -2 කි.)

පදයේ අනු අංකය	පදයේ වටිනාකම	මුල් පදය ඇසුරෙන් පදයේ වටිනාකම
1	35	$35 = 35 - 2 \times 0$
2	33	$35 - 2 = 35 - 2 \times 1$
3	31	$35 - 4 = 35 - 2 \times 2$
4	29	$35 - 6 = 35 - 2 \times 3$
5	27	$35 - 8 = 35 - 2 \times 4$
⋮		⋮
n		$35 - 2 \times (n - 1)$

පදයේ අනු අංකය තීරුවේ අගයට වඩා 1ක් අඩුවෙන් මෙම තීරුවේ අගය ලැබෙන බව පරීක්ෂා කරන්න.

n වන පදය $= 35 - 2 \times (n - 1)$

$= 35 - 2n + 2$

∴ පොදු පදය $= \underline{\underline{37 - 2n}}$ වේ.

නිදසුන 4

3, 9, 27, 81, ... සංඛ්‍යා රටාවේ පොදු පදය සොයන්න.

$3 \xrightarrow{\times 3} 9 \xrightarrow{\times 3} 27 \xrightarrow{\times 3} 81$ (3න් ගුණ වේ.)

පදයේ අනු අංකය	පදයේ වටිනාකම	මුල් පදය ඇසුරෙන් පදයේ වටිනාකම
1	3	3^1
2	9	3^2
3	27	3^3
4	81	3^4
⋮		⋮
n		3^n

පදයේ අනු අංකය මෙම තීරයේ දර්ශකයේ අගයම වන බව පරීක්ෂා කරන්න

n වන පදය $= 3^n$

∴ පොදු පදය $= \underline{\underline{3^n}}$ වේ.

නිදසුන 5

$5,\ 5\frac{1}{2},\ 6,\ 6\frac{1}{2},\ 7,\ ---$ සංඛ්‍යා රටාවේ පොදු පදය සොයන්න.

$$5 \xrightarrow{+\frac{1}{2}} 5\frac{1}{2} \xrightarrow{+\frac{1}{2}} 6 \xrightarrow{+\frac{1}{2}} 6\frac{1}{2} \xrightarrow{+\frac{1}{2}} 7$$

($\frac{1}{2}$ක් එකතු වේ.)

පදයේ අනු අංකය	පදයේ වටිනාකම	මුල් පදය ඇසුරෙන් පදයේ වටිනාකම
1	5	$5 + \frac{1}{2} \times 0$
2	$5\frac{1}{2}$	$5 + \frac{1}{2} \times 1$
3	6	$5 + \frac{1}{2} \times 2$
4	$6\frac{1}{2}$	$5 + \frac{1}{2} \times 3$
⋮		⋮
n		$5 + \frac{1}{2} \times (n-1)$

පදයේ අනු අංකය තීරයේ අගයට වඩා 1ක් අඩුවෙන් මෙම තීරයේ අගය ලැබෙන බව පරීක්ෂා කරන්න.

n වන පදය $= 5 + \frac{1}{2} \times (n-1)$

$\therefore$ පොදු පදය $= \underline{\underline{5 + \frac{1}{2}(n-1)}}$

අභ්‍යාසය 2.3

(1) පහත දී ඇති එක් එක් සංඛ්‍යා රටාවන්ට අදළ පොදු පදය ලියා දක්වන්න.

(i) 7, 14, 21, 28, ...

(ii) 3, 7, 11, 15, ...

(iii) 5, 12, 19, 26, ...

(iv) 7, 5, 3, 1, ...

(2) පහත දැක්වෙන රටා නිරීක්ෂණය කර n වන පදය ලියන්න.

(i) 2, 4, 8, 16, ... (ii) -2, 4, -8, 16, ...

(iii) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, ...$ (iv) $\frac{4}{1}, \frac{5}{2}, \frac{6}{3}, \frac{7}{4}, ...$

(v) $\frac{3}{1}, \frac{3}{4}, \frac{3}{9}, \frac{3}{16}, ...$ (vi) $(1\times4), (2\times5), (3\times6), (4\times7)$

2.4 පොදු පදය ආශ්‍රිත ගණනය කිරීම්

නිදසුන 6

පොදු පදය $3n + 1$ වන සංඛ්‍යා රටාවේ,

(i) මුල් පද හතර ලියා දක්වන්න.
(ii) විසිඑක් වන පදය සොයන්න.
(iii) 151 වන්නේ කී වෙනි පදය ද?
(iv) $(n + 1)$ වන පදය සොයන්න.

(i) පොදු පදය $= 3n + 1$ බැවින්,

පළමු පදය ($n = 1$ විට) $= 3 \times 1 + 1 = 4$
දෙවන පදය ($n = 2$ විට) $= 3 \times 2 + 1 = 7$
තුන්වන පදය ($n = 3$ විට) $= 3 \times 3 + 1 = 10$
හතරවන පදය ($n = 4$ විට) $= 3 \times 4 + 1 = 13$

මුල් පද හතර <u>4, 7, 10, 13</u> වේ.

(ii) 21 වන පදය ($n = 21$ විට)

$= 3 \times 21 + 1$
$= 63 + 1$
$= \underline{\underline{64}}$

(iii) 151 වන්නේ n වන පදය යැයි සිතමු.
පහත සමීකරණය විසඳීමෙන් n සෙවිය හැකි ය.

$3n + 1 = 151$
$3n = 151 - 1$
$3n = 150$
$\frac{3n}{3} = \frac{150}{3}$
$\underline{\underline{n = 50}}$

$\therefore$ අගය 151 වන්නේ 50 වන පදයයි.

(iv) n වන පදය $= 3n + 1$ වේ.
$\therefore$ $n + 1$ වන පදය
$= 3(n + 1) + 1$ (n වෙනුවට n+1 යෙදීමෙන්)
$= 3n + 3 + 1$
$= \underline{\underline{3n + 4}}$

නිදසුන 7

දිග සිහින් කම්බියක් පිළිවෙළින් කැබලිවලට කපා ඇත්තේ පළමු කැබැල්ල 5 cm වන ලෙසත් ඉන් පසු කැපූ සෑම කැබැල්ලක ම දිග පෙර කැපූ කැබැල්ලෙහි දිගට වඩා 4 cmක් දිගින් වැඩි වන පරිදි ය.

(i) කපන ලද මුල් කැබලි හතරේ දිග වෙන වෙන ම ලියා දක්වන්න.
(ii) n වන කැබැල්ලෙහි දිග සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න.
(iii) මෙම කැබලි රටාවේ 10 වන කැබැල්ලෙහි දිග සොයන්න.
(iv) කීවෙනි කැබැල්ලෙහි දිග 85 cm වේ ද?

(i) 5, 9, 13, 17

(ii) $5 + (n-1) \times 4 \quad = 5 + 4n - 4 \quad = 4n + 1$

(iii) 10 කැබැල්ලේ දිග (n = 10 විට)

$= (4 \times 10) + 1$

$= \underline{\underline{41 \text{ cm}}}$

(iv) දිග 85 cm වන්නේ n වන කැබැල්ලේ යැයි සිතමු.

$4n + 1 = 85$

$4n = 85 - 1$

$\frac{4n}{4} = \frac{84}{4}$

$\underline{\underline{n = 21}}$ 21 වන කැබැල්ලේ දිග 85 cm වේ.

අභ්‍යාසය 2.4

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යා රටාවල ඉදිරියෙන් ඊට ගැළපෙන පොදු පදය පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවලින් තෝරා ලියන්න.

$10n$ $\quad n^3$ $\quad 10^n$ $\quad n^2$ $\quad 3^n$ $\quad n(n+1)$

(i) 1, 4, 9, 16, 25, ...

(ii) $1 \times 2,\ 2 \times 3,\ 3 \times 4,\ 4 \times 5, \ldots$

(iii) 10, 100, 1 000, 10 000, ...

(iv) 1, 8, 27, 64, ...

(v) 10, 20, 30, 40, 50, ...

(vi) 3, 9, 27, 81, ...

(2) පහත දැක්වෙන පොදු පදවලින් නිරූපණය වන සංඛ්‍යා රටාවේ මුල් පද හතර ලියා දක්වන්න.

(i) $5n + 1$ (ii) $2n - 2$ (iii) $(-3)^n$ (iv) $\frac{n+4}{n+1}$ (v) $\frac{5}{n}$ (vi) $1 + (-1)^n$

(3) පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යා රටා සැලකීමෙන්, n සඳහා අගයයන් ආදේශ කිරීමෙන් පමණක් කවරකු විසින් නිවැරදි ව පොදු පදය ලියා තිබේදැයි සඳහන් කරන්න.

	සංඛ්‍යා රටාව	දීපාල්	ගුණසිරි	සාගර
(i)	1, 5, 9, 13, ...	$3n - 2$	$4n - 3$	$2n - 1$
(ii)	3, 8, 13, 18, ...	$5n - 2$	$2n + 1$	$n + 1$
(iii)	7, 9, 11, 13, 15, ...	$3n + 4$	$n + 6$	$2n + 5$

(4) පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යා රටාවේ n වන පදය සොයා ඒ ඇසුරෙන් ඊට ඉදිරියෙන් සඳහන් කර ඇති පදයේ අගය ගණනය කරන්න.

(i) 7, 10, 13, 16, ... 18 වැනි පදය

(ii) 8, 10, 12, 14, ... 10 වැනි පදය

(iii) 32, 30, 28, 26, ... 15 වැනි පදය
(iv) 3, 8, 13, 18, ... 30 වැනි පදය
(v) 4, 16, 64, 256, ... 7 වැනි පදය
(vi) $\frac{2}{1}, \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \ldots$ 8 වැනි පදය

(5) ● ○ ● ● ○ ○ ● ● ○ ○ ○ ●

සුදු හා කළු බෝල උපයෝගි කරගෙන සකස් කරන ලද රටාවක මුල් අවස්ථා තුන ඉහත දැක්වේ.

(i) මෙහි ඊ ළඟ අවස්ථාව ඇඳ දක්වන්න.
(ii) මෙහි හත් වන අවස්ථාවේ ඇති සුදු හා කළු බෝල ගණන කොපමණ ද?
(iii) ඉහත රටාවේ පොදු පදය $n + 2$ වේ. කළු බෝල ගණන හා සුදු බෝල ගණන සලකමින්, n හා 2 මගින් කවර වර්ණයෙන් යුත් බෝල නිරූපණය වේ ද?
(iv) ඉහත (iii) හි පොදු පදය ඇසුරෙන් 15 වන පිළියෙල කිරීමේ ඇති සුදු බෝල ගණන හා මුළු බෝල ගණන සොයන්න.
(v) මුළු බෝල 20ක් උපයෝගි කරගෙන ශිෂ්‍යයෙකු ඉහත ආකාරයේ රටාවේ එක් අවස්ථාවක් නිර්මාණය කිරීමට අදහස් කරන්නේ නම් ඔහු ලබාගත යුතු සුදු බෝල ගණන කොපමණ දැයි සොයන්න.

(6) සජිතා පළමු සතියේ රු 15ක් ද, දෙවැනි සතියේ රු 20ක් ද, තුන්වන සතියේ රු 25ක් ද ආදී වශයෙන් කැටයකට මුදල් එකතු කරන්නේ රු 750ක් වටිනා පොතක් මිල දී ගැනීමේ අදහසින් ය.

(i) ඇය මුල් සති පහ තුළ එක් එක් සතියේ දී කැටයකට දමන ලද මුදල් ප්‍රමාණයන් ලියා දක්වන්න.
(ii) ඇය කැටයට මුදල් එකතු කරන රටාව පෙන්නුම් කිරීමට අදාළ සංඛ්‍යා රටාවේ පොදු පදය ලියා දක්වන්න.
(iii) ඇය රු 85ක මුදලක් කැටයට දමන්නේ ආරම්භක සතියේ සිට කීවෙනි සතියේ දී ද?

(7) පුද්ගලයකුගේ ආරම්භක මාසික වැටුප රු 23 000 කි. වාර්ෂික ව එය රු 3 000 බැගින් වැඩි වේ.

(i) මුල් වසර තුනෙහි මාසික වැටුප්වල අගයයන් ලියා දක්වන්න.
(ii) n වන වසරේ මාසික වැටුප ගණනය කිරීම සඳහා පොදු සූත්‍රයක් ලබා ගන්න.
(iii) ඉහත සූත්‍ර ඇසුරෙන් ඔහුගේ සේවා කාලය වසර 5 ක් වන විට මාසික වැටුපේ වටිනාකම සොයන්න.
(iv) ඔහු රු 44 000 ක මාසික වැටුපක් ලබන්නේ ආරම්භයේ සිට කී වෙනි වසරේ දී ද?

(8) නදීශානි හිස් ගිනි පෙට්ටි කිහිපයක් ගෙන ඒ එක් එක් ගිනි පෙට්ටියට 1, 2, 3, ... යනා දී වශයෙන් අංක යෙදුවා ය. ඇය ඒවා තුළට පිළිවෙළින් ගිනිකූරු දැමුවේ කිසියම් ගිනිකූරු පෙට්ටියකට දමන ලද ගිනිකූරු ගණනට වඩා ගිනිකූරු තුනක් වැඩිපුර ඊ ළඟ ගිනිපෙට්ටියට ඇතුළුවන පරිදි ය. ඇය පළමු වැනි ගිනි පෙට්ටියට දමන ලද ගිනිකූරු ගණන හත නම්,

(i) මුල් ගිනිපෙට්ටි හතරේ ඇති ගිනිකූරු ගණන ලියා දක්වන්න.

(ii) නම් කරන ලද ඕනෑ ම ගිනිකූරු පෙට්ටියක ඇති ගිනිකූරු ගණන ලබාගත හැකි ප්‍රකාශනයන් n ඇසුරෙන් ලබා ගන්න.

(iii) 10 වන ගිනිකූරු පෙට්ටියේ ඇති ගිනිකූරු ගණන සොයන්න.

(iv) ගිනිකූරු 49ක් ඇත්තේ කුමන අංකය යෙදූ ගිනිකූරු පෙට්ටියක ද?

(9) පොදු පදය $5-3n$ වූ සංඛ්‍යා රටාවේ.

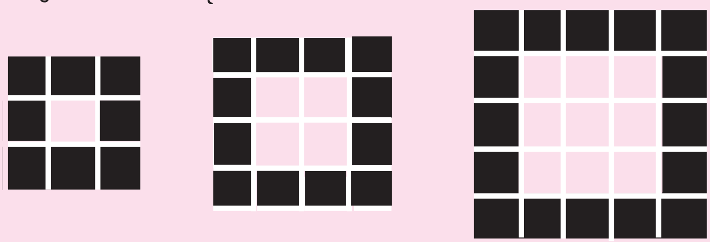
(i) මුල් පද හතර ලියා දක්වන්න.

(ii) පහළොස්වන පදය සොයන්න.

(iii) -85 වන්නේ කී වෙනි පදය ද?

(iv) මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ අගය -50 වන පදයක් තිබිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(10) කළු හා රෝස වර්ණ දෙකෙන් එක සමාන හැඩයෙන් යුතු සමචතුරස්‍රාකාර පිඟන් ගඩොල් කැට උපයෝගි කරගෙන නිර්මාණය කිරීමට අදහස් කරන රටාවක මුල් අවස්ථා තුන පහත පරිදි වේ.



(i) (ii) (iii)

(i) ඉහත රටාව අධ්‍යයනය කර පහත වගුවේ P,Q,R හි අගයයන් සොයන්න.

පැත්තක ඇති කැට ගණන	3	4	5	6	...	P	...	15	...	20
කළු පාට මුළු කැට ගණන	8	12	16	20	...	36	...	Q	...	76
රෝස පාට මුළු කැට ගණන	1	4	9	16	...	64	...	169	...	R

(ii) ඉහත රටාවේ, n වන රටා අංකයට අදළ ව පහත දෑ n ඇසුරින් ගණනය කරන්න.

a - අවශ්‍යවන මුළු කළු පාට කැට ගණන

b - අවශ්‍යවන මුළු රෝස පාට කැට ගණන

c - පැත්තකට අවශ්‍යවන කැට ගණන

(iii) (a) ඉහත (ii) හි පිළිතුර ඇසුරින් යම් රටාවක දී කළු පාට කැට 124ක් භාවිත කරන ලද්දේ නම් ඒ කීවෙනි රටා අංකය ද?

(b) එම අවස්ථාවේ දී භාවිත කරන ලද රෝස කැට ගණනත්, පැත්තකට අවශ්‍ය වූ කැට ගණනත් සොයන්න.

03 භාග

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ✸ වරහන් සහ 'න්' ඇතුළත් භාග සුළු කිරීම
- ✸ භාග අඩංගු ප්‍රකාශන සුළු කිරීමේ දී අනුපිළිවෙළ අධ්‍යයනය කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

3.1 භාග සඳහා මූලික ගණිත කර්ම

භාග සුළු කිරීම පිළිබඳ මීට පෙර උගත් කරුණු පහත නිදසුන් සහ අභ්‍යාස මගින් නැවත මතක් කර ගනිමු.

නිදසුන 1

පහත දක්වෙන භාග සුළුකර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

(හරය සමාන භාග)

(i) $\frac{1}{8} + \frac{5}{8}$

$= \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{8}_{4}} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$

(ii) $\frac{5}{12} - \frac{3}{12}$

$= \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{12}_{6}} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

(හරය අසමාන භාග)

(iii) $\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$

$= \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20} \quad = \underline{\underline{1\frac{3}{20}}}$

(හරය අසමාන භාග)

(iv) $\frac{3}{7} - \frac{1}{3}$

$= \frac{9}{21} - \frac{7}{21}$

$= \underline{\underline{\frac{2}{21}}}$

(මිශ්‍ර සංඛ්‍යා)

(v) $2\frac{5}{8} - 1\frac{5}{12}$

$= (2-1) + \left(\frac{5}{8} - \frac{5}{12}\right)$

$= 1 + \left(\frac{15}{24} - \frac{10}{24}\right) \quad = 1 + \frac{5}{24}$

$= \underline{\underline{1\frac{5}{24}}}$

(vi) $3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{12}$

I ක්‍රමය

$$3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{12}$$

$$= \frac{15}{4} - \frac{25}{12}$$

$$= \frac{45}{12} - \frac{25}{12}$$

$$= \frac{20}{12} = \frac{5}{3} = \underline{\underline{1\frac{2}{3}}}$$

II ක්‍රමය

$$(3 - 2) + (\frac{3}{4} - \frac{1}{12})$$

$$= 1 + (\frac{9}{12} - \frac{1}{12})$$

$$= 1 + \frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{12}_{3}}$$

$$= \underline{\underline{1\frac{2}{3}}}$$

නිදසුන 2

සුළු කර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

(i) $\frac{2}{5} \times \frac{6}{7}$

$$= \underline{\underline{\frac{12}{35}}}$$

(ii) $\frac{12}{13} \times \frac{5}{8}$

$$= \frac{{}^{3}\cancel{12}}{13} \times \frac{5}{\cancel{8}_{2}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{15}{26}}}$$

(iii) $2\frac{2}{5} \div 6$

$$= \frac{12}{5} \div 6$$

$$= \frac{{}^{2}\cancel{12}}{5} \times \frac{1}{\cancel{6}_{1}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

(iv) $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$

$$= \frac{{}^{1}\cancel{3}}{{}_{1}\cancel{4}} \times \frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{3}_{1}}$$

$$= \underline{\underline{2}}$$

අභ්‍යාසය 3.1

(1) පහත දැක්වෙන භාග සුළුකර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

(i) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$ (iii) $\frac{1}{4} + \frac{2}{8}$

(iv) $\frac{2}{5} - \frac{1}{10}$ (v) $1\frac{3}{4} \times \frac{1}{7}$ (vi) $\frac{2}{8} \div \frac{3}{2}$

(vii) $2\frac{5}{8} \div 1\frac{3}{4}$ (viii) $3\frac{3}{4} \div 5$ (ix) $2\frac{2}{3} \times 1\frac{4}{5}$

පහත වගු පිටපත් කර සම්පූර්ණ කරන්න.

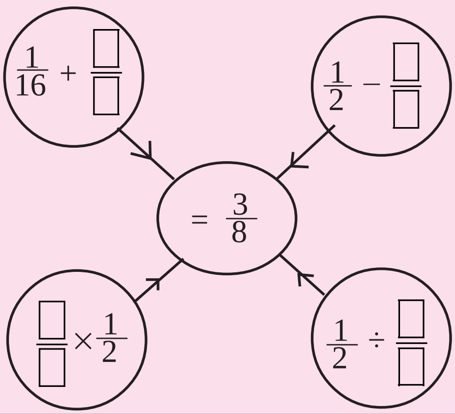
(2)

$+$			$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$		$\frac{5}{6}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{5}$			

(3)

$\times$	$\frac{5}{2}$		
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{4}$	
		$\frac{3}{8}$	
$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{6}$

(3) පිළිතුර ලෙස $\frac{3}{8}$ ලැබෙන සේ කොටු තුළට ගැළපෙන සංඛ්‍යා සොයන්න.



3.2 වරහන් සහිත භාග ඇතුළත් ප්‍රකාශන සුළු කිරීම

නිදසුන 3

$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{5}$ සුළු කරන්න.

මෙහි ගණිත කර්ම දෙකක් ඇති අතර එකක් වරහන් මගින් වෙන් කර ඇත. වරහන් මගින් දක්වෙන කොටස ප්‍රථමයෙන් සුළු කිරීම නීතියයි. එනම් ප්‍රකාශනයක වරහන් මගින් අදහස් වන්නේ එම කොටස ප්‍රථමයෙන් සුළු කළ යුතු බවයි.

ඒ අනුව $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{5} = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) \times \frac{1}{5}$ (වරහන පළමුව සුළු කරන්න)

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{6} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$$

නිදසුන 4

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{6}$ සුළු කර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දෙන්න.

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{6} = \left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\right) \div \frac{1}{6}$ (වරහන පළමුව සුළු කරන්න)

$= \frac{5}{\cancel{6}_1} \times \frac{\cancel{6}^1}{1} = \underline{\underline{5}}$

නිදසුන 5

$\frac{1}{5} \times \left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)$ සුළු කර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දෙන්න.

$\frac{1}{5} \times \left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{5} \times \left(\frac{4}{6}+\frac{3}{6}\right)$ (වරහන පළමුව සුළු කරන්න)

$= \frac{1}{5} \times \frac{7}{6} = \underline{\underline{\frac{7}{30}}}$

නිදසුන 6 $\left(2\frac{3}{5}-1\frac{1}{4}\right) \div \frac{5}{8}$ සුළු කර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දෙන්න.

$\left(2\frac{3}{5}-1\frac{1}{4}\right) \div \frac{5}{8}$ (වරහන පළමුව සුළු කරන්න)

$= \left[(2-1)+\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)\right] \div \frac{5}{8}$

$= \left[1+\left(\frac{12}{20}-\frac{5}{20}\right)\right] \div \frac{5}{8}$

$= 1\frac{7}{20} \div \frac{5}{8}$

$= \frac{27}{\cancel{20}_5} \times \frac{\cancel{8}^2}{5}$

$= \frac{54}{25} = \underline{\underline{2\frac{4}{25}}}$

නිදසුන 7 $\frac{2}{3}$ සහ $\frac{1}{4}$ යන භාග දෙකේ එකතුව 24න් ගුණකළ විට ලැබෙන අගය කීයද?

මෙහි දී එකතු කළ යුතු භාග දෙක ප්‍රථමයෙන් සුළු කළ යුතු බව වරහන මගින් දක්වමු.
ඒ අනුව

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \times 24 = \left(\frac{8+3}{12}\right) \times 24$$

$$= \frac{11}{\cancel{12}_{1}} \times \cancel{24}^{2} = \underline{\underline{22}}$$

අභ්‍යාසය 3.2

පහත සඳහන් භාග අඩංගු ප්‍රකාශන සුළුකර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දෙන්න.

(1) $\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{8}\right) \div \frac{1}{12}$ (2) $\left(1\frac{1}{9} + 1\frac{1}{2}\right) \div \frac{2}{9}$ (3) $\frac{3}{5} \times \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right)$

(4) $\frac{1}{5} \div \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}\right)$ (5) $\left(2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{4}\right) \div \frac{5}{6}$ (6) $6\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right)$

3.3 "න්" ඇතුළත් භාග සුළු කිරීම

නිදසුන 8 27 cm න් $\frac{1}{9}$ සොයන්න.

මෙහි දී 'න් ' ගුණිතය ලෙස සලකා සුළු කරනු ලැබේ.

එවිට, 27 න් $\frac{1}{9}$

$$= \cancel{27}^{3} \times \frac{1}{\cancel{9}_{1}}$$

$$= \underline{\underline{3 \text{ cm}}}$$

නිදසුන 9 අවුරුද්දකින් $\frac{3}{5}$ ක් යනු දින කීයක් ද?

මෙය ගණිතමය සංකේත ඇසුරින් දක්වා සුළු කරමු.

එනම්, අවුරුදු 1 න් $\frac{3}{5}$ = දින 365 න් $\frac{3}{5}$

= දින $\cancel{365}^{73} \times \frac{3}{\cancel{5}_{1}}$ = දින $\underline{\underline{219}}$

'න් ' සමග අනෙකුත් ගණිත කර්ම යෙදෙන අවස්ථාවක් සලකමු.

නිදසුන 10

$\frac{4}{7}$ න් $4\frac{2}{3}$ හි අගය $1\frac{1}{9}$ මගින් බෙදූ විට ලැබෙන පිළිතුර සොයන්න.

මෙය පහත දැක්වෙන පරිදි සුළු කළ හැකි ය.

$\frac{4}{7}$ න් $4\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{9} \quad = \frac{4}{\cancel{7}_1} \times \frac{\cancel{14}^2}{3} \div 1\frac{1}{9}$

$= \frac{8}{3} \div \frac{10}{9}$ මෙහි දී 'න් ' ගුණිතය ලෙස සලකා එය අඩංගු කොටස ප්‍රථමයෙන් සුළු කිරීම නීතියයි.

$= \frac{{}^4\cancel{8}}{\cancel{3}_1} \times \frac{{}^3\cancel{9}}{\cancel{10}_5} \quad = \frac{12}{5} \quad = 2\frac{2}{5}$

අභ්‍යාසය 3.3

(1) අගය සොයන්න.

(i) රු 50 න් $\frac{2}{5}$ රුපියල් කීය ද?

(ii) පැයකින් $\frac{1}{3}$ මිනිත්තු කීය ද?

(iii) මිනිත්තුවකින් $\frac{2}{3}$ තත්පර කීය ද?

(2) සුළු කරන්න.

(i) $\frac{8}{5}$ න් $\frac{5}{8}$

(ii) $\frac{2}{3}$ න් $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$

(iii) $\frac{2}{7} + \frac{1}{3}$ න් $\frac{2}{5}$

3.4 භාග අඩංගු ප්‍රකාශනවල ගණිතකර්ම යෙදීමේ අනුපිළිවෙළ

වරහන් සහ "න් " සමග මූලික ගණිත කර්ම හතර ඇතුළත් භාග සහිත ප්‍රකාශන සුළු කිරීමේ අනුපිළිවෙළ පහත දක්වේ.

1. වරහන් අඩංගු කොටස සුළු කිරීම (**B**rackets)
2. "න් " අඩංගු කොටස සුළු කිරීම (**O**f)
3. බෙදීම අඩංගු කොටස සුළු කිරීම (**D**ivision)
4. ගුණ කිරීම අඩංගු කොටස සුළු කිරීම (**M**ultiplication)
5. එකතු කිරීම අඩංගු කොටස සුළු කිරීම (**A**ddition)
6. අඩු කිරීම අඩංගු කොටස සුළු කිරීම (**S**ubstraction)

එම අනුපිළිවෙළ මතක තබා ගැනීමේ පහසුව පිණිස "**වන්බෙගුඑඅ**" හෝ "**BODMAS**" ලෙස දක්වමු.

ඉහත අනුපිළිවෙළ අනුගමනය කරමින් භාග ඇතුළත් ප්‍රකාශන සුළු කරන අයුරු පහත නිදසුන් මගින් සලකා බලමු.

නිදසුන 11

$\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{5}\right)$ න් $\frac{2}{17} \div \frac{3}{5}$ සුළුකර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දෙන්න.

$= \left(\frac{1}{6}+\frac{2}{5}\right)$ න් $\frac{2}{17} \div \frac{3}{5} = \left(\frac{5+12}{30}\right)$ න් $\frac{2}{17} \div \frac{3}{5}$ (වරහන පළමුව සුළු කරන්න)

$= \frac{\cancel{17}^{1}}{\cancel{30}_{15}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{17}_{1}} \div \frac{3}{5}$ (දෙවනුව "න් " සුළු කරන්න)

$= \frac{1}{15} \div \frac{3}{5}$

$= \frac{1}{\cancel{15}_{3}} \times \frac{\cancel{5}^{1}}{3}$ (ඊ ළඟට බෙදීම සුළු කරන්න)

$= \frac{1}{9}$

නිදසුන 12

$1\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$ න් $\frac{5}{6}$ සුළුකර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

$1\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$ න් $\frac{5}{6} = 1\frac{1}{3} + \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}} \times \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{6}_{3}}$

$= 1\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$

ඉහත නීතිය අනුගමනය නො කළේ නම් නිවැරදි පිළිතුර නො ලැබෙන බව,
එම නිදසුන එහි ගණිත කර්ම ඇති පිළිවෙළට සුළු කිරීමෙන් පැහැදිලි කරගත හැකි ය.

$1\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$ න් $\frac{5}{6} = \frac{4}{3} + \frac{2}{5}$ න් $\frac{5}{6}$

නීතිය නොසලකා එකතු කිරීම පළමුව සුළු කරමු.

$$\frac{20}{15} + \frac{6}{15} \text{ න් } \frac{5}{6} = \frac{26}{15} \text{ න් } \frac{5}{6}$$

"න් " ඊ ළඟට සුළු කරමු.

$$= \frac{\cancel{26}^{13}}{\cancel{15}_3} \times \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{6}_3}$$

$$= \frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$$ මෙය වැරදි පිළිතුරකි.

> $1\frac{1}{3}$ ට එකතු කළ යුතු වන්නේ $\frac{2}{5}$ නොව $\frac{2}{5}$ න් $\frac{5}{6}$ කි. එබැවින් මෙම පිළිතුර වැරදි ය.

ඒ අනුව භාග සුළු කිරීමේ දී "වන්බෙගුඑඅ" හෙවත් " BODMAS" අනුපිළිවෙළ අනුගමනය කිරීම අවශ්‍ය ම වේ.

නිදසුන 13

$\frac{5}{8} \times 1\frac{1}{2} \div \frac{15}{16}$ සුළුකර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

$$= \frac{5}{8} \times \frac{3}{2} \times \frac{16}{15}$$

$$= \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{8}_1} \times \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{16}^{\cancel{2}\,1}}{\cancel{15}_{\cancel{5}\,1}}$$

$$= \underline{\underline{1}}$$

නිදසුන 14

$\dfrac{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}}{\frac{5}{6}}$ සුළුකර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

$$= \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) \div \frac{5}{6}$$

$$= \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) \div \frac{5}{6}$$ (වරහන පළමු ව සුළු කරමු)

$$= \left(\frac{9}{12} + \frac{8}{12}\right) \div \frac{5}{6}$$

$$= \frac{17}{\cancel{12}_2} \times \frac{\cancel{6}^1}{5}$$ (ඊ ළඟට බෙදීම සුළු කරමු)

$$= \frac{17}{10} = \underline{\underline{1\frac{7}{10}}}$$

නිදසුන 15

සීනි 100 kg කින් $\frac{1}{4}$ kgක් වූ පැකට් කීයක් සෑදිය හැකි ද?

මෙම ගැටලුව $100 \div \frac{1}{4}$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

$$= 100 \times \frac{4}{1}$$

$$= \underline{\underline{400}}$$

පැකට් 400ක් සෑදිය හැකි ය.

නිදසුන 16

$\left(2\frac{1}{4} \div \frac{3}{14}\right) \times 2\frac{1}{7}$ සුළු කර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

$\left(2\frac{1}{4} \div \frac{3}{14}\right) \times 2\frac{1}{7} = \left(\frac{9}{4} \div \frac{3}{14}\right) \times \frac{15}{7}$ (මිශ්‍ර සංඛ්‍යාව විෂම භාග ලෙස දක්වමු)

$= \left(\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{4}_{2}} \times \frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{3}_{1}}\right) \times \frac{15}{7}$ (ඊ ළඟට වරහන සුළු කරමු)

$= \frac{\cancel{21}^{3}}{2} \times \frac{15}{\cancel{7}_{1}} = \frac{45}{2} = \underline{\underline{22\frac{1}{2}}}$

නිදසුන 17

$\frac{4}{9} + 1\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} - 2\frac{1}{3}$ සුළුකර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

$\frac{4}{9} + 1\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} - 2\frac{1}{3} = \frac{4}{9} + \frac{3}{2} \div \frac{3}{5} - \frac{7}{3}$ (විෂම භාග ලෙස සකස් කරමු)

$= \frac{4}{9} + \frac{\cancel{3}^{1}}{2} \times \frac{5}{\cancel{3}_{1}} - \frac{7}{3}$ (ඊ ළඟට බෙදීම සුළු කරමු)

$= \frac{4}{9} + \frac{5}{2} - \frac{7}{3}$

$= \frac{8}{18} + \frac{45}{18} - \frac{7}{3}$ (එකතුව සුළු කරමු)

$= \frac{53}{18} - \frac{42}{18} = \underline{\underline{\frac{11}{18}}}$

අභ්‍යාසය 3.4

(1) පහත සඳහන් භාග අඩංගු ප්‍රකාශන සුළුකර පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

(i) $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ (ii) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \div \frac{4}{7}$ (iii) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \div \frac{4}{7}$

(iv) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ (v) $\frac{5}{8} \times 1\frac{1}{2} \div \frac{15}{16}$ (vi) $\frac{2}{5} \times \frac{9}{10} \div \frac{27}{10}$

(vii) $\left(\frac{3}{5} \div \frac{18}{55}\right) \times \frac{9}{11}$ (viii) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \div \frac{5}{9}$ (ix) $\left(\frac{3}{7} \div \frac{8}{21}\right) \times \frac{2}{5}$

(x) $\frac{14}{25} \times \frac{5}{9} \div \frac{7}{8}$ (xi) $\left(\frac{3}{10} + \frac{2}{5}\right) \div \frac{7}{15}$ (xii) $\dfrac{\frac{1}{6} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{5}}$

(xiii) $2\frac{1}{2} \times 2\frac{2}{5} \div \frac{3}{5}$ (xiv) $\frac{1}{4} \times \left(3\frac{1}{3} \div 2\frac{1}{6}\right)$ (xv) $\frac{4}{9} + 1\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} - 2\frac{1}{3}$

(2) පහත සඳහන් ප්‍රකාශනවලින් සත්‍ය ඒවා ඉදිරියෙන් ✓ ලකුණ ද, අසත්‍ය ඒවා ඉදිරියෙන් × ලකුණ ද කොටුව තුළ යොදන්න.

(i) $3\frac{2}{3} \div 1 = 3\frac{2}{3} \times 1$ $\square$

(ii) $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \div 2 = 1$ $\square$

(iii) $\frac{4}{7}$ න් $4\frac{2}{3} = 4\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$ $\square$

(iv) $\frac{1}{2} + \left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = 3$ න් $\frac{1}{2}$ $\square$

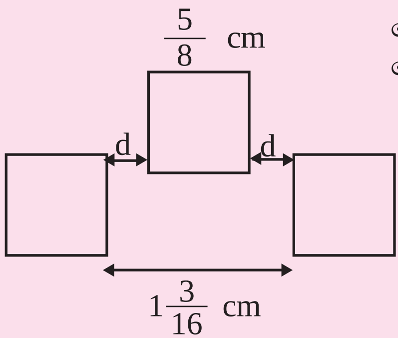
(v) $1\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = 1\frac{2}{5} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{3}$ $\square$

(vi) $\left(5\frac{1}{3}+6\frac{2}{3}\right)$ න් $\frac{2}{13} = \left(7\frac{1}{3}+3\frac{1}{3}\right)\div 2\frac{1}{12}$ $\square$

(vii) 50 න් $\frac{2}{13} = \left(7\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}\right)-2\frac{1}{12}$ $\square$

(viii) $1\frac{3}{5}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{8} = \left(7\frac{1}{3}-5\frac{1}{2}\right)$ න් $\frac{2}{5}$ $\square$

(3)



මෙහි දැක්වෙන්නේ කාඩ්බෝඩ් කැබලි තුනක් මේසයක් මත තබා ඇති ආකාරයයි.

d මගින් දැක්වෙන දිග ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න.

(4) (i) පිඟන් ගඩොලක ගනකම $\frac{3}{8}$ cm කි. එවැනි ගඩොල් 12 ක් එක මත එක තබා ඇසිරීමට අවශ්‍ය පෙට්ටියේ අවම උස ගණනය කරන්න.

(ii) 12 cmක් ගැඹුරු පෙට්ටියක එක මත එක සිටින සේ එවැනි ගඩොල් කීයක් ඇසිරිය හැකි ද?

(5) රබර් බෝලයක් 300 cmක් ඉහළ සිට සමතලා පොළොවක් මතට අතහරි ලදී. වැදී නැවත ඉහළ පනින එක් එක් වාරයක දී එය මුල් උසින් $\frac{4}{5}$ ක් ඉහළ නගී.

(i) පළමු වර බෝලය ඉහළ පනින උස සොයන්න.
(ii) දෙවන වාරයේ දී බෝලය ඉහළ නගින උස සොයන්න.

(6) 5 l ක ධාරිතාවකින් යුතු බඳුනක භාගයක් ජලය අඩංගුවන අතර ඉතිරි භාගය තෙල්වලින් පුරවා ඇත. 5 l ක ධාරිතාවයෙන් යුතු තවත් බඳුනක තුනෙන් දෙකක් ජලය පුරවා තුනෙන් එකක් තෙල්වලින් පුරවා ඇත. මෙම භාජන දෙක ම, 10 l ක ධාරිතාවයෙන් යුතු බඳුනකට ප්‍රවේශමෙන් අස් කරනු ලැබේ. එම භාජනයේ ධාරිතාවයෙන් , (තෙල් හා ජලය මිශ්‍ර නොවන බව සලකන්න)

(i) ජලයෙන් පිරී ඇති භාගය
(ii) තෙල්වලින් පිරී ඇති භාගය සොයන්න.

04

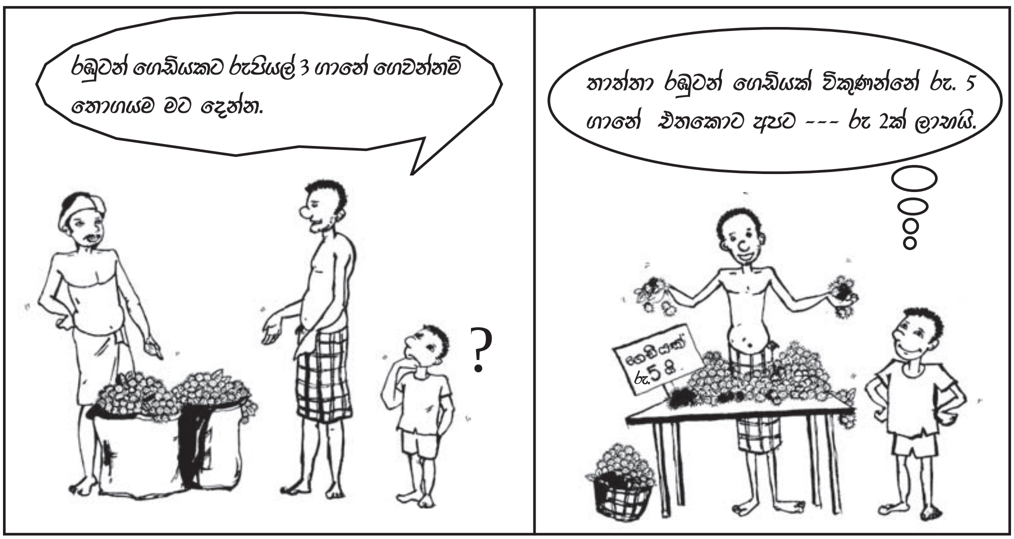
ප්‍රතිශත

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ✸ වෙළෙඳාමක් කිරීමෙන් ලැබෙන ලාභය හෝ අලාභය ප්‍රමාණාත්මක ව සෙවීම
- ✸ වඩාත් වාසිදායක වන වෙළෙඳාම් පිළිබඳ තීරණය කිරීම
- ✸ ගත් මිල, විකුණුම් මිල හා ලාභ/ අලාභ යන රාශි තුනෙන් දෙකක් දන්නා විට අනෙක් රාශිය ගණනය කිරීම
- ✸ වට්ටම, ලකුණු කළ මිල හා විකුණුම් මිල යන රාශි තුනෙන් දෙකක අගය දන්නා විට අනෙකෙහි අගය සෙවීම
- ✸ විකුණුම් මිල, කොමිස් ප්‍රතිශතය හා කොමිස් මුදල යන රාශි තුනෙන් දෙකක අගය දන්නා විට අනෙකෙහි අගය සෙවීම
- ✸ වට්ටම් හා කොමිස් පිළිබඳ ව අවබෝධයෙන් යුතුව ගණුදෙනු කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

4.1 ලාභය සහ අලාභය



වෙළඳාමක් කිරීමේ දී වෙළෙන්දා හැමවිට ම බලාපොරොත්තු වන්නේ භාණ්ඩය ගත් මිලට වඩා වැඩි මිලකට විකිණීමට යි. එසේ කළ හැකි වූ විට වෙළෙන්දට **ලාභයක්** අත්වූයේ යැයි කියනු ලැබේ.

භාණ්ඩ පළුදු වීම, නරක් වීම වැනි විශේෂ අවස්ථාවල දී ඒවා ගත් මිලට වඩා අඩු මිලකට විකිණීමට ද සිදුවේ. එවිට වෙළෙන්දට **අලාභයක්** සිදු වූයේ යැයි කියනු ලැබේ.

වෙළෙන්දෙක් රුපියල් 45ට ගත් අන්නාසි ගෙඩියක් රුපියල් 75ට ද
රුපියල් 25ට ගත් පැපොල් ගෙඩියක් රුපියල් 55ට ද විකුණයි.

මෙහි දී අන්නාසි ගෙඩිය විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභය රුපියල් 30ක් ද
පැපොල් ගෙඩිය විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභය රුපියල් 30ක් ද වේ.

ලාභය සමාන වුව ද අඩු වැය කිරීමක් සිදුවී ඇත්තේ පැපොල් ගැනීමට බැවින් පැපොල් අලෙවිය අන්නාසි අලෙවියට වඩා වාසිදායක බව පෙනේ.

> විකුණුම් මිල හා ගත් මිල අතර වෙනස සෙවීමෙන් ලාභය හෝ අලාභය ප්‍රමාණාත්මක ව ලබා ගත හැකි වේ.

අභ්‍යාසය 4.1

(1) භාණ්ඩ වර්ග කීපයක ගැනුම් මිල හා විකුණුම් මිල ඇතුළත් අසම්පූර්ණ වගුවක් පහත දැක්වේ.
එය පිටපත්කර හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

වර්ගය	ගැනුම් මිල (රු)	විකුණුම් මිල (රු)	ලාභ/අලාභ බව	ලාභ/අලාභ ප්‍රමාණය (රු)
පොත	80	115	....	....
පෑන	....	12.50	ලාභ	1.50
ළමා කලිසම	125	115	....	....
අන්නාසි ගෙඩිය	....	55	අලාභ	5
පා පැදිය	4400	....	ලාභ	900
පීරිසි කෝප්ප කට්ටලය	....	275	අලාභ	25

(2) පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථා යුගලයෙන් වඩා වාසිදායක වන්නේ කුමන වෙළඳාම දැ යි හේතු සහිත ව ලියා දක්වන්න.

(i) (අ) රුපියල් 150ට ගත් ළමා කමිසයක් රුපියල් 210ට විකිණීම
(ආ) රුපියල් 150ට ගත් ළමා ගවුමක් රුපියල් 225ට විකිණීම

(ii) (අ) රුපියල් 50 බැගින් ගත් බෝංචි 1 kg ක් රුපියල් 80ට විකිණීම
(ආ) රුපියල් 60 බැගින් ගත් කැරට් 1 kg ක් රුපියල් 90ට විකිණීම

(iii) (අ) නිෂ්පාදන වියදම රුපියල් 9 500ක් වූ අල්මාරියක් රුපියල් 15 000ට විකිණීම
(ආ) නිෂ්පාදන වියදම රුපියල් 8 000ක් වූ මේසයක් රුපියල් 13 500ට විකිණීම

(3) වෙළෙන්දෙක්, ගෙඩියක් රුපියල් 12 බැගින් අඹ ගෙඩි 100 ක් මිලට ගත්තේ ය. ඉන් ගෙඩි 8ක් නරක් වීම නිසා ඉවත දමන ලද අතර ඉතිරි ගෙඩි, එකක් රුපියල් 20 බැගින් විකුණන ලදී. වෙළෙන්දා ලද ලාභය හෝ අලාභය සොයන්න.

4.2 ලාභ/අලාභ ප්‍රතිශත

රුපියල් 25ට මිල දී ගත් දෙඩම් ගෙඩියක් රුපියල් 40ට විකිණීමත්,
රුපියල් 20ට මිල දී ගත් පේර ගෙඩියක් රුපියල් 33ට විකිණීමත් යන අවස්ථා දෙක සලකමු.

දෙඩම් විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභය = රු 15
පේර විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභය = රු 13 වේ.

මෙහි දී ගත් මිල හෝ ලාභය හෝ සමාන නොවන බැවින් මීට පෙර උගත් ආකාරයට, වඩා වාසිදායක වෙළෙඳාම තීරණය කළ නොහැකි ය. එබැවින් ගත් මිල රුපියල් 100 වන විට එක් එක් වර්ගය අලෙවියෙන් ලැබෙන ලාභය සලකා බලමු.

		ගැනුම් මිල (රු)	ලාභය (රු)
දෙඩම්	ගෙඩි 1	25	15
	ගෙඩි 4	100	60
පේර	ගෙඩි 1	20	13
	ගෙඩි 5	100	65

මේ අනුව

රු 100කට මිල දී ගත් දෙඩම් විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභය රු 60කි.

එය $\frac{60}{100}$ හෝ 60% ලෙසට දැක්විය හැකි ය.

රු 100 කට මිල දී ගත් පේර විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභය රු 65කි.

එය $\frac{65}{100}$ හෝ 65% ලෙසට දැක්විය හැකි ය.

65% > 60% බැවින්, පේර විකිණීම වඩා වාසිදායක වේ.

ඉහත ආකාරයට භාණ්ඩයක ගත් මිල රුපියල් 100ක් ලෙස සැලකූවිට (ගත් විට) එය විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභය, **ගත් මිලෙහි ප්‍රතිශතයක් ලෙස දැක්** වූ විට, එයට ලාභ ප්‍රතිශතය යයි කියනු ලැබේ.

දී ඇති භාගයක් ප්‍රතිශතයක් ලෙස දැක්වීමට ඔබ මීට පෙර උගෙන ඇත.

ඒ අනුව ලාභය හෝ අලාභය, ගත් මිලෙහි භාගයක් ලෙස දක්වා එය ප්‍රතිශතයක් බවට පත් කිරීමෙන් ලාභ හෝ අලාභ ප්‍රතිශතය ගණනය කළ හැකි වේ.

නිදසුන 1

රු 60ට මිල දී ගත් සහල් 1 kg ක් රු 75ට විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභයත්, ලාභ ප්‍රතිශතයත් සොයන්න.

ලාභය = රු 75 – රු 60
= රු $\underline{\underline{15}}$

ලාභ ප්‍රතිශතය $= \dfrac{15}{60} \times 100\%$

$= \dfrac{\cancel{15}^{1}}{\cancel{60}_{\cancel{4}_{1}}} \times \cancel{100}^{25}\%$

$= \underline{\underline{25\%}}$

නිදසුන 2

වෙළෙන්දෙක් රු 300ට මිල දී ගත් ඔරලෝසුවක් 15% ක් ලාභ තබාගෙන විකුණන මිල සොයන්න.

පළමු ක්‍රමය

ගත් මිල (රු)	ලාභය (රු)	විකුණුම් මිල (රු)
100	15	115
200	30	230
300	45	345

∴ විකුණුම් මිල = රු 345

දෙවන ක්‍රමය

ලාභය = රු $300 \times \dfrac{15}{100}$
= රු 45

විකුණුම් මිල = රු (300 + 45)
= රු $\underline{\underline{345}}$

ගත් මිල (රු)	ලාභය (රු)
100	15
300	?

තෙවන ක්‍රමය

ලාභය 15% බැවින් රු 100ට ගත් ඔරලෝසුව රු 115ට විකුණයි.

∴ විකුණුම් මිල = රු $300 \times \dfrac{115}{100}$
= රු $\underline{\underline{345}}$

ගත් මිල (රු)	විකුණුම් මිල (රු)
100	115
300	?

නිදසුන 3

නිෂ්පාදන වියදම රු 750ක් වූ භාණ්ඩයක් එහි වූ පළුද්දක් නිසා 2% ක අලාභයක් සහිත ව විකුණන මිල සොයන්න.

පළමු ක්‍රමය

අලාභය = රු $750 \times \dfrac{2}{100}$
= රු 15

විකුණුම් මිල = රු 750 - රු 15
= රු $\underline{\underline{735}}$

ගත් මිල (රු)	අලාභය (රු)
100	2
750	?

දෙවන ක්‍රමය

2% ක් අලාභ බැවින් රු 100ට ගත් භාණ්ඩය රු 98ට විකුණයි.

ගත් මිල (රු)	විකුණුම් මිල (රු)
100	98
750	?

$\therefore$ විකුණුම් මිල $= \dfrac{98}{100} \times 750$

$=$ රු 735

නිදසුන 4

වෙළෙන්දකුට එක්තරා භාණ්ඩයක් රු 3 360ට විකිණීමෙන් 20% ක ලාභයක් ලැබිණි. ඔහු එය ගත් මිල සොයන්න.

පළමු ක්‍රමය

ගත්මිල රු 100 වන විට 20% ක ලාභයක් ලැබීමට විකුණුම් මිල රු 120 කි.

විකුණුම් මිල $=$ රු 3 360

එනම්, ගත් මිලෙන් 120% $=$ රු 3 360

ගත් මිල $=$ රු $3360 \times \dfrac{100}{120}$

$=$ රු 2 800

දෙවන ක්‍රමය

ගත් මිල (රු)	විකුණු මිල (රු)
100	120
x	3360

ගත් මිල $=$ රු x නම්

විකුණුම් මිල $=$ රු $\dfrac{120}{100} \times x$

$\therefore \dfrac{120}{100} \times x = 3\,360$

$x = \overset{28}{\cancel{3360}} \times \dfrac{100}{\cancel{120}_{1}}$

$= 2\,800$

$\therefore$ ගත් මිල $=$ රු 2 800

අභ්‍යාසය 4.2

(1) රු 120 කට ගත් ළමා ඇඳුමක් රු 150ට විකිණීමෙන් වෙළෙන්දෙකුට ලැබෙන
(i) ලාභය සොයන්න. (ii) ලාභ ප්‍රතිශතය සොයන්න.

(2) පළතුරු වෙළෙන්දෙක් රු 750 කට මිල දී ගත් අඹ තොගයකින් කොටසක් නරක් වීම නිසා ඔහුට විකුණා ගත හැකි වූයේ රු 735ක මුදලකට ය. වෙළෙන්දට සිදු වූ,
(i) අලාභය සොයන්න. (ii) අලාභ ප්‍රතිශතය සොයන්න.

(3) වෙළෙන්දෙක් රු 1 200ට මිල දී ගත් විදුලි උපකරණයක් රු 1 500ට විකුණයි. ඔහුට ලැබුණු ලාභ ප්‍රතිශතය සොයන්න.

(4) පිගන් මැටි භාණ්ඩ නිෂ්පාදනය කරන ආයතනයක නිමැවුම් වර්ග හතරක නිෂ්පාදන වියදම හා විකුණුම් මිල පහත වගුවේ දැක්වේ.

භාණ්ඩය	නිෂ්පාදන වියදම (රු)	විකුණුම් මිල (රු)
මල් පෝච්චිය	200	280
බිත්ති සැරසිල්ල	175	210
ජෝගුව	150	210
කෝප්පය	40	55

(i) ඉහත භාණ්ඩ විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභය හා ලාභ ප්‍රතිශතය වෙන වෙන ම සොයන්න.

(ii) වඩා ලාභදායි වන්නේ කුමන භාණ්ඩය නිෂ්පාදනය ද? පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(5) වෙළෙන්දෙක් රු 900.00ට බිත්තර තොගයක් මිල දී ගන්නා ලදී. ඉන් කොටසක් බිඳී යාම නිසා අපතේ ගිය අතර ඉතිරිය විකිණීමෙන් ඔහුට 3% ක අලාභයක් සිදු විය. එම බිත්තර විකිණීමෙන් ඔහු ලද මුදල සොයන්න.

(6) එළවළු වෙළෙඳසැලක හිමිකරුවෙක් එළවළු 1 kgක් ගත් මිල හා ඒවා විකිණීමෙන් ලබා ගැනීමට අපේක්ෂිත ලාභ ප්‍රතිශතය පහත දැක්වේ. අපේක්ෂිත ලාභ ප්‍රතිශතය ලබා ගැනීම සඳහා එක් එක් වර්ගයේ එළවළු 1 kgක් විකිණිය යුතු මිල වෙන වෙන ම සොයන්න.

එළවළු වර්ගය	1 kg ක ගැනුම් මිල (රු)	අපේක්ෂිත ලාභ ප්‍රතිශතය
බෝංචි	55	20%
කැරට්	70	30%
වම්බටු	45	12%
වට්ටක්කා	40	15%

(7) වෙළෙඳසැලක ඇති භාණ්ඩ කීපයක විකුණුම් මිල හා ඉන් ලබා ගන්නා ලාභ ප්‍රතිශත පහත වගුවේ දැක්වේ. වෙළෙන්දා එහි සඳහන් එක් එක් වර්ගයේ භාණ්ඩ මිල දී ගත්තේ කීයට ද යි වෙන වෙන ම සොයන්න.

භාණ්ඩය	විකුණුම් මිල (රු)	ලාභ ප්‍රතිශතය
ඔරලෝසුව	2 400	20%
පීරිසි කෝප්ප කට්ටලය	520	30%
විදුලි කේතලය	2 300	15%
උණුවතුර බෝතලය	558	24%

(8) එක්තරා කිරිපිටි වර්ගයක 400 g පැකට්ටුවක නිෂ්පාදන වියදම රු 180ක් වේ.

(i) නිෂ්පාදකයා 20% ක් ලාභ තබාගෙන සිල්ලර වෙළෙන්දෙකුට එය විකුණන මිල සොයන්න.

(ii) සිල්ලර වෙළෙන්ද 15% ක් ලාභ තබා ගෙන එය පාරිභෝගිකයාට විකුණන මිල සොයන්න.

(iii) කිරිපිටි පැකට්ටුවේ නිෂ්පාදන වියදමට වඩා කොපමණ මුදලක් පාරිභෝගිකයා ඒ වෙනුවෙන් වැය කරයි ද?

4.3 වට්ටම සහ කොමිස්

තාරක   සමන් අයියේ, මම ඊයේ පොතක් ගත්තා. ඒකේ මිල රුපියල් 140 යි. ඒත් මුදලාලි මගෙන් ගත්තේ රුපියල් 119 යි. එයා කිව්වා ඒ පොතට වට්ටමක් දෙනවා කියලා. මොකක් ද අයියේ වට්ටම කියන්නේ ?

සමන්   මල්ලි, වට්ටම කියන්නේ වෙළෙන්ද ලකුණු කරලා තියෙන මිලට වඩා යම් මුදලක් අඩු කරලා විකුණන කොට ඒ අඩුවන මුදලටයි.
භාණ්ඩයේ ලකුණු කරල තිබෙන මුදලෙන් ප්‍රතිශතයක් ලෙස තමයි වට්ටම දක්වන්නේ.

තාරක   එතකොට වෙළෙන්දට පාඩුයි නේ අයියේ.

සමන්   නෑ මල්ලි, ඒ ගොල්ලෝ මිල ලකුණු කරන්නේ ලාභයක් තියාගෙන. ඒ ලාභෙන් තමයි ඔය මිල අඩු කරන්නේ.
හිතන්නකෝ, රුපියල් 80ට ගත්තු පොතක් රුපියල් 140 යි කියලා මිල ලකුණු කරනවා. විකුණන කොට වට්ටමක් දීලා රුපියල් 119ට විකුණනවා. ඉතින් ලාභ නැද් ද?

තාරක   අනෙක අයියේ, වට්ටම් දෙන කොට වැඩි දෙනෙක් ඒ කඩේට බඩු ගන්න එනවනේ. එතකොට අලෙවිය වැඩිවෙනවා. එහෙම වුණාමත් ලාභය වැඩියි නේ ද?

සමන්   හරියට හරි, මල්ලිටත් ඔය තේරෙන්නේ.

තාරක   අපෙ තාත්තා ළඟදි ඉඩමක් විකුණුවා. එයා ගෙදර ඇවිත් අම්මා එක්ක කිව්වා " කොමිස් එක රුපියල් 25 000ක් වුණා" කියලා. එතකොට මේ කොමිස් කියන්නෙත් වට්ටම වගේ එකක් ද අයියේ?

සමන්   නෑ මල්ලි, අපි ඉඩමක්, වාහනයක්, ගෙයක් වගේ දෙයක් විකුණන විට ගැණුම්කාරයෝ හොයා ගන්න එක තරමක් අසීරුයි. අනෙක අපිට ඒවට ගත කරන්න කාලයකුත් නැහැනෙ. ඉතින් ඒ වගේ වෙලාවට අපට ගැණුම්කාරයෝ හොයල දෙන අය ඉන්නවා. එයාලට කියන්නේ, "තැරැව්කාරයෝ" කියලා තැරැව්කාරයෙකුගේ උදව්වෙන් අපි යමක් විකුණුව ම, එයාල කළ සේවයට ගෙවීමක් කරන්න ඕනේ. ඒකට තමයි "කොමිස්" එක කියලා කියන්නේ.
දැන් ඔය මල්ලිගේ තාත්තත්, ඉඩම විකුණලා ගත්ත සල්ලිවලින් රුපියල් 25 000ක් තැරැව්කාරයාට කොමිස් හැටියට ගෙවල තියෙනවා.

තාරක   අයියට බොහොම ස්තුතියි. මට මේවා කියල දුන්නට.

නිදසුන 5

වෙළෙන්දෙක් රු 3 400ක් ලෙස මිල ලකුණු කර ඇති භාණ්ඩයක් විකිණීමේ දී ලකුණු කළ මිලෙන් 5% ක වට්ටමක් ලබා දෙයි.

(i) ලබා දෙන වට්ටම කීය ද?
(ii) වට්ටම දී එම භාණ්ඩය විකුණන මිල සොයන්න.

(i) වට්ටම $= \text{රු } \overset{34}{\cancel{3400}} \times \dfrac{5}{\cancel{100}}$

$= \underline{\underline{\text{රු } 170}}$

(ii) $\therefore$ විකුණුම් මිල $= \text{රු } 3\,400 - 170$

$= \underline{\underline{\text{රු } 3\,230}}$

වට්ටම රු	ලකුණු කළ මිල (රු)	විකුණුම් මිල (රු)
5	100	95
?	3 400	?

(ii) වෙනත් ක්‍රමයක්;

වට්ටම 5% නිසා රු 100ක් වූ භාණ්ඩය රු 95ට විකුණයි.

විකුණුම් මිල $= \dfrac{95}{\cancel{100}} \times \overset{34}{\cancel{3400}}$

$= \underline{\underline{\text{රු } 3\,230}}$

$\therefore$ වට්ටම $= \text{රු } 3\,400 - 3\,230 = \underline{\underline{\text{රු } 170}}$

නිදසුන 6

රු 8 500ක් ලෙස මිල ලකුණු කර ඇති භාණ්ඩයක් රු 8 075ට විකුණයි. මෙහි දී ලබා දී ඇති වට්ටම් ප්‍රතිශතය සොයන්න.

වට්ටම $= \text{රු } 8\,500 - \text{රු } 8\,075$

$= \text{රු } 425$

වට්ටම් ප්‍රතිශතය $= \dfrac{\cancel{425}}{\underset{1}{\cancel{8500}}} \times \overset{5}{\cancel{100}}\,\%$

$= \underline{\underline{5\%}}$

නිදසුන 7

තැරැව්කරුවෙක් එක්තරා ඉඩමක් විකිණීම සඳහා විකුණුම් මිලෙන් 3% ක කොමිස් මුදලක් අය කරයි. ඔහු රු 750 000ට විකුණූ ඉඩමකින්,

(i) ලබා ගන්නා කොමිස් මුදල කීය ද?
(ii) ඉඩම් හිමියාට ලැබෙන මුදල කීය ද?

(i) කොමිස් මුදල $= $ රු 750 000 න් $\frac{3}{100}$

$= 750\,000 \times \frac{3}{100}$

$=$ රු 22 500

කොමිස් (රු)	විකුණුම් මිල (රු)
3	100
?	750 000

(ii) ඉඩම් හිමියාට ලැබෙන මුදල $=$ රු 750 000 – 22 500

$=$ රු 727 500

නිදසුන 8

එක්තරා බිස්කට් වර්ගයක අලෙවි නියෝජිතවරයෙකුට ඔහු අලෙවි කළ බිස්කට්වල වටිනාකමින් 5% ක් කොමිස් ලැබේ. එක් මාසයක දී ඔහුට කොමිස් ලෙස රු 18 300ක් ලැබුණි.

එම මාසයේ දී ඔහු අලෙවි කළ බිස්කට්වල වටිනාකම සොයන්න.

අලෙවි කළ බිස්කට්වල වටිනාකමින් 5 % = රු 18 300

එවිට අලෙවි කළ බිස්කට්වල වටිනාකම $= 18\,300 \times \frac{100}{5}$

$=$ රු 366 000

කොමිස් (රු)	අලෙවිය (රු)
5	100
18 300	?

වෙනත් ක්‍රමයක්

බිස්කට්වල වටිනාකම $=$ රු x නම්,

කොමිස් මුදල $= x \times \frac{5}{100} = 18\,300$

$\therefore x = 18\,300 \times \frac{100}{5}$

$\therefore$ බිස්කට්වල වටිනාකම $=$ රු 366 000

අභ්‍යාසය 4.3

(1) රු 28 000ක් ලෙස මිල ලකුණු කර ඇති ශීතකරණයක් විකිණීමේ දී 10% ක වට්ටමක් ලබා දෙයි.

(i) ශීතකරණයේ මිල අඩු කිරීම කොපමණ ද?
(ii) ශීතකරණය විකුණන මිල සොයන්න.

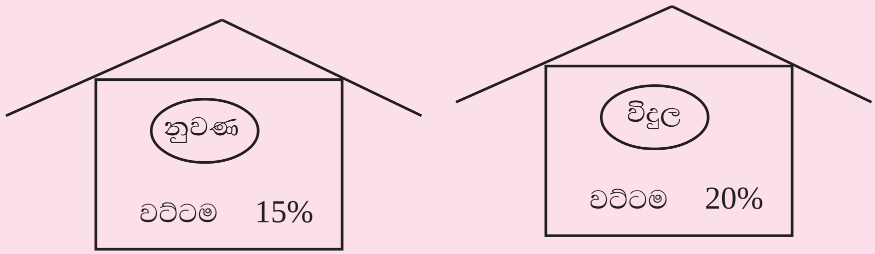
(2)

සේල් ! සේල් !! සේල් !!!
සියලු ම නිමි ඇඳුම් සඳහා 25% ක්
මිල අඩු කළා !!

උත්සව සමයක වෙළෙඳසැලක් ඉදිරිපිට ප්‍රදර්ශනය කර තිබූ පුවරුවක් ඉහත දැක්වේ. සුජාතා, මෙම වෙළෙඳසැලෙන් මිල රු 350 ක් වන කමිසයක් ද රු 700ක් වූ සාය දෙකක් ද රු 1 300ක් වූ කලිසමක් ද එකවර මිල දී ගත්තා ය. ඇයට,

(i) ලැබුණු වට්ටම් මුදල සොයන්න.
(ii) ගෙවීමට සිදු වූ මුදල සොයන්න.

(3)



මිල රු 1 200ක් ලෙස ලකුණු කර ඇති පොතක්,

(i) "නුවණ" පොත් සාප්පුවෙන් මිල දී ගැනීමේ දී පාරිභෝගිකයාට ලැබෙන වට්ටම් මුදල සොයන්න.
(ii) "විදුල" පොත් සාප්පුවෙන් මිල දී ගැනීමේ දී ලැබෙන වට්ටම් මුදල සොයන්න.
(iii) වැඩි වාසියක් ලැබෙන්නේ කවර පොත් සාප්පුවෙන් මිල දී ගැනීමෙන් ද?
(iv) වට්ටම් ප්‍රතිශතය හා (iii) හි පිළිතුර අතර සම්බන්ධතාව කුමක් ද?
(v) විදුල පොත් සාප්පුව ඉහත සඳහන් පොතේ විකුණුම් මිල රු. 1 300ක් ලෙස ලකුණු කළේ නම්, එවිට වඩා වාසිදායක වන්නේ කවර පොත් සාප්පුවෙන් පොත මිල දී ගැනීම ද?
පිළිතුරට හේතුව පැහැදිලි කරන්න.

(4) වෙළෙන්දෙක් භාණ්ඩයක් මිලට ගෙන 25% ක් ලාභ ලැබෙන සේ එහි මිල ලකුණු කරයි. එය අත්පිට මුදලට විකිණීමේ දී ලකුණු කළ මිලෙන් 4% ක වට්ටමක් ලබා දෙයි. ඔහු එය අත්පිට මුදලට රු 840ට විකුණන්නේ නම්,

(i) එහි ලකුණු කළ මිල සොයන්න.
(ii) වෙළෙන්දා එය ගත් මිල සොයන්න.

(5) "මිහිර" පොත් සාප්පුව සාහිත්‍ය මාසය වෙනුවෙන් සැප්තැම්බර් මාසයේ දී පොත් මිල දී ගන්නා පාරිභෝගිකයන්ට ලබා දෙන වට්ටම් පහත පරිදි වේ.

පොත්වල වටිනාකම

රු 5 000 ට වඩා වැඩිවන විට 30%
රු 3 000 සිට රු 5 000 දක්වා 25%
රු 1 000 සිට රු 3 000 දක්වා 20%
රු 1 000 දක්වා 15%

සැප්තැම්බර් මාසයේ දී මෙම පොත් සාප්පුවට ගිය නිමේෂා රු 880ක් ද තාරක රු 3 050ක් ද ලක්ෂිකා රු. 2 900 ක් ද වටිනා පොත් මිල දී ගත්හ.

(i) තිදෙනාට අත්වන වට්ටම් මුදල් වෙන වෙන ම සොයන්න.
(ii) පොත් සඳහා එක් එක් අයට ගෙවීමට සිදුවන මුදල වෙන වෙන ම සොයන්න.
(iii) තමා, වැඩි වටිනාකමක් ඇති පොත් මිල දී ගත්තත්, වැඩි ගෙවීමක් කර ඇත්තේ ලක්ෂිකා බව තාරක පවසයි.
ඉහත ප්‍රකාශයට ඔබ එකඟ වන්නේ ද? ඊට හේතුව සඳහන් කරන්න.
(iv) ලක්ෂිකා තම පොත් ගොන්නට, රු 105ක් වටිනා තවත් පොතක් ඇතුළත් කළේ නම්, ඉහත දී තාරක කළ ප්‍රකාශය තවදුරටත් වලංගුවන්නේ ද? පිළිතුර පැහැදිලි කරන්න.

(6) එක්තරා ඉඩම් වෙන්දේසිකරුවෙක් ඉඩමක් වෙන්දේසි කළ මුදලින් 3% ක් කොමිස් අය කරයි. ඉඩමක් රු 800 000ට විකුණා දීමෙන්,
(i) වෙන්දේසිකරුට ලැබෙන කොමිස් මුදල සොයන්න.
(ii) ඉඩම් හිමියාට ලැබෙන මුදල සොයන්න.

(7) එක්තරා වාහනයක් රු 1 200 000ක මුදලකට විකිණීමෙන් තැරැව්කරුට රු. 48 000ක කොමිස් මුදලක් ලබා දෙන ලදී. ලබා දුන් කොමිස් ප්‍රතිශතය සොයන්න.

(8) එක්තරා තැරැව්කරුවෙකු නිවසක් විකිණීමට භාර ගත්තේ 5% ක කොමිස් මුදලක් අයකිරීමේ එකඟතාවය ඇතිව ය. ඔහුට කොමිස් මුදල ලෙස රු 35 000ක් ලැබුණේ නම්, නිවස විකුණූ මුදල සොයන්න.

සුළු පොලිය 05

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ✸ මුල් මුදල, මුළු මුදල හා පොලී අනුපාතිකය යන පද පැහැදිලි කිරීම
- ✸ දෙන ලද වාර්ෂික හෝ මාසික පොලී අනුපාතයකට දෙන ලද මුදලකට හෝ දෙන ලද කාලයකට අනුව ගෙවිය යුතු පොලිය ගණනය කිරීම
- ✸ දෙන ලද මුදලකට අදාළ ව ගෙවා ඇති පොලිය දී ඇති විට ඒ සඳහා අය කරන ලද පොලී අනුපාතිකය සෙවීම
- ✸ දෙන ලද මුදලකට සහ කිසියම් කාලයකට අදාළ ව ගෙවන ලද පොලිය දන්නාවිට ඒ සඳහා ගත වූ කාලය සෙවීම
- ✸ දෙන ලද කාලයකට සහ දෙන ලද පොලී අනුපාතිකයකට අදාළ ව ගෙවන ලද පොලිය දී ඇති විට මුල් මුදල සෙවීම
- ✸ පොලිය සසඳමින් තීරණ ගැනීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

5.1 පොලිය

අපගේ බැංකුවේ මුදල් තැන්පත් කරන *ඔබට* 18% *වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ ආකර්ෂණීය පොලියක් ගෙවනු ලැබේ. ඔබත් අද ම යස ඉසුරු ගිණුමක ඔබේ මුදල් තැන්පත් කර මාසික ව ඔබට හිමි පොලිය ලබා ගන්න*

ඔබත් නිවසක් ඉදිකරන්නේ ද ? *ඔබේ ණය අවශ්‍යතා සඳහා* *එන්න අප වෙත* *නිවාස ණය සඳහා වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය* 20% *දක්වා* *පොලිය අඩුකර ඇත.*

ඉහත දක්වෙන දැන්වීම් දෙක පිළිබඳ ඔබේ අවධානය යොමු කරන්න.

පළමු වැන්නේ බැංකුවක මුදල් තැන්පත් කරන්නෙකුට හිමිවන **පොලිය** ගැන කියවේ.

බැංකුවක මුදල් තැන්පත් කරන්නෙකුට ඔහු තැන්පත් කළ මුදල වෙනුවෙන් බැංකුව වාර්ෂික ව හෝ මාසික ව ඔහු වෙත හිමිකර දෙන ප්‍රතිලාභ මුදල **පොලිය** නම් වේ.

මුදල් තැන්පත් කිරීමේ දී තැන්පත් කරන්නාට පොලිය හිමි වේ.

දෙවැන්නේ ආයතනයකින් ණය ලබා ගන්නා අය ගෙවිය යුතු **පොලිය** පිළිබඳ කියැවේ.

කිසියම් මුදලක් ණයට ගත් විට එම ණය මුදල ලබාදීම වෙනුවෙන් මුදල් හිමිකරුවාට මුදල් ලබා ගත් අය විසින් ගෙවනු ලබන අතිරේක මුදල **පොලිය** නම් වේ.

ණයට මුදල් ලබාගැනීමේ දී ලබාගන්නා අය විසින් මුදල් හිමිකරුවාට පොලියක් ගෙවිය යුතු ය.

දැන් අපි මෙම පාඩමේ දී හමුවන වෙනත් තාක්ෂණික පද කිහිපයක් හඳුනා ගනිමු.

18 % සුළු පොලියට රුපියල් 25 000ක් ණයට ගත් අයෙක් වසර 2 කට පසු රු 34 000ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වෙයි.

* මෙහි ණයට ගත් මුදල වන රු 25 000 මුල් මුදල ලෙස හඳුන්වයි.
* මුල් මුදල යනු ණයට ගත් මුදල හෝ මුදල් තැන්පත් කිරීමක දී නම් තැන්පත් කළ මුදල වේ.
  රු 34 000 මුළු මුදල ලෙස හඳුන්වයි.
  මුළු මුදල යනු ණයට ගත් මුදල සහ පොලියේ එකතුවකි.

මුළු මුදල

තැන්පත් කළ මුදල + පොලිය
(මුල් මුදල + පොලිය)

ණයට ගත් මුදල + පොලිය
(මුල් මුදල + පොලිය)

මුළු මුදල වන රු 34 000 න් ණයට ගත් මුදල වන රු 25 000 අඩු කළ විට ලැබෙන්නේ ණය මුදල වෙනුවෙන් ගෙවා ඇති පොලියයි.

මුදල් තැන්පත් කිරිමේ දී
ලැබෙන පොලිය = මුළු මුදල - තැන්පත් කළ මුදල (මුල් මුදල)
මුදල් ණයට ගැනීමේ දී
ගෙවන පොලිය = මුළු මුදල - ණයට ගත් මුදල (මුල් මුදල)

පොලී අනුපාතිකය

තැන්පතු සඳහා වසරකට 18%ක සුළු පොලියක්

මෙහි අදහස රු. 100ක් තැන්පත් කළ අයෙකුට වසරක කාලයක් සඳහා රු 18ක පොලියක් හිමිවන බවයි.

ණය සඳහා 3% ක මාසික පොලියක්

මෙහි අදහස ණයට ගත් රු 100ක් වෙනුවෙන් මසකට ගෙවිය යුතු පොලිය රුපියල් 3ක් බවයි.

* පොලිය ගණනය කිරීමේ දී මුල් මුදල පදනම් කර ගනී.
* පොලිය සඳහන් කිරීමේ දී එය ප්‍රතිශතයක් ලෙස දක්වයි.
* පොලිය ගණනය කිරීමේ දී වාර්ෂික ව හෝ මාසික ව හෝ ඇතැම් විට දෛනික ව එය ගණනය කරයි.

5.2 සුළු පොලිය ගණනය කිරීම

නිදසුන 1

(1) රු 25 000ක මුදලක් 20% වාර්ෂික සුළු පොලියට ණයට ගත් අයෙක් වසරක් අවසානයේ දී ණය මුදල සහ පොලිය ගෙවා එයින් නිදහස් වේ.

(i) වසර සඳහා ඔහු ගෙවිය යුතු පොලිය කීය ද?

(ii) ණයෙන් නිදහස් වීමට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල කොපමණ ද?

(i) රු 100 කට අවුරුදු 1 ට පොලිය $=$ රු. 20

$\therefore$ රු 25 000 කට අවුරුදු 1 ට පොලිය $=$ රු. $\frac{20}{100} \times 25000$

$=$ රු. 5 000

(ii) ණයෙන් නිදහස්වීමට ඔහු ගෙවිය යුතු මුළු මුදල $=$ රු. 25 000 + 5 000

$=$ රු. 30 000

නිදසුන 2

(2) රු 15 000ක ණය මුදලක් 16 % වාර්ෂික සුළු පොලියට ණයට ගත් අයෙක් වසර තුනකට පසු ණය මුදල පොලියත් සමග ආපසු ගෙවයි.

(i) ණය මුදල සඳහා වසරකට ගෙවිය යුතු පොලිය සොයන්න.

(ii) ණය මුදල සඳහා වසර තුන වෙනුවෙන් ගෙවිය යුතු පොලිය සොයන්න.

(iii) ණයෙන් නිදහස් වීමට ඔහු ගෙවිය යුතු මුළු මුදල කොපමණ ද?

(i) රු 100 කට අවු 1ට පොලිය $=$ රු. 16

රු 15 000 කට අවු 1ට පොලිය $=$ රු. $\frac{16}{100} \times 15000$

$=$ රු. 2 400

රු 15 000 කට අවු 3ට පොලිය $=$ රු. $2\ 400 \times 3$

$=$ රු. 7 200

(ii) ණයෙන් නිදහස්වීමට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල $=$ රු. 15 000 + රු. 7 200

$=$ රු. 22 200

මේ අනුව එක් වසරකට ගෙවිය යුතු පොලී මුදල සොයාගත් පසු ඒ අනුව ඕනෑ ම කාලයක් සඳහා අදාළ පොලී මුදල ගණනය කරගත හැකි ය. මේ ආකාරයට ගණනය කරනු ලබන පොලිය, සුළු පොලිය ලෙස හැඳින්වේ.

තැන්පතු සහ ණය සඳහා ගෙවනු ලබන සුළු පොලිය ගණනය කිරීමේ දී සාධක තුනක් පදනම් කර ගනී.

1. මුදල (ණය මුදල හෝ තැන්පත් කළ මුදල)
2. **කාලය** (ණය පියවීමට ගතවූ කාලය හෝ මුදල් තැන්පතු ලෙස පැවති කාලය)
3. **පොලී අනුපාතිකය.**

අභ්‍යාසය 5.1

(1) රු 5 000ක් ණයට ගත් අයෙක් වසරකට පසු රු 5 750 ගෙවා ණයෙන් නිදහස් විය. ඔහු ගෙවන ලද පොලී මුදල කීය ද?

(2) රු 24 000ක් ණයට ගත් අයෙක් වසරක් තුළ රු 2 310 බැගින් වූ සමාන වාරික 12 කින් එම ණය මුදල ගෙවයි. ඔහු ගෙවන ලද මුළු පොලිය කීය ද?

(3) රු 30 000ක් සුළු පොලියට ණයට ගත් අයෙක් වසර 3 කට පසු ණයෙන් නිදහස් වීමට රු 40 800ක් මුළු මුදල වශයෙන් ගෙවන ලදී.
(i) ඔහු වසර 3 වෙනුවෙන් ගෙවන ලද පොලිය කීය ද?
(ii) ඒ අනුව වසරක් සඳහා කොපමණ පොලියක් ගෙවා තිබේ ද?

(4) 18% වාර්ෂික සුළු පොලියට රු 40 000ක් ණයට ගත් අයෙක් වසරක් සඳහා ගෙවිය යුතු පොලිය ගණනය කරන්න.

(5) 24% ක වාර්ෂික සුළු පොලියක් ගෙවන මූල්‍ය සමාගමක රු 25 000ක් තැන්පත් කරන නිමාලි වසරකට පසුව පොලියත් සමග එම මුදල ලබා ගනී.
(i) වසර සඳහා ඇයට හිමිවන පොලිය කීය ද?
(ii) වසර අවසානයේ ඇය ලබා ගත් මුළු මුදල කොපමණ ද?

(6) උකස් ආයතනයකින් රන් භාණ්ඩ තබා රු 30 000ක් ණයට ගත් සිතුමිණි වසරකට පසු උකස බේරා ගනී. එම ආයතනය 24% ක වාර්ෂික පොලියක් අය කරයි. වසර අවසානයේ රන් භාණ්ඩ බේරා ගැනීමට ඇය ගෙවිය යුතු මුළු මුදල කොපමණ ද?

(7) ස්ථිර තැන්පතු සඳහා 18% ක වාර්ෂික සුළු පොලියක් ගෙවන මූල්‍ය ආයතනයක රු 75 000ක ස්ථිර තැන්පතුවක් ආරම්භ කළ දිලීප වසරකට පසු තම මුදල පොලියත් සමග ආපසු ලබා ගනී. ඔහුට ලැබෙන මුළු මුදල කොපමණ ද?

(8) ව්‍යාපාරිකයෙක් මාසයකට 5% බැගින් සුළු පොලියට රු 20 000ක් ණයට ගත්තේ සෑම මාසයක් අවසානයේ දී ම ඊට අදළ පොලියත් ව්‍යාපාරය දියුණු වූවාට පසු මුදලත් ගෙවන පොරොන්දුව පිට ය.
(i) මාසයක් අවසානයේ දී ඔහු ගෙවන පොලිය කොපමණ ද?
(ii) මාස 6ක් තුළ ඔහු ගෙවා ඇති මුළු පොලිය කොපමණ ද?
(iii) මාස 18 කට පසු ඔහුට ණය මුදල ආපසු ගෙවීමට හැකිවූයේ නම් ඒ වන විට ඔහු ගෙවන ලද මුළු පොලිය කොපමණ ද?

(9) එක්තරා බැංකුවක් ස්ථිර තැන්පතු සඳහා 1.5% ක මාසික පොලියක් ගෙවයි. සිරිමල් රු. 75 000ක් වසරක කාලයක් සඳහා එහි තැන්පත් කරයි. ඊට හිමිවන පොලිය ඔහු මාස්පතා බැංකුවෙන් ලබා ගනී. ඔහුට මසකට ලැබෙන පොලිය කොපමණ ද?

(10) මුදල් පොලියට ලබා දෙන පුද්ගලයෙකුගෙන් 20% වාර්ෂික සුළු පොලියට රු 30 000ක් ණයට ගත් සුනිමල් වසර තුනකට පසු එකවර පොලිය සමග මුදල ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වේ. ඔහු විසින් ගෙවිය යුතු මුළු මුදල කොපමණ ද?

(11) "සණස" ණය දෙන සමිතියක 8% වාර්ෂික සුළු පොලියට තම සාමාජිකයන්ට ණය ලබා දේ. ණය මුදල පොලියත් සමග සමාන වාරිකවලින් ගෙවිය හැකි ය. සාමාජිකයන් පස් දෙනෙකු ලබා ගත් ණය පිළිබඳ එහි ගිණුම් පොතකින් උපුටාගත් කොටසක් පහත දැක්වේ. එහි හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

නම	ලබාගත් ණය මුදල (රුපියල්)	ගෙවීමට ගිවිස ගත් කාලය	ගෙවිය යුතු මුළු පොලිය රු.	ගෙවිය යුතු මුළු මුදල රු.	ගෙවීමට ගිවිස ගත් වාරික ගණන	පොලියත් සමග වාරිකයක අගය
කසුන්	15 000	අවු 2	....	....	24	....
දිලීප	36 000	අවු 3	....	....	36	....
කුමුදිත	18 000	අවු $1\frac{1}{2}$	....	....	18	....
මලිත	30 000	අවු $2\frac{1}{2}$	....	....	30	....
සිතුමිණි	12 000	මාස 6	....	....	6	....

(12) රජයේ සේවකයකු වන නිමල් තමාට හිඟ වැටුප් ලෙස ලැබුණු රු 120 000ක මුදලින් රු 50 000ක් 18% ගෙවන බැංකුවක වසරක් සඳහා ස්ථිර තැන්පතුවක් ලෙස තැන්පත් කරයි. ඉතිරි රු 70 000 යොදා ඉඩමක් මිල දී ගත්තේ ය.

(i) වසරක් අවසානයේ ඔහුට බැංකුවෙන් ලැබෙන පොලිය කොපමණ ද?

(ii) වසරක් අවසානයේ දී ඉඩමේ වටිනාකම 20% කින් ඉහළ ගිය විට ඔහු එය විකුණන ලදී. ඉන් ඔහුට ලැබෙන ලාභය කොපමණ ද?

(iii) බැංකුවේ තැන්පත් කළ මුදල යොදා එම ඉඩමේ තවත් කැබැල්ලක් ඔහුට මිල දී ගත හැකි ව තිබිණි. එසේ නො කිරීමෙන් ඔහුට සිදු වූ වාසිය හෝ අවාසිය කොපමණ ද?

(13)

රුපියල් 50 000 කට වැඩි ස්ථිර තැන්පතු සඳහා 12% ක සුළු පොලියක් වාර්ෂික ව ගෙවනු ලැබේ.

ඉහත දක්වා ඇත්තේ පෞද්ගලික මූල්‍ය ආයතනයක් පළ කළ දැන්වීමක කොටසකි.

(i) මුදල් තැන්පත් කළ හැක්කේ 1 000 හි ගුණාකාර පමණක් නම් 12% ක සුළු පොලියක් ලැබීමට තැන්පත් කළ යුතු අවම මුදල කොපමණ ද?

(ii) ඔහු රු. 80 000 තැන්පත් කළේ නම් වසරකට ලැබෙන පොලිය කොපමණ ද?

(iii) රුපියල් p මුදලක් අවුරුදු t කාලයට තැන්පත් කළ අයෙකුට අවුරුදු t වලින් පසු ලැබෙන මුළු මුදල $p\left(1+\frac{3t}{25}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

(මෙහි $p > 50000$ වේ.)

(14)

3% ක මාසික පොලියක්		24% ක වාර්ෂික පොලියක්

මූල්‍ය ආයතන දෙකක පොලී අනුපාතිකයන් දැක්වෙන ප්‍රකාශයන් දෙකක් ඉහත දැක්වේ. ශුභ සාධක සමිතියක මාසික ව එකතු වූ රු 48 000ක මුදලක් තැන්පත් කිරීම සඳහා ඉහත සඳහන් ආයතන දෙකෙන් එකක් තෝරා ගැනීමට අවශ්‍ය වී ඇත.

(i) ඒ සඳහා වඩා වාසිදායක වන්නේ කවර මූල්‍ය ආයතනය තෝරා ගැනීම ද? පොලී අනුපාතික පදනම් කර ගනිමින් ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(ii) ඔබ තීරණය කළ ආයතනයේ මුදල් තැන්පත් කිරීමෙන් සමිතියට අත්වන වාසිය කොපමණ ද?

5.3 වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය සෙවීම

නිදසුන 3

රු 30 000ක් ණයට ගත් මිනිසෙක් වසර 4ක් අවසානයේ මුළු මුදල වශයෙන් රු 44 400ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් විය. ණය සඳහා අය කළ වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

රු 30 000 සඳහා වසර 4ට ගෙවන ලද පොලිය = රු 44 400 – රු 30 000

= රු 14 400

$\therefore$ රු 30000 සඳහා වසර 1 කට පොලිය = රු $\dfrac{14400}{4}$

= රු 3 600

රු 100ක් සඳහා වසර 1 කට පොලිය = රු $\dfrac{3600}{30000} \times 100$

= රු 12

$\therefore$ වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය = 12%

අභ්‍යාසය 5.2

(1) පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

(a)

	මුල් මුදල	කාලය	පොලිය	වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය
(i)	රු 200	අවු 1	රු 36	. . . .
(ii)	රු 50	අවු 1	රු 06	. . . .
(iii)	රු 400	අවු 3	රු 96	. . . .
(iv)	රු 3 000	අවු 1 මාස 6	රු 720	. . . .
(v)	රු 15 000	අවු 1	රු 1 125	. . . .

(b)

	මුදල	කාලය	පොලිය	මසකට පොලී අනුපාතිකය
(i)	රු 5 000	අවු 6	රු 2 700	. . . .
(ii)	රු 10	අවු 1	රු 3	. . . .
(iii)	රු 50	අවු 2	රු 24	. . . .

(2) රු 25 000ක් ණයට ගත් මිනිසෙකුට වසර දෙකක් අවසානයේ ණයෙන් නිදහස් වීමේ දී රු 7 000ක පොලියක් ගෙවීමට සිදු විය. ණය මුදල සඳහා අය කර ඇති පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

(3) උකස් ආයතනයකට රන් භාණ්ඩ තබා රු 36 000ක් ලබාගත් පියසීලි වසර තුනකට විදේශ ගතවෙයි. ඇය යළි දිවයිනට පැමිණි විගස රන් භාණ්ඩ බේරා ගැනීමේ දී රු 58 680ක් ගෙවීමට සිදුවිය. උකස් ආයතනය අය කර ඇති පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

(4) 24% පොලියට බැංකුවකින් රු 200 000ක් ණයට ගත් මිනිසෙක් එය ණය අවශ්‍යතා ඇති අයට පෞද්ගලිකව පොලියට ලබා දේ.

(i) ණය මුදල වෙනුවෙන් වසරකට ඔහු බැංකුවට ගෙවිය යුතු පොලිය කොපමණ ද?

(ii) පෞද්ගලිකව මුදල් පොලියට දීමෙන් වසරක් තුළ රු. 24 000ක ලාභයක් උපයා ගැනීමට ඔහු අපේක්ෂා කරයි. අපේක්ෂිත ලාභය ලැබීමට නම් ඔහු ණය ලබා දිය යුතු පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

(5) පහත දැක්වෙන වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

	පොලිය දැක්වෙන ප්‍රකාශය	පොලී අනුපාතිකය		
		මසකට	වසරකට	කාර්තුවකට
(i)	රු 50 කට මාස 2 කට රු 3	....	....	....
(ii)	රු 300 කට මාස 6 කට රු 36	....	....	....
(iii)	රු 18 000 ට මාස 18 කට රු 3 240	....	....	....
(iv)	රු 48 000 ට අවු $2\frac{1}{2}$ ට රු 14 400	....	....	....

(6) කපිල 12% සුළු පොලියට රු 12 000ක් ණයට ගත්තේ ය. ඊට මාස 4 කට පසු ඔහු එම පොලියට ම තවත් රු 8 000ක් ණයට ගත්තේ ය. පළමු වැනි ණය මුදල ගැනීමෙන් අවුරුද්දකට පසු ණය මුදල් දෙකෙන් ම නිදහස් වෙයි.

(i) රු 12 000ක ණය මුදල සඳහා අවුරුද්දට ගෙවිය යුතු පොලිය ගණනය කරන්න.

(ii) එම ණයෙන් නිදහස් වීමට කොපමණ මුදලක් ආපසු ගෙවිය යුතු ද?

(iii) දෙවැනි ණය මුදලෙන් නිදහස් වීමට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල සොයන්න.

5.4 ණයට දුන් මුදලේ කාලය සෙවීම

නිදසුන 4

21% සුළු පොලියට රු. 75 000ක් ණයට ගත් අයෙක් යම් කාලයකට පසු පොලිය ලෙස රු. 47 250ක් ගෙවන ලදි. ඔහු මුදල ණයට ගත්තේ කොපමණ කාලයකට ද?

ණයට ගත් මුදල $= \text{රු } 75\,000$

රු 75 000 සඳහා වසරකට පොලිය $= \text{රු } 75\,000 \times \dfrac{21}{100}$

$= \text{රු } 15\,750$

ගෙවන ලද මුළු පොලිය $= \text{රු } 47\,250$

ගත වූ කාලය $= \text{අවු } \dfrac{47\,250}{15\,750}$

$= \underline{\underline{\text{අවු } 3}}$

> මේ අනුව කාලය $= \dfrac{\text{මුළු පොලී මුදල}}{\text{වාර්ෂික පොලී මුදල}}$

අභ්‍යාසය 5.3

(1) රු 25 000ක් 8% වාර්ෂික පොලියට ණයට ගත් විට පොලිය රු 4 000ක් වන්නේ කොපමණ කාලයකට ද?

(2) රු 50 000ක් 11% සුළු පොලියට ණයට ගත් මිනිසෙකු එක්තරා කාලයකට පසු රු 66 500ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වේ. ඔහු ණයෙන් නිදහස් වී ඇත්තේ කොපමණ කාලයකට පසුව ද?

(3) රු 60 000ක් $7\frac{1}{2}$% සුළු පොලියට ණයට දීමෙන් පොලිය වශයෙන් රු 4 500ක් අයකර ගනී. ඒ කවර කාලයක් සඳහා ද?

(4) මසකට 2% සුළු පොලියට මුදල් ණයට දෙන පුද්ගලයකු ණයට දී ඇති මුදල් ප්‍රමාණය රු 240 000 කි. ඔහුට පොලිය වශයෙන් රු 38 400ක මුදලක් උපයා ගත හැකි වන්නේ මාස කීයක් ගත වූ විට ද?

(5) පෞද්ගලික බැංකුවකින් 18% සුළු පොලියට රු 150 000ක් ණයට ගත් මුදල් පොලියට දෙන පුද්ගලයකු, එම මුදල් මසකට 3% බැගින් පොලියට ලබා දේ.
   (i) ඔහු වසරකට පෞද්ගලික බැංකුවට ගෙවිය යුතු පොලිය කොපමණ ද?
   (ii) මසක් තුළ ඔහු මුදල් පොලියට දීමෙන් ලබන පොලිය කොපමණ ද?
   (iii) බැංකුවට ගෙවන පොලිය උපයා ගැනීමට ඔහුට ගත වන කාලය කොපමණ ද?
   (iv) මාස 3 කින් බැංකුවට ගෙවන පොලිය උපයා ගැනීමට නම් ඔහු ණය ලබා දිය යුතු පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

5.5 මුල් මුදල සෙවීම

මාසික ව ගෙවිය හැකි වාරිකයට සරිලන සේ ණය ලබා ගැනීමට හෝ තැන්පතු මුදලකට මාසිකව ලැබෙන පොලිය කල් තබා තීරණය කිරීමට අපට සිදුවේ. එවැනි අවස්ථාවල දී අදාළ තොරතුරු දී ඇති විට මුල් මුදල සොයාගැනීමේ හැකියාව තිබිය යුතු ය.

නිදසුන 5

මූල්‍ය සමාගමක් 16% සුළු පොලියට මුදල් ණයට ලබා දීමෙන් වර්ෂයක දී රු 224 000 ක පොලියක් උපයා ගනී. එම සමාගම ණයට දී ඇති මුදල් ප්‍රමාණය සොයන්න.

පොලිය රු 16 ක් ලබා ගැනීමට වසරකට
ණයට දිය යුතු මුදල $=$ රු 100

පොලිය රු 224 000 ලබා ගැනීමට ණයට දිය යුතු මුදල $= \frac{100}{16} \times 224\,000$

$=$ රු $\underline{\underline{1\,400\,000}}$

අභ්‍යාසය 5.4

(1) ශුභ සාධක සමිතියක් එහි සාමාජිකයන්ට සෑම වසරක ම දෙසැම්බර් 31 දිනට ඇති තැන්පතු සඳහා 12% ක සුළු පොලියක් ගෙවයි. සුජිත්ගේ පසුගිය වසර අවසානයේ ලද පොලිය රු 168 කි. ඔහු නමින් තැන්පත් කර තිබූ මුදල කීය ද?

(2) ව්‍යාපාරිකයෙක් මසකට 4% පොලියට මසක් ඇතුළත ගෙවීමේ පොරොන්දුව පිට මුදලක් ණයට ලබාගත් අතර ලබා ගත් මුදල පිළිබඳ ඔහු තබා ගත් සටහන අස්ථානගත විය. එහෙත් ඒ සඳහා පොලී ගෙවා ලබාගත් රිසිට් පතේ සඳහන් පොලි මුදල වූයේ රු. 1 800 කි. ඔහු ණයට ගත් මුදල කොපමණ ද?

(3) මූල්‍ය සමාගමක් තැන්පතු සඳහා 13% ක් පොලියක් ගෙවන අතර ණය සඳහා 20% පොලියක් අය කරයි. එම සමාගමේ එක්තරා වර්ෂයක වාර්ෂික ගිණුම් වාර්තාවේ කොටසක් පහත දැක්වේ. (සෑම වසරක ම අවසානයේ තැන්පතු සඳහා පොලිය ගණනය කරයි.)

නිකුත් කළ මුළු ණය ප්‍රමාණය $=$
ඒ සඳහා ලද පොලිය $=$ රු 280 000
මුළු තැන්පතු ප්‍රමාණය $=$
ඒ සඳහා ගෙවන ලද පොලිය $=$ රු 195 000
වාර්ෂිකව සමාගම ලැබූ ලාභය $=$

ගිණුම් වාර්තාවේ තීන්ත පැල්ලම් වැටී ඇති ස්ථාන 3ට අදාළ සංඛ්‍යාවන් සොයන්න.

(4) එක්තරා ණය මුදලක් සඳහා 12% සුළු පොලිය යටතේ අවුරුදු 3ක් සඳහා ගෙවන ලද පොලිය රු. 12 600ක් නම් ණය මුදල සොයන්න.

(5) 15% වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකයකට මුදල් ණයට ගත් පුද්ගලයකු වසර 2 කට පසු පොලිය ලෙස ගෙවූ මුදල රු. 14 400 කි. ඔහු ණයට ගත් මුදල සොයන්න.

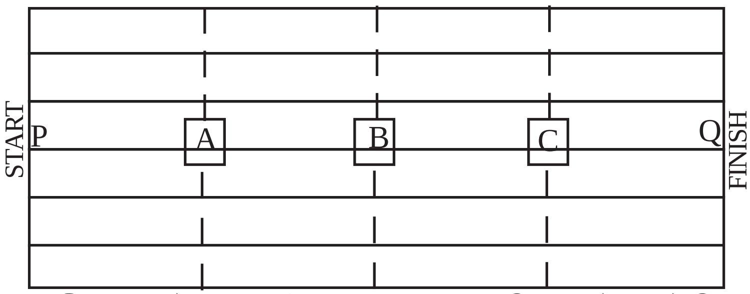
06 වීජීය ප්‍රකාශන

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ✸ බල හා මූල රහිත වීජීය ප්‍රකාශන සඳහා ආදේශ කිරීම හා සුළු කිරීම
- ✸ ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ලබා ගැනීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

6.1 ආදේශය



ගුණරතන විද්‍යාලයේ ගණිත දින වැඩ සටහනෙහි 8 ශ්‍රේණියේ සිසුන් සඳහා පැවැති තරගයට පිටිය සූදනම් කර තිබූ ආකාරය රූපයේ දැක්වේ. තරගකරුවන් හය දෙනෙකු P ස්ථානයෙන් තරගය ආරම්භ කර Q හි දී අවසන් කළ යුතු යි. මුලින් ම Q වෙත පැමිණි තිදෙනා ජයග්‍රාහකයෝ වෙති. තරගකරුවන් පහත සඳහන් කොන්දේසි පිළිපැදිය යුතු ය.

- ✸ A හි තිබෙන පෙට්ටියෙන් x ඇතුළත් වීජීය ප්‍රකාශනයක් අහඹු ලෙස තෝරා ගැනීම
- ✸ B හි තිබෙන පෙට්ටියෙන් x සඳහා අගයක් අහඹු ලෙස තෝරා ගැනීම
- ✸ C හි රැඳී, ප්‍රකාශනයට අගය ආදේශ කිරීම
- ✸ Q වෙත පැමිණ පිළිතුර ලබාගත් ආකාරය ප්‍රකාශ කිරීම

මෙම තරගයෙන් ප්‍රථම ස්ථානය දිනා ගත් "සංඛ්‍යා" නිවාසයේ සුජිත් සිය විස්තරය ඉදිරිපත් කළේ මෙසේ ය.

"A හි දී මට ලැබුණ ප්‍රකාශනය $4x-3$ යි. B හි දී ලැබුණ x හි අගය 2යි. $4x-3 = 4\times x-3$ නිසා $x=2$ ආදේශ කළ විට $4\times 2-3$ ලෙස ප්‍රකාශනය ලැබෙනවා. එය $8-3=5$ වේ. ඒ නිසා $4x-3$ ට $x=2$ ආදේශ කළ විට ලැබෙන අගය 5 යි."

නිඛිල ආදේශයෙන් වීජීය ප්‍රකාශනවල අගය සෙවීම 8 ශ්‍රේණියේ දී උගත් නිසා තරගයේ ජයග්‍රාහකයා වීමට හැකි වූ බව සුජිත්ගේ අදහස විය.

6.2 ආදේශ කිරීම මගින් එක් විචල්‍යයක් සහිත ප්‍රකාශනවල අගය සෙවීම

නිදසුන 1

$x = (-2)$ වන විට $4x - 3$ හි අගය සොයන්න.

$$\begin{aligned}4x - 3 &= (4 \times x) - 3\\ &= 4 \times (-2) - 3\\ &= (-8) - 3\\ &= \underline{\underline{-11}}\end{aligned}$$

නිදසුන 2

$a = \dfrac{1}{2}$ වන විට $4a - 5$ හි අගය සොයන්න.

$$\begin{aligned}4a - 5 &= (4 \times a) - 5\\ &= \cancel{4}^{2} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}} - 5\\ &= 2 - 5\\ &= \underline{\underline{-3}}\end{aligned}$$

නිදසුන 3

$p = -\dfrac{2}{3}$ වන විට $5p + 1$ හි අගය සොයන්න.

$$\begin{aligned}5p + 1 &= (5 \times p) + 1\\ &= \left(\frac{5}{1} \times -\frac{2}{3}\right) + 1\\ &= \left(-\frac{10}{3}\right) + 1\\ &= -3\frac{1}{3} + 1\\ &= \underline{\underline{-2\frac{1}{3}}}\end{aligned}$$

අභ්‍යාසය 6.1

(1) $x = \frac{2}{3}$ ට පහත සඳහන් ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $2x$ (ii) $3x$ (iii) $4x$ (iv) $5x$

(2) හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

(i) $x = 2$ වන විට

$3x+1 = 3 \times x + 1$
$= 3 \times \ldots + \ldots$
$= \ldots + \ldots$
$= \ldots$

(ii) $a = \frac{1}{3}$ වන විට

$3a - 1 = 3 \times a - 1$
$= 3\times \ldots\ldots -1$
$= \ldots - 1$
$= \ldots$

(iii) $p = -\frac{3}{4}$ වන විට

$2p + 3 = 2 \times p + 3$
$= \ldots\times \ldots+3$
$= \ldots + \ldots$
$= \ldots$

(3) $x = 3, a = -2, \ p = \frac{1}{3}$ හා $y = -\frac{2}{3}$ නම් පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $2x + 5$ (ii) $3a + 8$ (iii) $3p + 2$

(iv) $3y - 1$ (v) $5 - 3x$ (vi) $a - 7$

(vii) $2 + 2p$ (viii) $6y + 3$ (ix) $\frac{2}{3}x + 1$

(x) $10 + 2p$ (xi) $5 - 3p$ (xii) $-y + 2$

6.3 ආදේශ කිරීම මගින්, විචල්‍යයන් එකකට වැඩි ගණනක් සහිත වීජීය ප්‍රකාශනවල අගය සෙවීම

නිදසුන 4

$x = 3$ හා $y = \frac{1}{2}$ නම් $2x - 3y$ හි අගය සොයන්න.

$$\begin{aligned}
2x - 3y &= (2 \times x) - (3 \times y) \\
&= (2 \times 3) - \left(3 \times \frac{1}{2}\right) \\
&= 6 - \frac{3}{2} \\
&= \frac{12 - 3}{2} \\
&= \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

නිදසුන 5

$a = 3$ හා $b = -\dfrac{1}{2}$ නම් $2a - 3b$ හි අගය සොයන්න.

$$
\begin{aligned}
2a - 3b &= (2 \times a) - (3 \times b)\\
&= (2 \times 3) - \left[3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]\\
&= (2 \times 3) - \left[-\frac{3}{2}\right]\\
&= 6 + \frac{3}{2}\\
&= 6 + 1\frac{1}{2}\\
&= \underline{\underline{7\frac{1}{2}}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන 6

$a = \dfrac{2}{5}$, $b = -\dfrac{1}{3}$ හා $c = 2$ වන විට $2a + 3b - c$ හි අගය සොයන්න.

$$
\begin{aligned}
2a + 3b - c &= (2 \times a) + (3 \times b) - c\\
&= \left(2 \times \frac{2}{5}\right) + \left[\overset{1}{\cancel{3}} \times \left(-\frac{1}{\cancel{3}}\right)\right] - 2\\
&= \frac{4}{5} + \left[-1\right] - 2\\
&= \frac{4}{5} - 1 - 2\\
&= \frac{4}{5} - 3\\
&= \frac{4}{5} - \frac{15}{5}\\
&= -\frac{11}{5}\\
&= \underline{\underline{-2\frac{1}{5}}}
\end{aligned}
$$

අභ්‍යාසය 6.2

(1) $x = 2$ හා $y = (-3)$ වන විට පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $2x + 3y$ (ii) $3x + 2y$ (iii) $5x - 3y$ (iv) $x - 5y$

(2) $a = 3$ හා $b = \frac{3}{4}$ වන විට පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $3a - 4b$ (ii) $2a + b$ (iii) $a - 4b$
(iv) $3a - 2b$ (v) $a + 2b - 6$ (vi) $5a - 3b$

(3) $p = \frac{1}{2}$, $q = -\frac{1}{3}$ හා $r = 2$ වන විට පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $2p + 3q$ (ii) $4p + 3q + r$ (iii) $p + q + r$
(iv) $6p + 3q + 2r$ (v) $2p - 6q + 2r$ (vi) $3p - q - 2r$

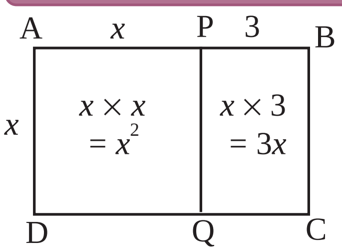
(4) පහත දැක්වෙන වගුව සම්පූර්ණ කරමින් x හි එක් එක් අගයයන්ට ගැළපෙන y හි අගයයන් සොයන්න.

$y = 2x + 3$

x	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$2x$			-2				
$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$
$2x + 3$			$-2 + 3 = 1$				
y			1				

(5) වෘත්තයක පරිධිය 2 r යන්නෙන් දැක්වේ. $= \frac{22}{7}$ හා $r = 3\frac{1}{2}$ cm නම් වෘත්තයේ පරිධිය සොයන්න.

6.4 ද්විපද ප්‍රකාශනයක්, ද්විපද ප්‍රකාශනයකින් ගුණ කිරීම



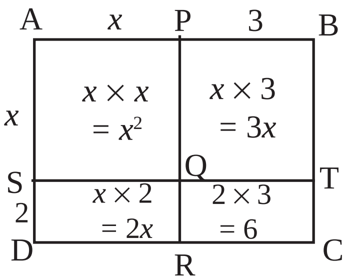
$3x$ x^2

$x(x + 3) = x^2 + 3x$

වීජීය පදයක් හා වීජීය පදයක් හෝ සංඛ්‍යාවක්, + හෝ – ලකුණෙන් සම්බන්ධ වූ පද දෙකක් ඇතුළත් ප්‍රකාශන ද්විපද ප්‍රකාශනයි.

$x(x + 3) = x^2 + 3x$ ලෙස වරහන් ඉවත් කර සුළු කිරීමට 8 ශ්‍රේණියේ දී ඔබ ඉගෙන ගෙන ඇත.
වීජීය ප්‍රකාශනයක්, වීජීය පදයකින් ගුණ කිරීම සිදු වන අයුරු මින් පැහැදිලි වේ.

ABCD සෘජුකෝණාස්‍රය, APQS සමචතුරස්‍රයටත් PBTQ, SQRD හා QTCR සෘජුකෝණාස්‍රවලටත් වෙන්කර ඇති ආකාරය රූපසටහනේ දැක්වේ.



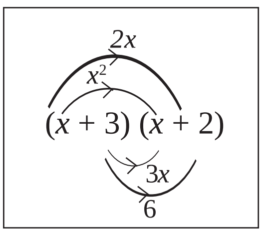
ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග $= (x + 3)$
ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ පළල $= (x + 2)$
ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය
$= (x + 3)(x + 2)$

කොටස් වෙන වෙන ම ගත් විට ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය } = APQS ව.ඵ. + PBTQ ව.ඵ. + SQRD ව.ඵ. + QTCR ව.ඵ.
$= x^2 + 3x + 2x + 6$

ඉහත අවස්ථා දෙකෙහි ම දැක්වෙන්නේ ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය ම නිසා

$$
\begin{aligned}
(x + 3)(x + 2) &= x^2 + 3x + 2x + 6\\
&= x^2 + 5x + 6
\end{aligned}
$$

ඒ අනුව පද දෙකක් ඇතුළත් ප්‍රකාශනයක් වන ද්විපද ප්‍රකාශනයක් තවත් ද්විපද ප්‍රකාශනයකින් ගුණ කිරීමේ දී එය සිදුවන ආකාරය මෙසේ දැක්විය හැකි ය.



$$
\begin{aligned}
&(x + 3)(x + 2)\\
&= x(x + 2) + 3(x + 2)\\
&= x^2 + 2x + 3x + 6\\
&= x^2 + 5x + 6
\end{aligned}
$$

නිදසුන 7

$(x + 5)(x + 2)$ සුළු කරන්න.

$$
\begin{aligned}
&(x + 5)(x + 2)\\
&= x(x + 2) + 5(x + 2)\\
&= x^2 + 2x + 5x + 10\\
&= \underline{\underline{x^2 + 7x + 10}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන 8

$(x + a)(x + b)$ සුළු කරන්න.

$$
\begin{aligned}
&(x + a)(x + b)\\
&= x(x + b) + a(x + b)\\
&= x^2 + bx + ax + ab\\
&= \underline{\underline{x^2 + (a + b)x + ab}}
\end{aligned}
$$

අභ්‍යාසය 6.3

(1) පහත දැක්වෙන ද්විපද ප්‍රකාශන සුළු කරන්න

(i) $(x + 5)(x + 3)$ (ii) $(x + 1)(x + 10)$ (iii) $(3 + x)(2 + x)$

(iv) $(a + 4)(a + 3)$ (v) $(p + a)(p + \mathrm{b})$ (vi) $(2 + y)(8 + y)$

(vii) $(y + 6)(y + 1)$ (viii) $(\mathrm{m} + 5)(\mathrm{m} + 2)$ (ix) $(10 + a)(a + 3)$

(x) $(\mathrm{p} + 7)(\mathrm{p} + a)$ (xi) $(\mathrm{p} + a)(\mathrm{p} + \mathrm{b})$

(2) (i) $(x + 4)(x + 2)$ මගින් වර්ගඵලය දැක්වෙන සෘජුකෝණාස්‍රය, එම මිනුම් ඇතුළත් දළ සටහනකින් දක්වන්න.

(ii) එම සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $x^2 + 2x + 4x + 8$ බව රූප සටහන ඇසුරෙන් පෙන්වන්න.

(iii) ඉහත (i) හි සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග ඒකක 2 කින් වැඩි කර, පළල ඒකක 1කින් අඩු කළ විට ලැබෙන නව සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $x^2 + 7x + 6$ බව පෙන්වන්න.

(iv) $x = 5$ නම්, දිග හා පළල වෙනස් වීමෙන් පසු ඉහත (iii) හි සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය, මුල් සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලයට වඩා වර්ග ඒකක 3ක් වැඩි බව පෙන්වන්න.

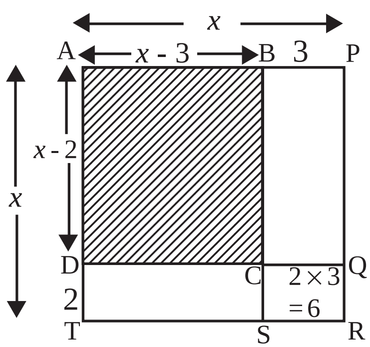
(3) පැත්තක දිග 30 m වූ සමචතුරස්‍රාකාර පිට්ටනියක් වටා පිටතින් පළල මීටර් x වූ පාරක් ඇත.

(i) පාරත් සමග පිට්ටනියේ වර්ගඵලය x ඇසුරෙන් දක්වන්න.

(ii) පාරේ වර්ගඵලය x ඇසුරෙන් දක්වන්න.

(iii) $x = 5$ m නම් පාරේ වර්ගඵලය සොයන්න.

6.5 ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය තවදුරටත්



අඳුරු කර ඇති ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග $= x - 2$

පළල $= x - 3$

අඳුරු කර ඇති ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ ව.ඵ. $= (x - 2)(x - 3)$

කොටස් වෙන් වෙන් වශයෙන් ගත්විට ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ APRT ව.ඵ. $-$ BPRS ව.ඵ. $-$ DQRT ව.ඵ. $+$ CQRS ව.ඵ.

$= x^2 - 3x - 2x + 6$

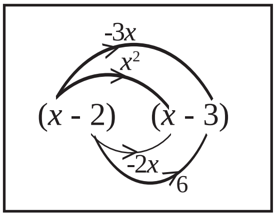
$= x^2 - 5x + 6$

(CQRS හි වර්ගඵලය දෙවරක් ම අඩු වූ නිසා අවසානයේ එක් වරක් එකතු කර ඇත.)

ඉහත අවස්ථා දෙකෙන් ම දැක්වෙන්නේ ABCD අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය නිසා

$$(x-2)(x-3) = x^2 - 3x - 2x + 6 = x^2 - 5x + 6$$

ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය නැවතත් පෙර පරිදි ම ලබා ගත හැකි බව පැහැදිලි වේ.



$$= x^2 - 3x - 2x + 6$$
$$= \underline{\underline{x^2 - 5x + 6}}$$

$x \times x$	$= x^2$
$x \times (-3)$	$= -3x$
$x \times (-2)$	$= -2x$
$(-2) \times (-3)$	$= 6$

නිදසුන 9

$(x-5)(x-1)$ සුළු කරන්න.

$(x-5)(x-1)$
$= x(x-1) - 5(x-1)$
$= x^2 - x - 5x + 5$
$= \underline{\underline{x^2 - 6x + 5}}$

නිදසුන 10

$(x-5)(x+2)$ සුළු කරන්න.

$(x-5)(x+2)$
$= x(x+2) - 5(x+2)$
$= x^2 + 2x - 5x - 10$
$= \underline{\underline{x^2 - 3x - 10}}$

නිදසුන 11

$(x-5)(x+5)$ සුළු කරන්න.

$(x-5)(x+5)$
$= x(x+5) - 5(x+5)$
$= x^2 + 5x - 5x - 25$
$= \underline{\underline{x^2 - 25}}$

නිදසුන 12

$(x-a)(x-b)$ සුළු කරන්න.

$(x-a)(x-b)$
$= x(x-b) - a(x-b)$
$= x^2 - bx - ax + ab$
$= \underline{\underline{x^2 - (a+b)x + ab}}$

අභ්‍යාසය 6.4

(1) පහත දැක්වෙන ද්විපද ප්‍රකාශන සුළු කරන්න.

(i) $(x-3)(x-7)$ (ii) $(x-1)(x-10)$ (iii) $(5-x)(2-x)$
(iv) $(x-7)(x+1)$ (v) $(a+2)(a-5)$ (vi) $(p-7)(p+3)$
(vii) $(a-10)(a-5)$ (viii) $(10-p)(2-p)$ (ix) $(a+3)(8-a)$
(x) $(7+a)(7-a)$

(2) සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග ඒකක x ද, පළල ඒකක y ද වේ. එහි දිගින් ඒකක 2ක් ද පළලින් ඒකක 1ක් ද අඩු කරන ලදි. අලුත් සෘජුකෝණාස්‍රයේ
(i) දිග
(ii) පළල
(iii) වර්ගඵලය, x හා y ඇසුරෙන් දක්වන්න.

වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක 07

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ✸ පද හතරක් සහිත වීජීය ප්‍රකාශනවල පද දෙකෙන් දෙක පොදු සාධක වෙන් කිරීම මගින් ප්‍රකාශනය සාධක දෙකක ගුණිතයක් සේ ලිවීම
- ✸ වර්ගජ ප්‍රකාශනයක සාධක නිවැරදි ව වෙන් කිරීම
- ✸ වර්ග දෙකක අන්තරයේ සාධක වෙන් කිරීම

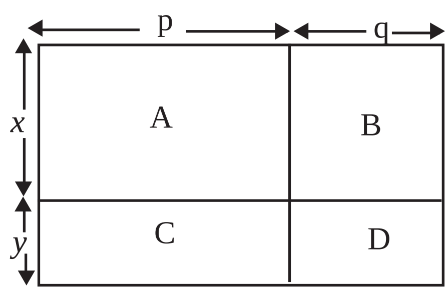
යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

ඔබ 8 වන ශ්‍රේණියේ දී ලබා ගත් සාධක දැනුම නැවත මතක් කර ගැනීම සඳහා පහත දී ඇති වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක ලියන්න.

අභ්‍යාසය 7.1

(i) $2k - 12$	(ii) $3x^2 - 5xy$
(iii) $2ab - 8a + 4a^2$	(iv) $5x^2 - 15xy - 20xy^2$
(v) $30y^2 - 6y - 6$	(vi) $8c^2 - 6cd + 2c$
(vii) $12a^3 - 36a^2b - 24ab^2$	(viii) $6p - 24p^2 + 30p^3$

7.1 පද හතරක් සහිත වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක



රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය A, B, C හා D සෘජුකෝණාස්‍ර හතරෙහි වර්ගඵල එකතුවට සමාන වේ.

කොටස් එකතුව ගෙන වර්ගඵලය සොයා ගැනීම

A, B, C හා D කොටස්වල මුළුවර්ගඵලය	$= px + qx + py + qy$
සම්පූර්ණ රූපයේ මුළු දිග	$= p + q$
පළල	$= x + y$
මුළු වර්ගඵලය	$= (p + q)(x + y)$
එබැවින් $px + qx + py + qy$	$= (p + q)(x + y)$ වේ.

වීජීය ප්‍රකාශනය ගැන විමසා බැලීමේ දී

$px + qx + py + qy$ යන ප්‍රකාශනයේ සාධක $(p + q)$ හා $(x + y)$ ලෙස ලිවිය හැකි වේ.

$(p + q)\,(x + y)$ පද ප්‍රසාරණයෙන් ද ඔබට මෙහි සත්‍යතාව වඩාත් පැහැදිලිවනු ඇත.

$= p(x + y) + q(x + y)$

$= px + py + qx + qy$

පද දෙක බැගින් ගෙන පොදු සාධක වෙන් කොට ලිවීමෙන් ද, ඉහත ප්‍රකාශනයේ සාධක $(x+y)\,(p+q)$ බව පැහැදිලි කර ගත හැකිය.

$$
\begin{aligned}
& px + py + qx + qy \\
= \; & p(x + y) + q\,(x + y) \\
= \; & \underline{\underline{(x + y)\;(p + q)}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන 1

$3a - 6c + 2ak - 4ck$ යන්නෙහි සාධක සොයන්න. මෙම ප්‍රකාශනයේ පද 2 බැගින් ගෙන පොදු සාධක වෙන් කිරීමෙන් $3(a - 2c) + 2k(a - 2c)$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

$$
\begin{aligned}
3a - 6c + 2ak - 4ck &= 3(a - 2c) + 2k(a - 2c) \\
&= (a - 2c)\,(3 + 2k) \qquad [(a - 2c) \text{ පොදු සාධකයක් නිසා}]
\end{aligned}
$$

$(a - 2c)\,(3 + 2k)$ ප්‍රකාශන ගුණ කිරීමෙන් මෙම සාධකවල නිවැරදිතාවය පරීක්ෂා කළ හැකි ය.

$$
\begin{aligned}
& (a - 2c)\,(3 + 2k) \\
&= a(3 + 2k) - 2c\,(3 + 2k) \\
&= 3a + 2ak - 6c - 4ck
\end{aligned}
$$

නිදසුන 2

$c^2 - 3c + bc - 3b$ හි සාධක සොයන්න.

$$
\begin{aligned}
& c^2 - 3c + bc - 3b \\
&= c(c - 3) + b(c - 3) \\
&= \underline{\underline{(c - 3)\,(c + b)}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන 3

$x^2 + xy - x - y$ හි සාධක සොයන්න.

$$
\begin{aligned}
& x^2 + xy - x - y \\
&= x(x + y) - 1(x + y) \\
&= \underline{\underline{(x + y)\,(x - 1)}}
\end{aligned}
$$

අභ්‍යාසය 7.2

පද දෙකෙන් දෙක පොදු සාධක වෙන් කරමින් පහත දී ඇති ප්‍රකාශනවල සාධක සොයන්න. එම සාධක ගුණ කිරීමෙන් ලැබෙන ප්‍රකාශනවල නිවැරදිතාව පරීක්ෂා කරන්න.

(1) $ab + ac + 2b + 2c$

(2) $p^2 - pq + 3pr - 3qr$

(3) $ax - ay - bx + by$

(4) $pr + pt - qr - qt$

(5) $2pq + 6ps - 5q - 15s$

(6) $x^2 + 2xy - 3x - 6y$

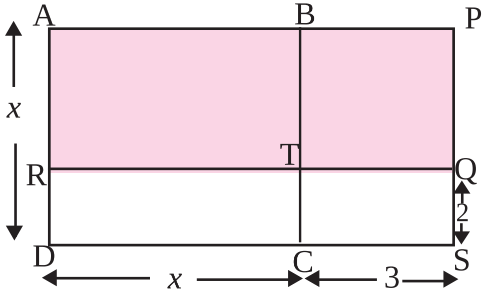
(7) $2ab - 2ac + b - c$

(8) $x^2 - 3xy - 6x + 18y$

(9) $4 - 4a + c - ac$

(10) $k - kl - l + l^2$

7.2 වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක



රූපයේ දැක්වෙන ABCD සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග ඒකක x වේ. BP දිග ඒකක 3 කි. DR දිග ඒකක 2කි. APQR සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය විමසා බලමු.

AP දිග $= x + 3$

AR පළල $= x - 2$

APQR වර්ගඵලය $= (x + 3)\,(x - 2)$

APQR වර්ගඵලය = APSD වර්ගඵලය − SDRQ වර්ගඵලය

$$= x(x + 3) - 2(x + 3)$$
$$= x^2 + 3x - 2x - 6$$
$$= \underline{\underline{x^2 + x - 6}}$$

මෙම වර්ගඵලය පහත ආකාරයට ද සෙවිය හැකි ය.

APQR හි වර්ගඵලය = ABTR වර්ගඵලය + BPQT වර්ගඵලය

$$= x(x - 2) + 3(x - 2)$$
$$= x^2 - 2x + 3x - 6$$
$$= \underline{\underline{x^2 + x - 6}}$$

සියලු ම ප්‍රකාශන සලකා බැලීමෙන්

$x^2 + x - 6 = (x + 3)\,(x - 2)$ බව පැහැදිලි වේ.

මේ අනුව $x^2 + x - 6$ යන්නෙහි සාධක $(x + 3)$ හා $(x - 2)$ වේ.

මෙම වීජීය ප්‍රකාශනයේ සාධක සෙවීම පහත පරිදි ද විමසා බලමු.

$x^2 + x - 6$ වීජීය ප්‍රකාශනය විමසීමෙන් x^2 පදයේ හා නියත අගයේ ගුණිතය $-6x^2$ වේ. $-6x^2$ හි සාධක ලියූ විට පහත දැක්වෙන සාධක යුගලයන් ලැබේ.

$$-6x^2 \rightarrow \begin{cases} -6x \times +x \\ 6x \times (-x) \\ \boxed{+3x \times (-2x)} \longrightarrow 3x + (-2x) = +x \\ -3x \times 2x \end{cases}$$

සාධක යුගලයේ වීජීය එකතුව ප්‍රකාශනයේ මැද පදය වූ $+x$ වීම සඳහා ලබා ගත යුතු සාධක යුගලය වන්නේ $+3x$ හා $-2x$ වේ.

එවිට $x^2 + x - 6$ ප්‍රකාශනය

$x^2 + 3x - 2x - 6$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

$$x^2 + x - 6 = x^2 + 3x - 2x - 6$$
$$= x(x + 3) - 2(x + 3)$$
$$= \underline{\underline{(x + 3)\,(x - 2)}}$$

නිදසුන 4

$+12y^2$

$+1y \times (+12y)$
$-1y \times (-12y)$
$+2y \times (+6y)$
$-2y \times (-6y)$
$\boxed{+3y \times +4y}$
$-3y \times (-4y)$

$y^2 + 7y + 12$ යන්නෙහි සාධක ලියන්න.
y^2 පදයේ හා නියත පදයේ ගුණිතය $+12y^2$ වේ.

මේ සාධක යුගල අතරෙන් ප්‍රකාශනයේ මැද පදය වූ $+7y$ වීජීය එකතුව ලෙස ලැබෙන්නේ $+3y$ හා $+4y$ සාධක යුගලයෙන් පමණකි.
$3y + 4y = +7y$

එබැවින්

$y^2 + 7y + 12$
$= y^2 + 3y + 4y + 12$
$= y(y + 3) + 4(y + 3)$
$= \underline{\underline{(y + 3)(y + 4)}}$

නිදසුන 5

$-24a^2$

$-a \times (+24a)$
$+a \times (-24a)$
$+2a \times (-12a)$
$-2a \times (+12a)$
$+3a \times (-8a)$
$-3a \times (+8a)$
$\boxed{4a \times (-6a)}$
$-4a \times (+6a)$

$a^2 - 2a - 24$ සාධක සොයන්න.
a^2 පදය හා නියත පදයෙහි ගුණිතය $-24a^2$

මෙම සාධක යුගල අතරෙන් $-2a$ මැද පදය ලබා ගැනීමට සුදුසු සාධක යුගලය වන්නේ
$+4a$ හා $-6a$ වේ.
$4a + (-6a) = -2a$

$a^2 - 2a - 24$
$= a^2 + 4a - 6a - 24$ ලෙස ප්‍රකාශනය සකස් කර ගත යුතු ය.
$= a(a + 4) - 6(a + 4)$
$= \underline{\underline{(a + 4)(a - 6)}}$

නිදසුන 6

$30 - 17k + k^2$ සාධකවලට වෙන් කරන්න.
නියත පදයෙත් k^2 පදයේත් ගුණිතය $+30k^2$

මෙම සාධක යුගල අතරෙන් $-17k$ මැද පදය ලබා ගන්නට සුදුසු සාධක යුගලය වන්නේ
$-2k$ හා $-15k$ යන සාධක යුගලයයි.

ඒ අනුව

$30 - 17k + k^2$

$= 30 - 2k - 15k + k^2$ ලෙස ප්‍රකාශනය සකස්කර 2 හා $-k$

$= 2(15 - k) -k(15 - k)$ පොදු සාධක ලෙස ගත්විට

$= \underline{\underline{(15 - k)(2 - k)}}$ ලැබේ.

වර්ගජ ප්‍රකාශනය පොදු සාධකයක් සහිතව දී ඇති විටක දී පළමුව පොදු සාධකය වරහනකින් පිටත සඳහන් කළ යුතු වේ. ඉන්පසු ව වරහන තුළ වූ වර්ගජ ප්‍රකාශනය සාධකවලට වෙන් කළ යුතු වේ. ඒ සඳහා පහත නිදසුන සලකා බලමු.

නිදසුන 7

$18 + 15a - 3a^2$ හි සාධක සොයන්න.

$18 + 15a - 3a^2$

$= 3(6 + 5a - a^2)$

වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ a^2 පදයේ හා නියත පදයේ ගුණිතය $-6a^2$ වේ.

$-6a^2$ සඳහා සියලු සාධක ගැනීමෙන්

$-6a^2$ හි සාධක යුගල අතරෙන් මැද පදය වූ $+5a$ වීජීය එකතුව ලෙස ගැනීමට නිවැරදි සාධක යුගලය $-a$ හා $+6a$ වේ.

එබැවින්

$18 + 15a - 3a^2$

$= 3[6 + 5a - a^2]$

$= 3[6 + 6a - a - a^2]$

$= 3[6(1 + a) -a(1 + a)]$

$= 3[(1 + a)(6 - a)]$

$= \underline{\underline{3(1 + a)(6 - a)}}$

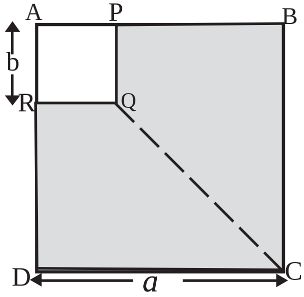
අභ්‍යාසය 7.3

පහත දැක්වෙන වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක ලියන්න.

සාධකවල ගුණිතය ලිවීමෙන් සාධකවල නිවැරදිතාව පරීක්ෂා කරන්න.

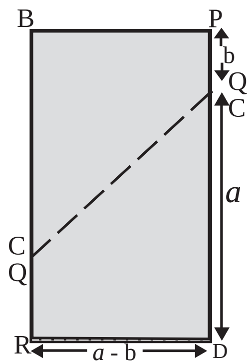
(1) $a^2 + 8a + 12$	(2) $y^2 + 3y - 18$	(3) $p^2 - 3p - 40$
(4) $q^2 - 11q + 24$	(5) $r^2 - r - 30$	(6) $l^2 - 19l + 18$
(7) $s^2 + 3s - 70$	(8) $c^2 + 9c + 20$	(9) $36 + 15k + k^2$
(10) $16 + 6x - x^2$	(11) $30 - 7c - c^2$	(12) $45 - 18y + y^2$
(13) $24 + 23x - x^2$	(14) $42 - 11z - z^2$	(15) $54 + 15d - d^2$
(16) $54 - 15f + f^2$	(17) $3x^2 - 24x + 36$	(18) $45 + 30y + 5y^2$
(19) $72 - z - z^2$	(20) $48 - 14g + g^2$	

7.3 වර්ග දෙකක අන්තරයේ සාධක



රූපසටහනෙන් ඔබ වෙත ඉදිරිපත්කර ඇත්තේ පාදයක දිග a වූ ABCD සමචතුරස්‍රයක් තුළ පාදයක දිග b වූ APQR සමචතුරස්‍රයක් පිහිටා ඇති ආකාරයකි. මෙහි අඳුරු කළ කොටසෙහි වර්ගඵලය ගණනය කරමු.

සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලවල වෙනස සැලකීමෙන් අඳුරු කර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය $a^2 - b^2$ වේ. අඳුරු කළ කොටස CQ රේඛාව ඔස්සේ කොටස් දෙකකට වෙන්කර රූපයේ පෙනෙන ආකාරයට සැකසීමෙන් පාදයක දිග $(a + b)$ වූ ද පළල $(a - b)$ වූ ද සෘජුකෝණාස්‍රයක් ලබා ගත හැකිවේ.



ඒ අනුව අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය $= (a + b)(a - b)$ වේ.
එබැවින් $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ වේ.

ඒ අනුව $a^2 - b^2$ යන්නෙහි සාධක $(a + b)$ හා $(a - b)$ වේ.

$(a + b)(a - b)$
$= a^2 - ab + ab - b^2$
$= \underline{a^2 - b^2}$

ද්විපද ගුණිතය ගැනීමෙන් ලැබෙන ප්‍රතිඵලය $a^2 - b^2$ බව ඔබට පෙනී යනු ඇත.

නිදසුන 8

$x^2 - 25$ සාධක සොයන්න.

$x^2 - 25$
$= x^2 - 5^2$
$= \underline{\underline{(x + 5)(x - 5)}}$

නිදසුන 9

$16x^2 - 9y^2$ සාධක සොයන්න.

$16x^2 - 9y^2$
$= (4x)^2 - (3y)^2$
$= \underline{\underline{(4x + 3y)(4x - 3y)}}$

නිදසුන 10

$1 - 100p^2$ සාධක සොයන්න.

$1 - 100p^2$
$= 1^2 - (10p)^2$
$= \underline{\underline{(1 + 10p)(1 - 10p)}}$

නිදසුන 11

$3 - 12q^2$ සාධක සොයන්න.

$3 - 12q^2$
$= 3(1 - 4q^2)$
$= 3[1^2 - (2q)^2]$
$= \underline{\underline{3(1 + 2q)(1 - 2q)}}$

මෙම ගැටලුව මෙම ආකාරයෙන් ද සාධකවලට වෙන් කළ හැකි වේ.

$3 - 12y^2$

$= 3(1 - 4y^2)$

වරහන තුළ ප්‍රකාශනයේ දෙවන බලයේ පදයේත් නියත අගයේත් ගුණිතය $-4y^2$ වේ. y අඩංගු වූ පදයක් ප්‍රකාශනය තුළ නොමැති බැවින් $-4y^2$ සාධකවල වීජීය එකතුව ශුන්‍යය වන සේ සාධක සොයා ගත යුතු වේ.

$-4y^2 \to y \times -4y$

$-4y^2 \to -y \times +4y$

$-4y^2 \to \boxed{+2y \times -2y}$

සාධකවල වීජීය එකතුව ශුන්‍යය වන්නේ ($+2y$ හා $-2y$ සාධක යුගලයේ දී) පමණකි.

එබැවින්

$3[1 - 4y^2]$

$= 3[1 + 2y - 2y - 4y^2]$

$= 3[1(1 + 2y) - 2y(1 + 2y)]$

$= 3[(1 + 2y)(1 - 2y)]$

$= \underline{\underline{3(1 + 2y)(1 - 2y)}}$

අභ්‍යාසය 7.4

පහත දී ඇති ප්‍රකාශනවල සාධක සොයන්න.

(1) $y^2 - 9$	(2) $p^2 - 36$	(3) $25 - a^2$
(4) $4 - 9k^2$	(5) $4x^2 - 36y^2$	(6) $a^2b^2 - 1$
(7) $18c^2 - 2$	(8) $4z^2 - 100$	(9) $125k^2 - 5$
(10) $27d^2 - 48$	(11) $3x^3 - 243x$	(12) $5m^2 - 3125n^2$

සාධක සෙවීමේ දී පද මාරු කළ යුතු වන අවස්ථාවල දී ප්‍රකාශනයේ නිවැරැදිතාව ආරක්ෂා වන සේ පද මාරු කර ලිවිය යුතු වේ.

නිදසුන 12

$ax + by - ay - bx$ මෙහි පළමු පද දෙකෙහි පොදු සාධක නැත. අවසන් පද දෙකට ද පොදු සාධක නැත.

3 වන හා 4 වන පද මාරුකර ලිවීමෙන් හෝ 1 වන පදය අවසානයට ලිවීමෙන්

$ax - ay - bx + by$	$by - ay - bx + ax$
$= a(x - y) - b(x - y)$	$y(b - a) - x(b - a)$
$= \underline{\underline{(x - y)(a - b)}}$	$\underline{\underline{(b - a)(y - x)}}$

නිදසුන 13

$pq - 6 + 3q - 2p$ මෙම ප්‍රකාශනයේ මුල් පද දෙකට පොදු සාධක නැත අවසන් පද දෙකට පොදු සාධක නැත. තුන්වන පදය දෙවන ස්ථානයට ගැනීමෙන් ද දෙවන පදය 4වන ස්ථානයට ගැනීමෙන් ද, දී ඇති ප්‍රකාශනයේ පොදු සාධක වෙන් කළ හැකි වේ.

$$\begin{aligned}
&pq + 3q - 2p - 6\\
&= q(p + 3) - 2(p + 3)\\
&= \underline{\underline{(p + 3)(q - 2)}}
\end{aligned}$$

නිදසුන 14

$x - 12 + x^2$ සාධක සොයන්න.

තුන්වන පදය පළමුව ගැනීමෙන්

$x^2 + x - 12$

$$-12x^2 \rightarrow \begin{cases} x \times -12x \\ -x \times +12x \\ 2x \times -6x \\ -2x \times +6x \\ +3x \times -4x \\ \boxed{-3x \times +4x} \end{cases}$$

මෙහි මැද පදය වූ $+x$ වීජීය එකතුව ලෙස ලැබෙන සාධක යුගලය වන්නේ $-3x$ හා $+4x$ යුගලයයි.

$(-3x) + (+4x) = +x$

එබැවින්

$$\begin{aligned}
&x^2 + x - 12\\
&= x^2 + 4x - 3x - 12\\
&= x(x + 4) - 3(x + 4)\\
&= \underline{\underline{(x + 4)(x - 3)}}
\end{aligned}$$

නිදසුන 15

$-4(3y - 5) + y^2$ ප්‍රකාශනයේ සාධක ලියන්න.

$$\begin{aligned}
&-4(3y - 5) + y^2\\
&= -12y + 20 + y^2\\
&= y^2 - 12y + 20\\
&= y^2 - 10y - 2y + 20\\
&= y(y - 10) - 2(y - 10)\\
&= \underline{\underline{(y - 10)(y - 2)}}
\end{aligned}$$

අභ්‍යාසය 7.5

පහත වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක ලියන්න.

(1) $px^2 - 1 - x^2 + p$ (2) $4 - k^2 - 3k$
(3) $ax - by + ay - bx$ (4) $3y - 28 + y^2$
(5) $x^3 + 2 + 2x^2 + x$ (6) $x^3 + 1 + x^2 + x$

08 සරල රේඛා හා සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සරල රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ
- ප්‍රතිමුඛ කෝණ ආශ්‍රිත ප්‍රමේයය සාධනය සහ භාවිතය
- සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ පිළිබඳ ප්‍රමේයය භාවිතය

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

8.1 ප්‍රත්‍යක්ෂ හා ප්‍රමේයය

මීට ඉහත ශ්‍රේණිවල දී විවිධ කෝණ වර්ග පිළිබඳව ඔබ උගෙන ඇත. ඒවා පිළිබඳ ව තව දුරටත් කරුණු හැදෑරීම මෙම පාඩමෙන් බලාපොරොත්තු වේ. ඒ සඳහා වැදගත්වන ප්‍රත්‍යක්ෂ කිහිපයක් පිළිබඳ ව පළමුව සලකා බලමු.

ප්‍රත්‍යක්ෂය 1

සමාන රාශි දෙකකට එක ම රාශියක් එකතු කිරීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.

එනම් $a = \mathrm{b}$ නම්

$a + \mathrm{c} = \mathrm{b} + \mathrm{c}$ වේ.

ප්‍රත්‍යක්ෂය 2

සමාන රාශි දෙකකින් එක ම රාශියක් අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.

එනම් $a = \mathrm{b}$ නම්

$a - \mathrm{c} = \mathrm{b} - \mathrm{c}$ වේ.

ප්‍රත්‍යක්ෂය 3

සමාන රාශි දෙකක් එක ම රාශියකින් ගුණ කිරීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.

එනම් $a = \mathrm{b}$ නම්

$\mathrm{n}a = \mathrm{nb}$ වේ.

ප්‍රත්‍යක්ෂය 4

සමාන රාශි දෙකක් එක ම **නිශ්ශුන්‍ය** රාශියකින් බෙදීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.

එනම් $a = \mathrm{b}$ නම්

$\frac{a}{\mathrm{n}} = \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{n}}$ වේ. $(\mathrm{n} \neq \mathrm{o})$

ප්‍රත්‍යක්ෂය 5

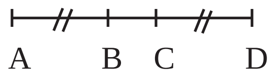
එකම රාශියකට සමාන රාශි සමාන වේ.

එනම් $a = \text{b}$ සහ $a = \text{c}$ නම්

b = c වේ.

මෙම මූලික ප්‍රත්‍යක්ෂ ජ්‍යාමිතිය සාධනයේ දී භාවිත කළ හැකි වේ.

නිදසුන 1



රූපයේ AB = CD බව දී ඇත

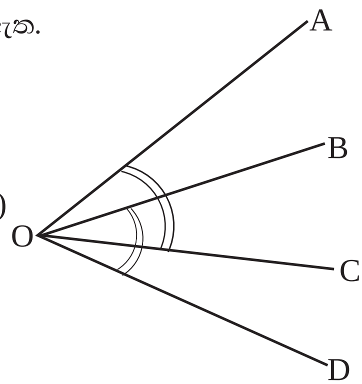
AC = BD බව පෙන්වන්න.

AB = CD බැවින්

AB + BC = DC + BC (1 ප්‍රත්‍යක්ෂය)

AC = BD

නිදසුන 2



රූපයේ $A\hat{O}C = B\hat{O}D$ බව දී ඇත.

$A\hat{O}B = C\hat{O}D$ බව පෙන්වන්න.

$A\hat{O}C = B\hat{O}D$ (දී ඇත.)

$A\hat{O}C - B\hat{O}C = B\hat{O}D - B\hat{O}C$ (2 ප්‍රත්‍යක්ෂය)

$A\hat{O}B = C\hat{O}D$

අභ්‍යාසය 8.1

(1) පහත දී ඇති සම්බන්ධතා අනුව ප්‍රත්‍යක්ෂ ඇසුරෙන් එළඹිය හැකි නිගමන ලියන්න.

(i) PQ = RS
PQ = ST

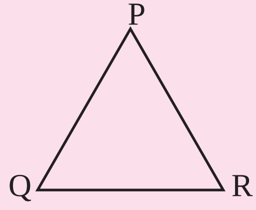
(ii) $x + y = 180^{\circ}$
$p + q = 180^{\circ}$

(iii) $P\hat{O}Q = 30^{\circ}$
$R\hat{S}T = 30^{\circ}$

(iv) LM = 3.5 cm
MN = 3.5 cm

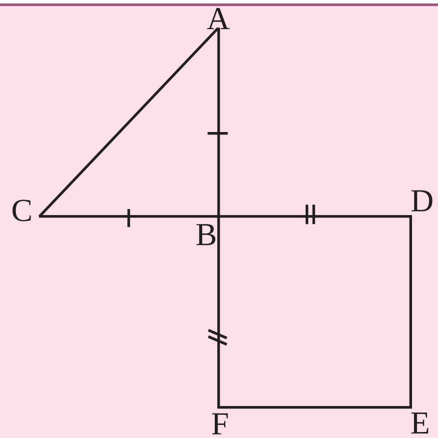
(2) පහත දක්වෙන රූප සටහන් ඇසුරෙන් එළඹිය හැකි නිගමන ලියා දක්වන්න.

(i) PQR ත්‍රිකෝණයේ
PQ = PR
PR = QR වේ.



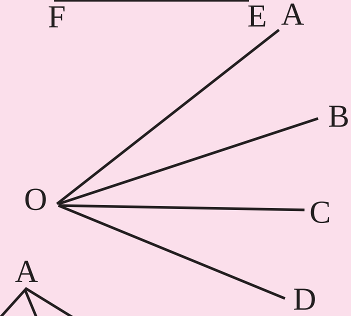
(ii) රූපයේ AB = BC

BD = BF

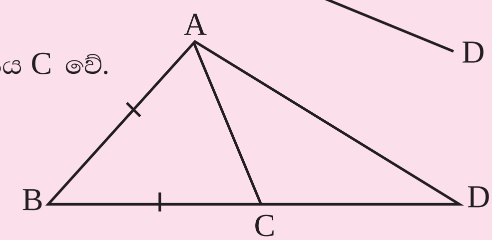


(iii) රූපයේ $A\hat{O}B = B\hat{O}C$

$C\hat{O}D = B\hat{O}C$ වේ.

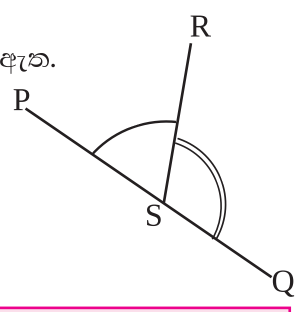


(iv) ABD ත්‍රිකෝණයේ
BD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C වේ.
BC = BA වේ.



8.2 බද්ධ කෝණ හා ප්‍රතිමුඛ කෝණ

රූපයේ දැක්වෙන PQ සරල රේඛාවට RS සරල රේඛාව හමුවේ. එහි දී සෑදෙන $P\hat{S}R$ හා $R\hat{S}Q$ පරිපූරක බද්ධ කෝණ බව ඔබ මීට ඉහත උගෙන ඇත.



එනම්,

$$P\hat{S}R + R\hat{S}Q = 180^{o}$$

මෙය ප්‍රමේයයක් ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

ක්‍රිස්තු පූර්ව 300 දී විසූ (Euclid) යුක්ලිඩ් නම් ගණිතඥයා ජ්‍යාමිතියේ දී භාවිත කළ හැකි ප්‍රමේයයන් රාශියක් අනුපිළිවෙළින් සඳහන් කර Elements නම් පොතක් පිළියෙල කරන ලදී. අප දැනට ජ්‍යාමිතියේ දී භාවිත කරන්නේ මෙම ප්‍රමේයය අනුපිළිවෙලයි. ප්‍රත්‍යක්ෂ ඇසුරෙන් තර්කානුකූලව හේතු සහිතව සත්‍ය බව පෙන්විය හැකි ප්‍රකාශ ප්‍රමේයය ලෙස හැඳින් වේ.

ප්‍රමේයය 1

සරල රේඛාවකට තවත් සරල රේඛාවක් හමුවීමෙන් සෑදෙන බද්ධ කෝණ දෙකේ ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන වේ.

මෙය මූලික ප්‍රමේයයක් ලෙස සලකන බැවින් ඉදිරි ප්‍රමේයය සාධනය සඳහා ප්‍රත්‍යක්ෂ සමඟ භාවිත කරනු ලැබේ.

ක්‍රියාකාරකම 1

රූපයේ දැක්වෙන පරිදි

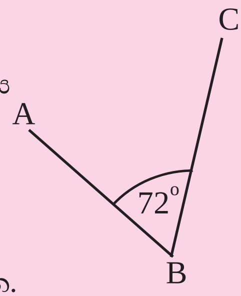
$A\hat{B}C = 72^{o}$ ක් වන සේ කෝණයක් අඳින්න.

$A\hat{B}C$ කෝණයේ පරිපූරක බද්ධ කෝණයේ විශාලත්වය ගණනය කරන්න.

එය $180 - 72 = 108$ ලෙස ලැබේ.

CB එක් බාහුවක් ද B ශීර්ෂය ද වන සේ 108^{o}ක කෝණයක්

$A\hat{B}C$ ට බද්ධ වන සේ අඳින්න. එය $C\hat{B}D$ ලෙස නම් කරන්න.



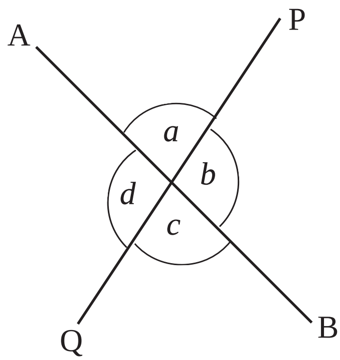
දැන් සරල දරය භාවිතයෙන් ABD සරල රේඛාවක් දැයි පරීක්ෂා කරන්න.
ඔබට ගත හැකි නිගමනය කුමක් ද?

AB හා PQ සරල රේඛා දෙක එකිනෙක ඡේදනය වේ.
a, b, c, d මගින් කෝණ විශාලත්ව දැක්වේ.
දැන් AB සරල රේඛාවක් බැවින්

$a + b = 180^{o}$ — (1) (ඉහත 1 ප්‍රමේයයට අනුව)

එසේ ම PQ සරල රේඛාවක් බැවින්

$b + c = 180^{o}$ — (2)



(1) න් හා (2) න්,

$a + b = b + c$ (ප්‍රත්‍යක්ෂය 5 අනුව)

$a + b - b = b + c - b$ (ප්‍රත්‍යක්ෂය 2 අනුව)

$\therefore a = c$

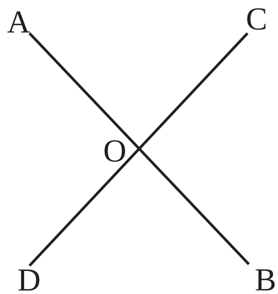
මේ අනුව සරල රේඛා දෙකක් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වන බව තර්කානුකූල ව හේතු දක්වමින් පෙන්විය හැකි බව ඔබට පැහැදිලිය. ප්‍රමේයයක් සාධනය යනු මෙම ක්‍රියාවලියයි.

සාධනය

සාධනය යනුවෙන් අදහස් කරනු ලබන්නේ ප්‍රත්‍යක්ෂ හා ඊට ඉහත භාවිත කරන ලද ප්‍රමේයයන් ඇසුරෙන් තර්කානුකූලව හේතු දක්වමින් නිගමනයක් කරා එළඹීමයි.

ප්‍රමේයය 2
සරල රේඛා දෙකක් එකිනෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වේ.

දැන් ඉහත ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය : AB හා CD සරල රේඛා O හි දී ඡේදනය වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : $A\hat{O}C = D\hat{O}B$ සහ $A\hat{O}D = C\hat{O}B$

සාධනය : $A\hat{O}C + C\hat{O}B = 180^\circ$ —— (1) (AB සරල රේඛාවක් බැවින්)

$C\hat{O}B + B\hat{O}D = 180^\circ$ —— (2) (CD සරල රේඛාවක් බැවින්)

(1) හා (2) අනුව $A\hat{O}C + C\hat{O}B = C\hat{O}B + B\hat{O}D$ (ප්‍රත්‍යක්ෂය 5 අනුව)

$A\hat{O}C = B\hat{O}D$ (ප්‍රත්‍යක්ෂය 2 අනුව)

මෙසේ ම

$C\hat{O}B + B\hat{O}D = 180^\circ$ —— (2) (CD සරල රේඛාවක් බැවින්)

$A\hat{O}D + B\hat{O}D = 180^\circ$ —— (3) (AB සරල රේඛාවක් බැවින්)

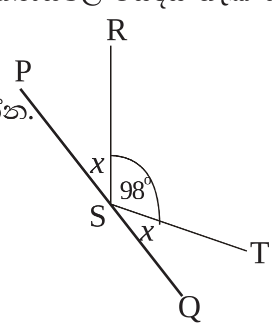
(2) හා (3) න් $C\hat{O}B + B\hat{O}D = A\hat{O}D + B\hat{O}D$ (ප්‍රත්‍යක්ෂය 5 අනුව)

$\therefore C\hat{O}B = A\hat{O}D$ (ප්‍රත්‍යක්ෂය 2 අනුව)

මෙතෙක් උගත් ප්‍රමේයය දෙක ඇසුරෙන් පහත ආකාරයේ අභ්‍යාසවල යෙදිය හැකි ය.

නිදසුන 3

රූපයේ PQ, RS හා ST සරල රේඛා වේ. x හි අගය සොයන්න.



$x + 98^\circ + x = 180^\circ$ (PQ සරල රේඛාවක් බැවින්)

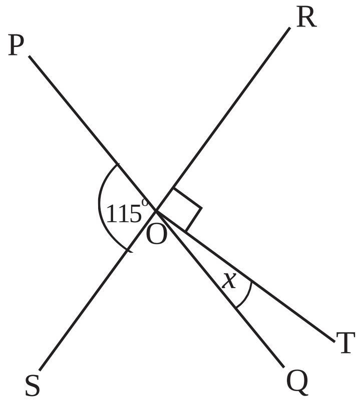
$2x = 180^\circ - 98^\circ$

$2x = 82^\circ$

$\therefore x = 41^\circ$

නිදසුන 4

රූපයේ දැක්වෙන PQ හා RS සරල රේඛා O හි දී ඡේදනය වේ. x හි අගය සොයන්න.



$P\hat{O}S = R\hat{O}Q$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$P\hat{O}S = 115^{o}$

$\therefore R\hat{O}Q = 115^{o}$

නමුත් $R\hat{O}Q = R\hat{O}T + T\hat{O}Q$

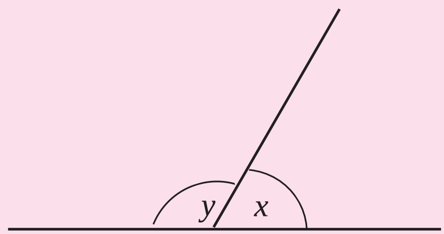
$R\hat{O}Q = 90^{o} + x$

$90^{o} + x = 115^{o}$

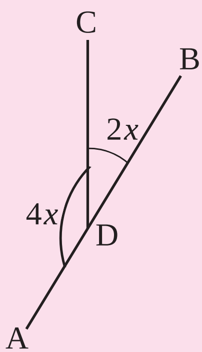
$\therefore x = \underline{\underline{25^{o}}}$

අභ්‍යාසය 8.2

(1) දී ඇති රූපයේ
$x = 75^{0}$ නම් y හි අගය සොයන්න.



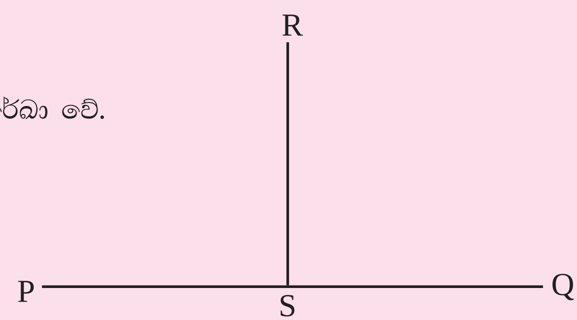
(2) රූපයේ AB හා CD සරල රේඛා වේ. $B\hat{D}C$ හා $A\hat{D}C$ කෝණවල විශාලත්වය සොයන්න.



(3) රූපයේ PQ සහ RS සරල රේඛා වේ.

$P\hat{S}R = R\hat{S}Q$ වේ.

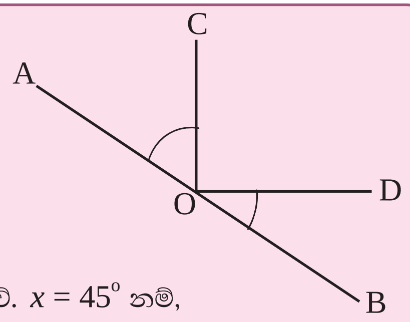
$P\hat{S}R$ හි අගය සොයන්න.



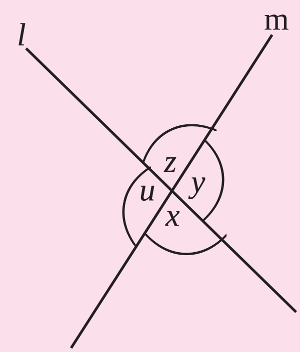
(4) රූපයේ AB, CO, OD සරල රේඛා වේ.

$A\hat{O}C + B\hat{O}D = 90^{o}$කි.

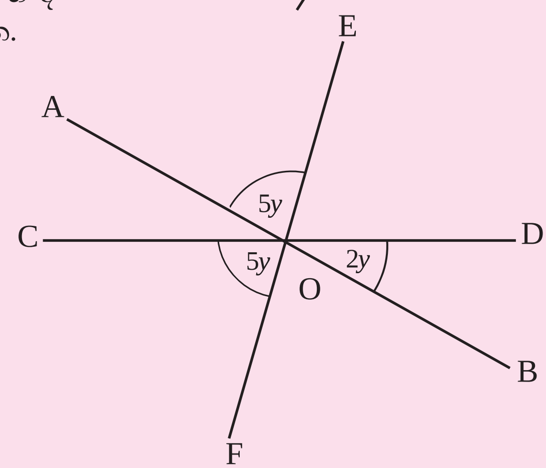
$C\hat{O}D$ විශාලත්වය සොයන්න.



(5) රූපයේ l හා m රේඛා එකිනෙක ඡේදනය වේ. $x = 45^{o}$ නම්, y, z, u හි අගය සොයන්න.

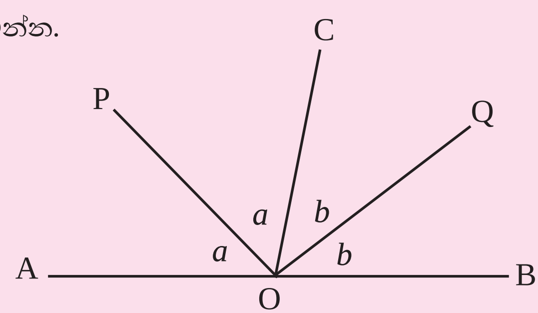


(6) රූපයේ AB , CD හා EF රේඛා O හි දී ඡේදනය වේ. y හි අගය සොයන්න.

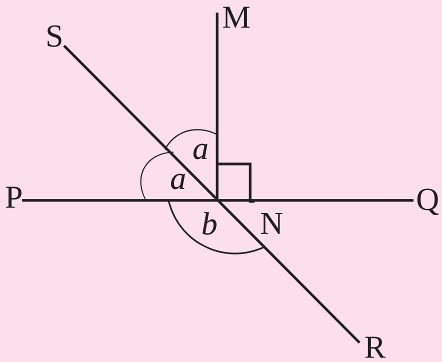


(7) රූපයේ OP මගින් $A\hat{O}C$ ද, OQ මගින් $C\hat{O}B$ ද සමච්ඡේදනය වේ.

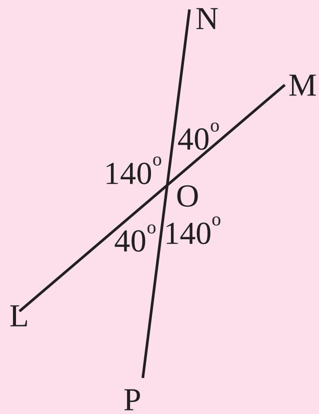
$P\hat{O}Q = 90^{o}$ක් බව පෙන්වන්න.



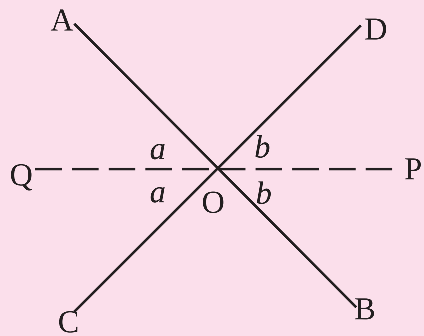
(8) රූපයේ PQ, SR හා MN සරල රේඛා වේ. දී ඇති තොරතුරු අනුව *a* හා b හි අගය සොයන්න.



(9) රූපයේ NO, LO, PO, MO සරල රේඛා O හි දී හමුවේ. කෝණවල අගයයන් අනුව තවත් සරල රේඛා දෙකක් නම් කරන්න.



(10) AB හා CD සරල රේඛා වේ. OP හා OQ යනු පිළිවෙලින් $D\hat{O}B$ හා $A\hat{O}C$ හි කෝණ සමච්ඡේදක වේ. QOP සරල රේඛාවක් බවට හේතු දක්වන්න.



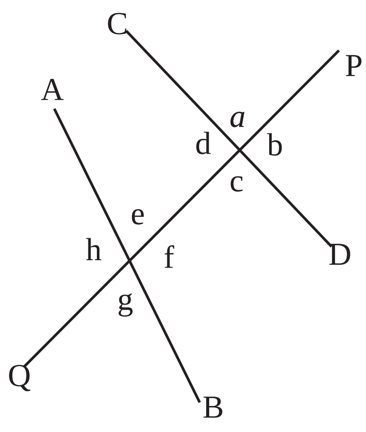
8.3 සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ

සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන අනුරූප කෝණ, ඒකාන්තර කෝණ හා මිත්‍ර කෝණ පිළිබඳව ඔබ මීට ඉහත උගෙන ඇත.

රූපයේ දක්වෙන AB හා CD රේඛා දෙක PQ තීර්යක් රේඛාවෙන් ඡේදනය වී ඇත. *a*, b, c, d, e, f, g, h මගින් දක්වෙන්නේ කෝණ විශාලත්වයි.

(i) b හා f එක් අනුරූප කෝණ යුගලයකි. තවත් අනුරූප කෝණ යුගල 3 ක් නම් කරන්න.

(ii) c හා e මගින් දක්වෙන්නේ එක් ඒකාන්තර කෝණ යුගලයකි. තවත් ඒකාන්තර කෝණ යුගලයක් නම් කරන්න.



(iii) c හා f මගින් දැක්වෙන්නේ එක් මිත්‍ර කෝණ යුගලයකි. තවත් මිත්‍ර කෝණ යුගලයක් නම් කරන්න.

ප්‍රමේයය 3

සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වන විට සෑදෙන

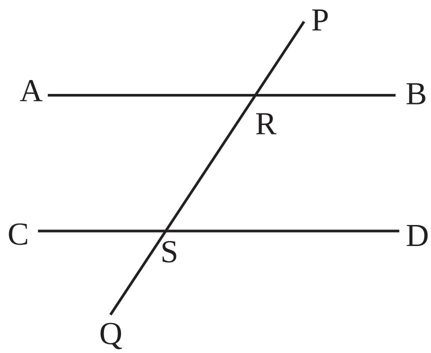
(i) අනුරූප කෝණ යුගලයක් සමාන නම් හෝ

(ii) ඒකාන්තර කෝණ යුගලයක් සමාන නම් හෝ

(iii) මිත්‍ර කෝණ යුගලයක ඓක්‍යය 180^{o} නම් හෝ

එම සරල රේඛා දෙක එකිනෙකට සමාන්තරය.

මෙම ප්‍රමේයය ද මූලික ප්‍රමේයයක් ලෙස සලකා සාධනයෙන් තොර ව භාවිත කිරීම පමණක් සිදු කරනු ලැබේ. රූපයේ AB හා CD රේඛා දෙක PQ තීර්යක් රේඛාවෙන් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන



(i) **අනුරූප කෝණ වන**

$P\hat{R}B$ හා $R\hat{S}D$

$B\hat{R}S$ හා $D\hat{S}Q$

$A\hat{R}P$ හා $C\hat{S}R$

$A\hat{R}S$ හා $C\hat{S}Q$ යන කෝණ යුගල හතරෙන් එකක් හෝ සමාන වේ නම්

AB හා CD රේඛා දෙක සමාන්තර වේ.

(ii) **ඒකාන්තර කෝණ වන**

$B\hat{R}S$ හා $C\hat{S}R$

$A\hat{R}S$ හා $R\hat{S}D$ යන කෝණ යුගල දෙකෙන් එකක් හෝ සමාන නම්,

AB හා CD රේඛා සමාන්තර වේ.

(iii) **මිත්‍ර කෝණ වන,**

$B\hat{R}S$ හා $R\hat{S}D$

$A\hat{R}S$ හා $C\hat{S}R$

යන යුගල දෙකෙන් එක් යුගලයක හෝ ඓක්‍යය 180^{o} වේ නම් AB හා CD රේඛා සමාන්තර වේ.

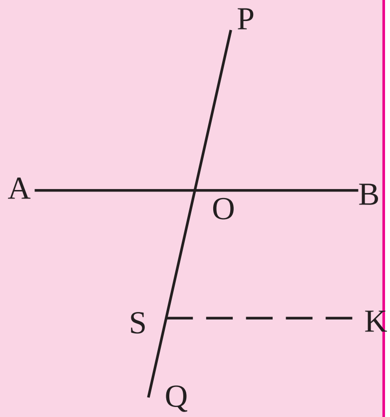
ක්‍රියාකාරකම 2

(1) එකිනෙක ඡේදනය වන AB හා PQ රේඛා දෙක අඳින්න.

(2) කෝණමානයෙන් $P\hat{O}B$ කෝණයේ විශාලත්වය මනින්න

(3) OQ රේඛාව මත S ලක්‍ෂ්‍යයක් ලකුණු කර $P\hat{O}B = O\hat{S}K$ වන සේ PQ රේඛාවේ B පිහිටි පැත්තේ K පිහිටන සේ K ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න. SK යා කරන්න.

(4) විහිත චතුරස්‍ර භාවිතයෙන් AB හා SK සමාන්තර වේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න. ඔබට නිගමනය කළ හැක්කේ කුමක් ද?



ප්‍රමේයය 4

සමාන්තර සරල රේඛා දෙකක් තිර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වන විට සෑදෙන

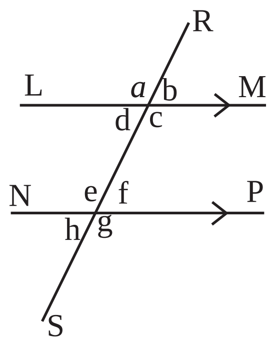
(i) අනුරූප කෝණ සමාන වේ

(ii) ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේ.

(iii) මිත්‍ර කෝණ යුගලයක ඓක්‍යය 180° කි.

මෙය 4 ප්‍රමේයයේ විලෝමය වේ.

LM හා NP සමාන්තර රේඛා දෙක RS රේඛාවෙන් ඡේදනය වී ඇත. එක ම අතට යොදන ලද ඊ හිස් මගින් සමාන්තර බව දැක්වේ.



(i) අනුරූප කෝණ සමාන වේ

$a = e$

$b = f$

$c = g$

$d = h$

(ii) ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේ.

$c = e$

$d = f$

(iii) මිත්‍ර කෝණ යුගලයක ඓක්‍යය 180° කි.

$c + f = 180^{\circ}$

$d + e = 180^{\circ}$

නිදසුන 5 රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව

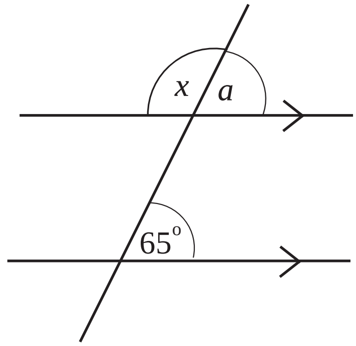
x හි අගය සොයන්න.

$a \quad = 65^{\circ}$ (අනුරූප කෝණ)

$x + a \quad = 180^{\circ}$ (සරල රේඛාවක් මත කෝණ)

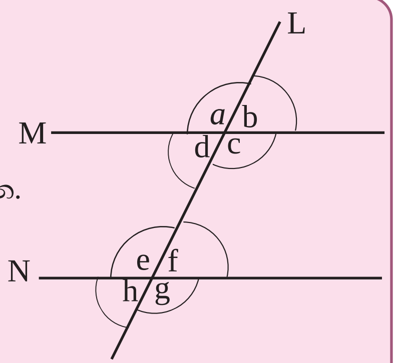
$\therefore x + 65^{\circ} \quad = 180^{\circ}$

$\therefore x \quad = 115^{\circ}$

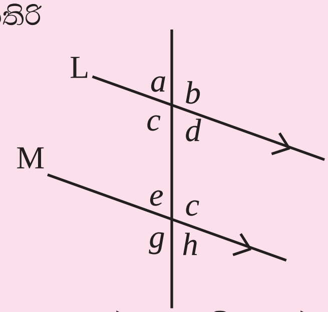


අභ්‍යාසය 8.3

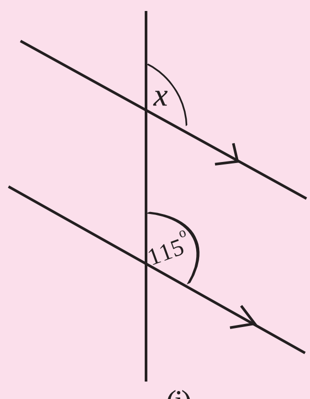
(1) රූපයේ L, M, N, යනු සරල රේඛා වේ. a, b, c, d, e, f, g, හා h මගින් දක්වා ඇත්තේ කෝණ වේ. මෙහි $a = 120^{\circ}$ ද, $f = 60^{\circ}$ ක් ද වේ. M හා N රේඛා සමාන්තර බවට හේතු දක්වන්න.



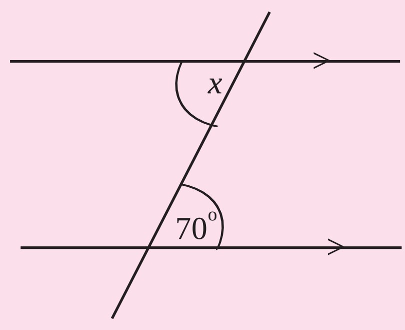
(2) රූපයේ L හා M සමාන්තර රේඛා වේ. $a = 47^{\circ}$ නම් ඉතිරි කෝණ සියල්ලේ ම විශාලත්ව සොයන්න.



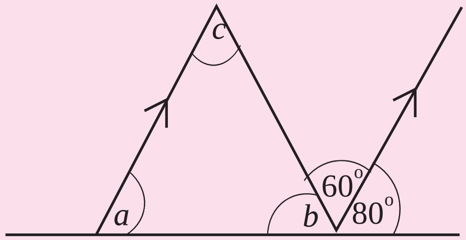
(3) පහත රූප සටහන්වල වීජීය සංකේත මගින් දක්වෙන කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.



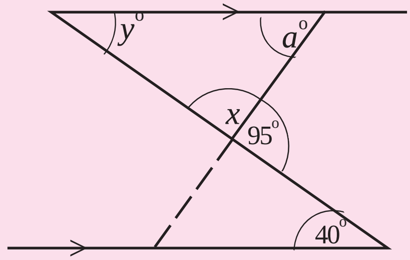
(i)



(ii)

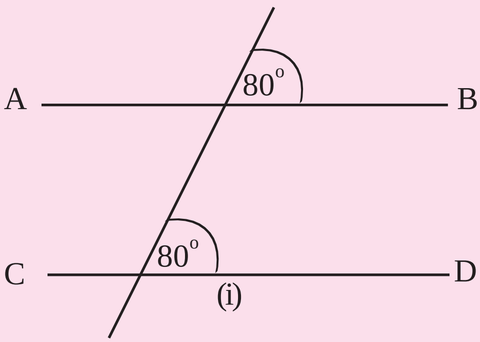


(iii)

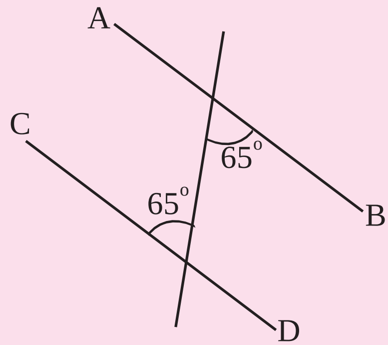


(iv)

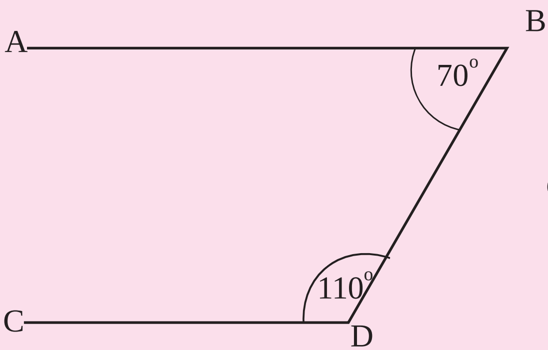
(4) පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ දැක්වෙන AB හා CD සරල රේඛා සමාන්තර වන්නේ දැයි හේතු සහිතව දක්වන්න.



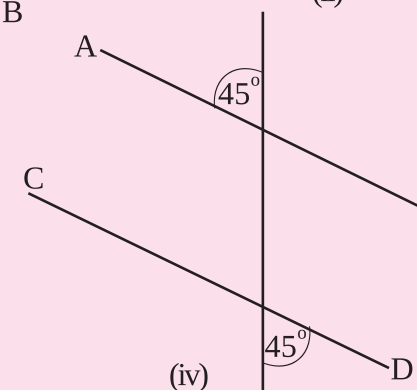
(i)



(ii)

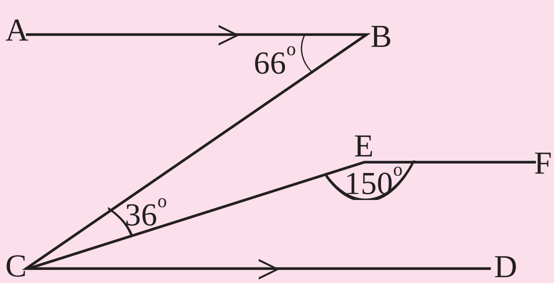


(iii)



(iv)

(5) රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව AB හා EF සරල රේඛා සමාන්තර බව පෙන්වන්න.



09

ද්‍රව මිනුම්

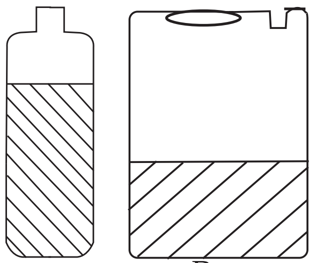
මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

* මිලිලීටර හා ඝනසෙන්ටිමීටර අතර සම්බන්ධතාව ගොඩනැගීම
* ලීටර හා ඝනසෙන්ටිමීටර අතර සම්බන්ධතාව ගොඩනැගීම
* ලීටර හා ඝනමීටර අතර සම්බන්ධතාව ගොඩනැගීම
* ඉහත සම්බන්ධතා ඇසුරෙන් ගැටලු විසඳීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

9.1 පරිමාව, ධාරිතාව

කිසියම් වස්තුවක් අවකාශයෙන් අයත් කර ගන්නා ඉඩ ප්‍රමාණය එහි පරිමාව ලෙසත්, කිසියම් භාජනයක් සම්පූර්ණයෙන් ම පිරවීමට අවශ්‍ය ද්‍රව පරිමාව එම භාජනයේ ධාරිතාව ලෙසත් 8 ශ්‍රේණියේ දී ඉගෙනුම ලබා ඇත.



රූපයේ දක්වෙන A හා B භාජනවල බීම වර්ගයක් අඩංගු වේ. ඒවායේ අඩංගු බීම ප්‍රමාණ කොපමණ ද?

වඩා වැඩි බීම ප්‍රමාණයක් ඇත්තේ මෙම භාජන දෙකෙන් කවර භාජනයේ ද?

මෙම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සොයා ගැනීමට

(i) කෝප්පයකට බීම පුරවා, එය තවත් භාජනයකට එක් කරමින් මැනිය හැකි ය.

(ii) හැඩයෙන් හා ප්‍රමාණයෙන් එක සමාන භාජන දෙකකට බීම වෙන වෙන ම දමා, බිම් මට්ටමේ උස පරීක්ෂා කිරීමෙන් කළ හැකි ය.

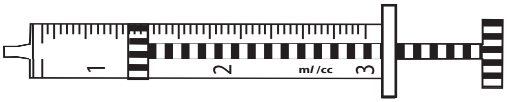
(iii) නිශ්චිත මිනුම් ඒකක මගින් ක්‍රමාංකනය කළ භාජනයකට දමා එහි සඳහන් මිනුම්වලින් ප්‍රමාණ බලා ගත හැකි ය.

ඉහත (i) අවස්ථාවේ දී කෝප්පයෙන් මැනීමෙන් පසු අවසානයේ ඉතිරි වන කෝප්පයකට අඩු ප්‍රමාණ මැන ගැනීමට තවත් ක්‍රමයක් සෙවිය යුතු ය.

(ii) අවස්ථාවේ දී බීම ප්‍රමාණයේ සමාන අසමාන බව කිව හැකි නමුත් එහි අඩංගු ප්‍රමාණය කිව නොහැකි ය.

(iii) අවස්ථාවේ දී ක්‍රමාංකිත භාජනයක් යොදා ගත් නිසා පරිමාව නිශ්චිතව ම කිව හැකි ය.

9.2 මිලිලීටර හා ඝන සෙන්ටිමීටර අතර සම්බන්ධය



පාසලේ "නව නිපැයුම් සමාජයේ" සාමාජිකයෙක් වන උදර බෙහෙත් විදීම සඳහා වෛද්‍යවරුන් භාවිත කරන කටුව රහිත සිරිංජයක් පන්තියට රැගෙන ආවේ ය. එය දුටු ලසිත් සිරිංජය අතට ගෙන විමසිල්ලෙන් බලන විට මතු වූ අපැහැදිලි කරුණු ගුරුතුමාගෙන් විමසුවේ ය.

" ඇයි සර්, මේ සිරින්ජයේ ml / cc කියලා ලියලා තියෙන්නේ. ml කියන්නේ මිලිලීටර් කියලා හිතෙනවා. cc කියන්නේ මොකක් ද කියලා තමයි පැහැදිලි නැත්තේ."

"ඔව්, පුතා තේරුම් ගත් ආකාරය හරි. ml කියන්නේ මිලිලීටර කියන එක තමයි. රෝගියාගේ සිරුරට ඇතුළු කරන බෙහෙත් දියර ප්‍රමාණය මිලිලීටරවලින් ගන්න පුළුවන්. මේ සිරිංජයේ 3 ml ක් ඇතුළත් කළ හැකියි. cc කියන්නෙත් ද්‍රව ප්‍රමාණය මනින තවත් මිනුමක්. ඒක කියුබික් සෙන්ටිමීටර (cubic centimeter) කියල ඉංග්‍රීසියෙන් කියනවා. ඒ කියන්නේ ඝනසෙන්ටිමීටර. මේක කෙටියෙන් ඉංග්‍රීසි වචන දෙකේ මුල් අකුරුවලින් cc ලෙස දක්වනවා. ගණිතයේ දී අපි cm^3 විදියට යොදනවා. ඒ කියන්නේ සිරින්ජය බෙහෙත්වලින් පිරුණු විට ඒ බෙහෙත් ප්‍රමාණය 3 ml ක් එහෙම නැත්නම් $3\ \text{cm}^3$ ක්" ගුරතුමා දීර්ඝ විස්තරයක් කළේ ය.

"ඇයි සර් මේ ඒකක වර්ග දෙකක්"

"මිලිලීටරවලින් මනින්නේ ද්‍රව පරිමාව විතරයි. ඒත් cm^3 වලින් ඝනවස්තුවල පරිමාව වගේ ම ද්‍රව පරිමාවත් මනිනවා. විද්‍යාගාරයේ ද්‍රව පරිමා මනින්න යොදා ගන්නා මිනුම් සරාවල මේ ඒකක තමයි තියෙන්නේ."

1 ml ද්‍රව පරිමාවක් $1\ \text{cm}^3$ ක් වේ.
$1\ \text{m}l = 1\ \text{cm}^3$

නිදසුන 1

ඝනකාභ හැඩැති භාජනයක ඇතුළත දිග 7 cm, පළල 5 cm හා උස 4 cm වේ. එම භාජනයේ අඩංගු කළ හැකි උපරිම ජල පරිමාව මිලිලීටරවලින් දක්වන්න.

භාජනයේ ඇතුළත පරිමාව $= 7\ \text{cm} \times 5\ \text{cm} \times 4\ \text{cm}$
$= 140\ \text{cm}^3$

$1\ \text{m}l = 1\ \text{cm}^3$ නිසා,
භාජනයේ අඩංගු කළ හැකි උපරිම ජල පරිමාව $= \underline{\underline{140\ \text{m}l}}$

නිදසුන 2

කුඩා බැරලයක තෙල් 2.5 l ක් අඩංගු වේ. එම තෙල් ප්‍රමාණය එක් බෝතලයකට 500 ml බැගින් බෝතල් කීයකට පිරවිය හැකි ද?

$$2.5\,l = 2\,500\text{ m}l$$

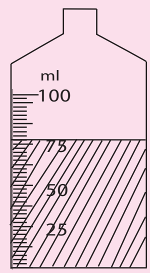
$$\therefore \text{ පිරවිය හැකි බෝතල් ගණන} = \frac{2\,500}{500}$$

$$= \underline{\underline{5}}$$

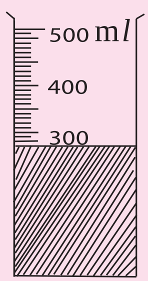
අභ්‍යාසය 9.1

(1) පහත දැක්වෙන භාජනවල සඳහන් ද්‍රව පරිමා මනින මිනුම් ඒකක මොනවා ද?

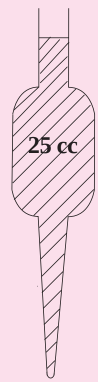
(i)



(ii)

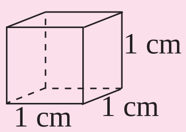


(iii)

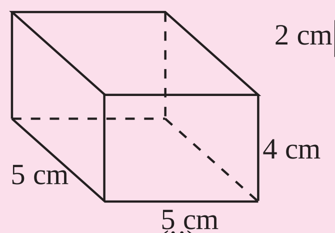


(2) පහත දැක්වෙන භාජනවල ධාරිතාව

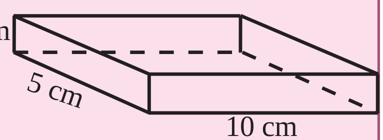
(i) ඝනසෙන්ටිමීටරවලින් (ii) මිලිලීටරවලින් දක්වන්න.



(i)



(ii)



(iii)

(3) පහත දැක්වෙන ද්‍රව පරිමා ලීටරවලින් ප්‍රකාශ කරන්න

(i) 2 000 ml (ii) 5 500 ml (iii) 1 200 ml (iv) 18 000 ml

(v) 850 ml (vi) 200 ml (vii) 50 ml (viii) 300 ml

(4) පහත දැක්වෙන ද්‍රව පරිමා මිලිලීටරවලින් ප්‍රකාශ කරන්න

(i) 2 l (ii) 1.5 l (iii) 0.5 l (iv) 200 cm^3

(v) 50 cm^3 (vi) 10 cc (vii) 200 cc (viii) 300 l

(5) පැත්තක දිග 10 cm වූ ඝනක හැඩැති භාජනයක 2 cm උසට ජලය පිරී තිබේනම් එම ජල පරිමාව මිලිලීටරවලින් දක්වන්න.

(6) දිග 20 cm, පළල 15 cm හා උස 5 cm වූ ඝනකාභ හැඩැති භාජනයක පුරවා ඇති ද්‍රව ඖෂධයක් 100 ml බැගින් වූ කුඩා කුප්පි කීයකට දැමිය හැකි ද?

(7) 1.5 l අඩංගු බීම වර්ගයක් 10 දෙනෙකු අතරේ සම ව බෙදූ විට එක් අයෙකුට ලැබෙන බීම ප්‍රමාණය ml කොපමණ ද?

(8) එක් අයෙකුට 100 ml බැගින් 60 දෙනෙකුට සංග්‍රහ කිරීම සඳහා 1.5 l බීම බෝතල් කීයක් මිල දී ගත යුතුවේ ද?

(9) උත්සව අවස්ථාවක දී 50 දෙනෙකුට සංග්‍රහ කිරීම සඳහා තේ සෑදිය යුතු විය. එක් කෝප්පයක තේ 180 mlක් තිබිය යුතු ය. වාෂ්පවන හා වෙනත් අපතේ යන ප්‍රමාණය ජලය 1 lක් නම් ඔබ උතුරවා ගත යුතු අවම ජල පරිමාව කොපමණ ද?

9.3 ලීටරය හා ඝන සෙන්ටිමීටරය අතර සම්බන්ධය

විශාල ද්‍රව පරිමා මැනීමේ දී ml හෝ cm^3 ඒකකය සුදුසු නො වේ. ඒ සඳහා විශාල ඒකකයක් යොද ගත යුතු වේ.

1000 ml යනු 1 lක් නිසා, 1000 cm^3 ක් ද 1 lක් වේ.

$$\boxed{1000\ cm^3 = 1000\ ml = 1\ l}$$

නිදසුන 3

පැත්තක දිග 10 cm වූ ඝනක හැඩැති භාජනයක ධාරිතාව

(i) cm^3 වලින් (ii) ml වලින් (iii) l වලින් දක්වන්න.

(i) භාජනයේ ධාරිතාව $= 10\ cm \times 10\ cm \times 10\ cm$

$= \underline{\underline{1000\ cm^3}}$

(ii) $1\ cm^3 = 1\ ml$ නිසා ධාරිතාව $= \underline{\underline{1000\ ml}}$

(iii) $1000\ ml = 1l$ නිසා ධාරිතාව $= \underline{\underline{1\ l}}$

නිදසුන 4

දිග 25 cm හා පළල 20 cm වූ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර පතුලක් ඇති භාජනයකට ජලය 2 l දැමුවහොත් ජල මට්ටම කෙතෙක් ඉහළ නගී ද?

භාජනයේ අඩංගු ජලයේ පරිමාව $= 25\ cm \times 20\ cm \times x$

භාජනයට දැමූ ජලය පරිමාව $= 2\ l$

$= 2000\ ml$

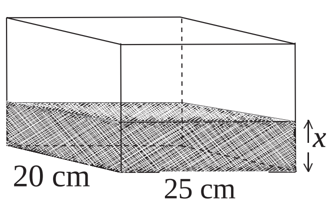
$= 2000\ cm^3$

$\therefore 25 \times 20 \times x = 2000$

$500x = 2000$

$x = \underline{\underline{4}}$

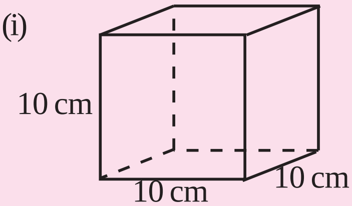
$\therefore$ ඉහළ නගින්නේ 4 cm උසකි.



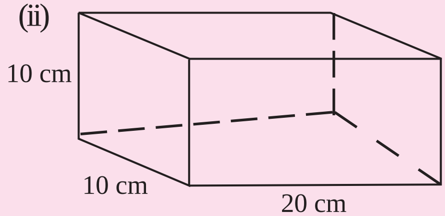
අභ්‍යාසය 9.2

(1) පහත දැක්වෙන භාජනවල ධාරිතාව (අඩංගු කළ හැකි උපරිම පරිමාව)
(i) ඝනසෙන්ටිමීටරවලින් (ii) මිලිලීටරවලින් (iii) ලීටරවලින් දක්වන්න.

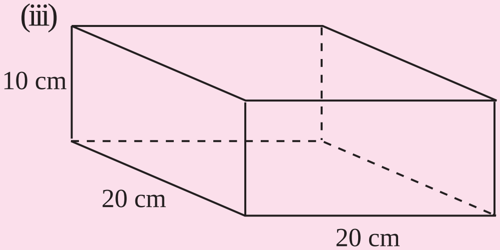
(i)



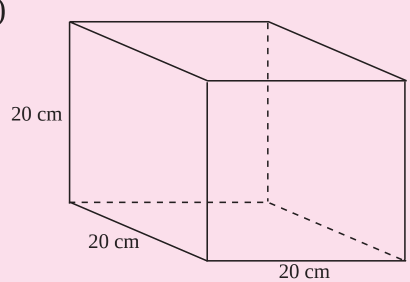
(ii)



(iii)



(iv)



(2) ඝනකාභ හැඩැති ටැංකියක පතුලේ වර්ගඵලය $240\ cm^2$ වේ. එහි 40 cm උසට ජලය පිරී ඇත.
(i) ටැංකියේ පිරී ඇති ජල පරිමාව cm^3 වලින් (ii) l වලින් සොයන්න.

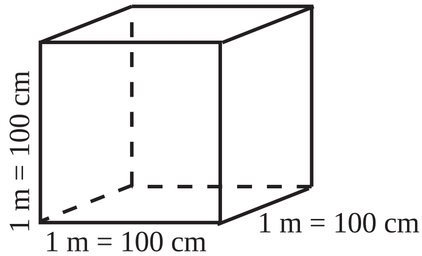
(3) ඝනකාභ හැඩැති භාජනවල මිනුම් අනුව පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

	පතුලේ වර්ගඵලය	ජල මට්ටමේ උස cm	ජල පරිමාව cm^3	ජල පරිමාව l
(i)	$2\,000 cm^2$	30	....	....
(ii)	$1\,000\ cm^2$	50	....	....
(iii)	$400\ cm^2$	....	....	8
(iv)	$500\ cm^2$	....	....	$2\frac{1}{2}$
(v)	$70\ cm \times 50\ cm$	....	21 000	....

9.4 ලීටරය හා ඝන මීටරය අතර සම්බන්ධය

විශාල ජලාශ, පිහිනුම් තටාක, ජල ටැංකි ආදියෙහි දිග මිනුම් ලබාගන්නේ මීටරවලිනි. එබැවින් ඒවායේ අඩංගු ද්‍රව පරිමා ගණනය කිරීම සඳහා ඊට ගැළපෙන ද්‍රව මිනුම් ඒකකයක් සකස්කර ගත යුතුයි.

$1\ \text{m} = 100\ \text{cm}$ ක් නිසා පහත දැක්වෙන භාජනයේ අඩංගු කළ හැකි ද්‍රව පරිමාව ලබා ගත හැකි අයුරු සොයා බලමු.



මීටරවලින් මිනුම් ගතහොත්

භාජනයේ පරිමාව $= 1\ \text{m} \times 1\ \text{m} \times 1\ \text{m}$

$= 1\ \text{m}^3$

සෙන්ටිමීටරවලින් මිනුම් ගතහොත්

භාජනයේ පරිමාව $= 100\ \text{cm} \times 100\ \text{cm} \times 100\ \text{cm}$

$= 1\,000\,000\ \text{cm}^3$

$= 1\,000\,000\ \text{m}l$ ($1\ \text{m}l = 1\ \text{cm}^3$ නිසා)

$= \frac{1\,000\,000}{1\,000}\ l$ ($1\ l = 1\,000\ \text{m}l$ නිසා)

$= 1\,000\ l$

දිග මිනුම් මීටරවලින් හෝ සෙන්ටිමීටරවලින් හෝ ගත්ත ද, දැක්වෙන්නේ එකම පරිමාවකි.

$\therefore 1\text{m}^3 = 1\,000\ l$

සනමීටර 1ක් යනු ලීටර 1 000ක පරිමාවකි.

නිදසුන 5

නිවසක ඉදිකර ඇති ජල ටැංකියක ඇතුළත දිග $1.5\ \text{m}$ ද, පළල $1\ \text{m}$ ද, උස $1\ \text{m}$ ද වේ. එහි අඩංගු කළ හැකි ජලයේ පරිමාව ලීටරවලින් සොයන්න.

භාජනයේ පරිමාව $= 1.5\ \text{m} \times 1\ \text{m} \times 1\ \text{m}$

$= 1.5\ \text{m}^3$

$1\ \text{m}^3 = 1000\ l$

$\therefore 1.5\ \text{m}^3 = 1.5 \times 1000\ l$

$= \underline{\underline{1\,500\ l}}$

නිදසුන 6

පැත්තක දිග $1\ \text{m}$ වූ ඝනක හැඩැති ටැංකියක ජලය පුරවා ඇත. දිනකට එම ටැංකියෙන් $200\ l$ පාවිච්චියට ගනී. ටැංකියේ ජලය දින කීයකට සෑහේ ද?

ටැංකියේ අඩංගු ජල පරිමාව $= 1\ \text{m} \times 1\ \text{m} \times 1\ \text{m}$

$= 1\ \text{m}^3$

$= 1\,000\ l$

දිනකට පාවිච්චි කරන ප්‍රමාණය $= 200\ l$

$\therefore$ සෑහෙන දින ගණන $= \frac{1\,000}{200} = \underline{\underline{\text{දින } 5}}$

අභ්‍යාසය 9.3

(1) පහත වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.

cm^3	ml	l	m^3
50 000	50 000	50	0.05
....	....	....	1
....	....	2 000	....
....	4 600 000	....	....
....	....	....	4
....	....	....	0.2

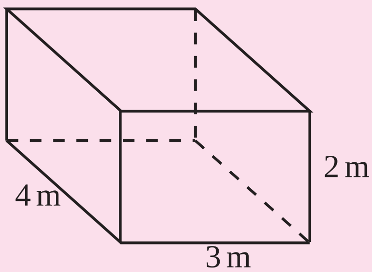
(2) පහත දැක්වෙන ද්‍රව පරිමා ඝනමීටරවලින් දක්වන්න.

(i) 2 500 l (ii) 3 000 l (iii) 800 l (iv) 200 l
(v) 50 l (vi) 1 l (vii) 1 500 ml (viii) 25 000 ml

(3) පහත දැක්වෙන පරිමා ලීටරවලින් සොයන්න.

(i) 2 m^3 (ii) 10 m^3 (iii) 0.5 m^3 (iv) 1.2 m^3

(4)



රූපයේ දැක්වෙන මිනුම් සහිත ටැංකිය ජලයෙන් පිරී ඇත. එහි ජලය ඉවත් කර ටැංකිය හිස් කිරීමට යොදගත් නළයෙන් මිනිත්තුවට 300 l ක් ඉවත් කළ හැකි ය. ටැංකිය හිස් කිරීමට ගත වන කාලය සොයන්න.

(5) (i) කිරිඑළදෙනකගෙන් දිනකට සාමාන්‍යයෙන් කිරි ලීටර හතරක් ලබා ගැනේ. එසේ දින 200ක් කිරි ලබාගත්තේ නම් ඇය එම කාලය තුළ කොපමණ කිරි ලබා දී තිබේ ද?

(ii) කිරිඑළදෙන ඇගේ ජීවිත කාලය තුළ එසේ පැටවුන් ලද වාර පහක දී කිරි ලබා දෙයි නම් ඇය ජීවිත කාලය තුළ ලබාදෙන මුළු කිරි ප්‍රමාණය කොපමණ ද?

(6) (i) කිරි බවුසරයක ධාරිතාව 3 m^3 කි. එය කිරිවලින් පිරී ඇති විට එහි ඇති කිරි ලීටර ගණන කොපමණ ද?

(ii) ගොවිපළක සිටින දෙනුන් 750 කින් එම කිරි ලබාගන්නේ නම් එක දෙනෙකගෙන් ලැබෙන සාමාන්‍ය කිරි ලීටර ගණන කීය ද?

(iii) 100 ml කිරි පැකට්ටු කීයක් එම බවුසරයේ ඇති කිරිවලින් සෑදිය හැකි ද?

(7) (i) මී මැස්සෙකු දහස් වාරයක් රොන් ගෙන පැමිණි විට මී පැණි $1\,ml$ ක් එක් රැස් කරගත හැකි ය. මී මැස්සා වරකට ගෙන එන මී පැණි ප්‍රමාණය කොපමණ ද?
(ii) එක් මී මැස්සෙක් 1000 වතාවක් රොන් ගෙන එන්නේ යයි සැලකූ විට මී පැණි $1\,l$ ක් රැස් කිරීමට එවැනි මී මැස්සන් කී දෙනෙක් රොන් ගෙන ආ යුතු ද?
(iii) මීමැස්සකු ජීවිත කාලය තුළ රැස් කරන්නේ මී පැණි $2\,ml$ නම් ඒ සඳහා කී වතාවක් රොන් ගෙන ආ යුතු ද?

(8) පාසැලේ ජල කරාමය වෙත ගිය අමාලි ඇගේ යෙහෙළිය සමග කතාකරමින් ම එක් අතකට දිය පුරවා ගනිමින් බීමට පටන් ගත්තා ය. ඇය මිනිත්තු 5 ක් තුළ හය වරක් දිය බීවා ය.
(i) වරකට අතට පිරෙන්නේ $10\,ml$ නම් ඇය පානය කරන දිය පරිමාව කොපමණ ද?
(ii) කරාමය තුළින් මිනිත්තුවට $2\,l$ ක වේගයෙන් ජලය ගලා එයි නම් එම නළය තුළින් ගලා ගිය ජලය පරිමාව මිලිලීටර කීය ද?
(iii) මිනිත්තු 5ක් තුළ අපතේ ගිය ජල පරිමාව මිලිලීටර කීය ද?
(iv) අපතේ ගිය ජල පරිමා ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.
(v) අමාලිගේ දෝත සම්පූර්ණයෙන් ම පිරීමට ජලය $30\,ml$ අවශ්‍ය වේ. ඇය දෝතින් ම වතුර පානය කළා නම් ඉහත ජල පරිමාව බීමට ඇයට කී වාරයක් ගතවී ද?
(vi) යෙහෙළිය සමග කතා නොකර දෝතින් දිය බිව්වේ නම් ගත වන්නේ මිනිත්තු 1 කි. එවිට අපතේ යන ජල පරිමාව මිලිලීටර කීය ද?
(vii) ඔබේ පාසලේ ජල සම්පත අපතේ යාම අවම වන සේ දිය බීමට හැකි ආකාර යෝජනා කරන්න.

(9) භාජනයක ධාරිතාව $2\,m^3$ ක් වේ. එයට පිරවිය හැකි ජල පරිමාව
(i) ලීටරවලින් (ii) මිලිලීටරවලින් (iii) ඝනසෙන්ටිමීටරවලින්
සොයන්න.

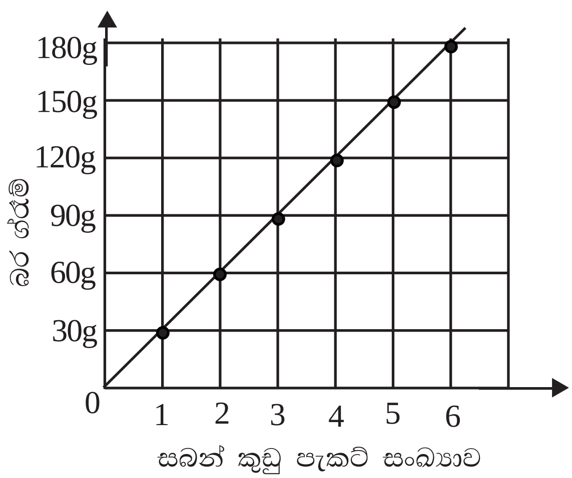
(10) නගර සභාවකට අයත් ඝනකාභ හැඩැති ජල ටැංකියක ඇතුළත දිග පළල හා උස පිළිවෙළින් $5\,m$, $5\,m$ හා $3\,m$ වේ. මෙම ටැංකිය සම්පූර්ණයෙන් පිරී ඇති විට එම නගරයේ නිවෙස් 60 ක් සඳහා දිනකට අවශ්‍ය ජලය ලබා දීමට හරියටම ප්‍රමාණවත් වේ.
(i) ජල ටැංකියේ ඇතුළත පරිමාව සොයන්න.
(ii) ටැංකියේ ධාරිතාව ලීටරවලින් සොයන්න.
(iii) නිවසක සාමාන්‍ය දෛනික ජල පරිභෝජනය ලීටර කීය ද?
(iv) නගර සභාව ජලය පිරිසිදු කිරීම, බෙදා හැරීම ඇතුළු නඩත්තු කටයුතු සඳහා $100\,l$ ට රුපියල් 1 ක් වැය කරන්නේ නම්, එක් නිවසක් සඳහා මසකට අවශ්‍ය ජලය වෙනුවෙන් නගර සභාව වැය කරන මුදල කොපමණ ද?

10 අනුලෝම සමානුපාත

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,
- ✸ අනුලෝම සමානුපාතය හඳුනා ගැනීම
- ✸ අනුලෝම සමානුපාතය යොදා ගනිමින් ගණනය කිරීම
- ✸ ඒකීය ක්‍රමය භාවිත කරමින් අනුලෝම සමානුපාත ගැටලු විසඳීම
- ✸ විදේශ මුදල් පරිවර්තන ඇතුළත් ගැටලු විසඳීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

10.1 අනුලෝම සමානුපාතයක ලක්ෂණ



එක්තරා සබන් කුඩු වර්ගයක පැකට්ටු සංඛ්‍යාව සමග එහි බර විචලනය වන අයුරු මෙම ප්‍රස්තාරයෙන් නිරූපණය වේ.

සබන් කුඩු පැකට්ටු 2 ක බර	= 60g
සබන් කුඩු පැකට්ටු 5 ක බර	= 150g
සබන් කුඩු පැකට්ටු සංඛ්‍යාව අතර අනුපාතය	= 2 : 5
ඒවාට අනුරූප බර අතර අනුපාතය	= 60 : 150 වේ.
එය සරල ම ආකාරයෙන් දැක් වූ විට	= 2 : 5 වේ.

මේ අනුව

සබන් කුඩු පැකට් සංඛ්‍යා අතර අනුපාතය = බර ප්‍රමාණය අතර අනුපාතය

එනම් රාශීන් දෙකක් අතර අනුපාතය ඊට අනුරූප වෙනස් රාශීන් දෙකක් අතර අනුපාතයට සමාන වීම සමානුපාතයක් ලෙස හැඳින්වේ.

දැන් පහතින් පැහැදිලි කරන සමානුපාතය සලකමු.

	ණයට ගත් මුදල (රුපියල්)	වසරකට පොලිය
A	1 000	120
B	2 000	240
C	3 000	360
D	4 000	480
E	5 000	600

A ණයට ගත් මුදල : **C** ණයට ගත් මුදල

1 000 : 3 000

1 : 3

A ගෙවූ පොලිය : **C** ගෙවූ පොලිය

120 : 360

1 : 3

ඉහත දක් වූ ආකාරයට කිසියම් රාශීන් දෙකකට අයත් අගයයන් සැලකූ විට පළමුවන රාශියට අයත් ඕනෑ ම අගයයන් දෙකක් අතර අනුපාතය දෙවන රාශියේ ඊට අනුරූප අගය අතර අනුපාතයට සමාන නම් එම රාශි දෙක අතර පවතින සම්බන්ධය **අනුලෝම සමානුපාතයක්** ලෙස හැඳින්වේ.

> අනුලෝම සමානුපාතික රාශි දෙකක එක් රාශියක් වැඩි වන විට අනෙක් රාශිය ද ඊට අනුරූප ව එම අනුපාතයෙන් ම වැඩිවේ.
> එසේ ම, එක් රාශියක් අඩු වන විට එම අනුපාතයෙන් ම අනෙක් රාශිය ද අඩුවේ.

මුදල	පොලිය	නියතය
රු 1 000	රු 120	$\frac{120}{1\,000} = 0.12$
රු 3 000	රු 360	$\frac{360}{3\,000} = 0.12$

අනුලෝම වශයෙන් සමානුපාතික රාශි දෙකක අනුපාතය නියත වේ.

නිදසුන 1

$2 : 3 = \square : 12$ හි හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

$3 \times 4 = 12$

$\therefore\ 2 \times 4 = 8$

$\therefore\ \underline{\underline{2 : 3 = \boxed{8} : 12}}$

අභ්‍යාසය 10.1

(1) පහත දී ඇති සමානුපාතවල හිස්තැනට ගැළපෙන අගයයන් සොයන්න.

(i) 3 : 4 = 12 : $\boxed{}$

(ii) 2 : 5 = $\boxed{}$: 20

(iii) $\boxed{}$: 3 = 16 : 12

(iv) 5 : $\boxed{}$ = 25 : 20

(2) පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ දැක්වෙන රාශීන් දෙක අනුලෝම වශයෙන් සමානුපාත වේ ද ? නො වේ ද?

(i) රෙදි මීටර ගණන සහ එහි වටිනාකම

(ii) දෛනික වැටුප් ලබන සේවකයකු වැඩ කළ දින ගණන සහ ගෙවිය යුතු වැටුප

(iii) වෘත්තයක අරය සහ විෂ්කම්භය

(iv) සමචතුරස්‍රයක පැත්තක දිග සහ වර්ගඵලය

(v) එකම වර්ගයක පාට පැන්සල් පෙට්ටි ගණන සහ ඒවායේ අඩංගු පැන්සල් ගණන

(vi) කිසියම් පොලී අනුපාතයකට ලබා ගන්නා ණය මුදලක් ගෙවීමට ගතවන කාලය සහ ඒ සඳහා ගෙවිය යුතු පොලිය

(vii) මෝටර් රථයක වේගය සහ නිශ්චිත දුරක් යාමට ගතවන කාලය

(viii) කිසියම් වැඩක යෙදෙන මිනිසුන් සංඛ්‍යාව සහ එම වැඩය නිම කිරීමට ගතවන කාලය

(3) වෘත්තයක අරය සහ වර්ගඵලය අතර සබඳතාව පහත වගුවේ දැක්වේ.

වෘත්තයක අරය	වෘත්තයේ වර්ගඵලය
7 cm	154 cm^2
14 cm	616 cm^2
21 cm	1 386 cm^2
28 cm	2 464 cm^2

මෙම තොරතුරු විමර්ශනය කරමින් එම රාශීන් දෙක අතර සම්බන්ධය අනුලෝම සමානුපාතයක් වේ ද නො වේ ද යන්න හේතු සහිත ව පෙන්වන්න.

10.2 ඒකීය ක්‍රමය

බිස්කට් ග්‍රෑම් 100ක මිල රු 14.00කි. එම වර්ගයේ බිස්කට් ග්‍රෑම් 350ක මිල කොපමණ ද?

ඉහත සඳහන් ගැටලුව සිසුන් දෙදෙනෙකු විසින් විසඳූ අයුරු පහත දැක්වේ.

මලිත	දිලීප
බිස්කට් 100g ක මිල $=$ රු14.00	බිස්කට් 100g ක මිල $=$ රු14.00
බිස්කට් 300g ක මිල $=$ රු14.00×3 $=$ රු 42 .00	බිස්කට් 1g ක මිල $= \dfrac{14.00}{100}$
බිස්කට් 50g ක මිල $=$ රු$14.00 \div 2$ $=$ රු 7 .00	බිස්කට් 350g ක මිල $= \dfrac{14.00}{100} \times 350$ $=$ රු 49 .00
බිස්කට් 350g ක මිල $=$ රු $42 + 7$ $=$ රු 49 .00	

මින් වඩා පහසු සහ කෙටි ක්‍රමය ලෙස ඔබ සිතන්නේ කවර ක්‍රමය ද?
දෙන ලද ප්‍රමාණය කොටස් කර ගැනීමට සෑම විට ම පහසු නො වන නිසා පළමු ක්‍රමය යෙදීම දුෂ්කර වේ. දෙවන ක්‍රමය ඕනෑ ම අවස්ථාවකට යොදගත හැකි බව පෙනේ.

ඒකකයක අගය පදනම් කරගෙන ගැටලුව විසඳීමේ ක්‍රමය ඒකීය ක්‍රමය නමින් හඳුන්වයි.

ඒකක කීපයක අගය දන්නේ නම් ඒකකයක අගය සෙවීම මගින් ඕනෑම ඒකක ගණනක අගය ඒකීය ක්‍රමය මගින් පහසුවෙන් සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 2

පැයට කිලෝමීටර 96ක වේගයෙන් ගමන් කරන දුම්රියක් මිනිත්තු 5 කදී යන දුර කොපමණ ද?

(i) ඒකිය ක්‍රමය මගින්

පැය 1 දී ගමන් කරන දුර $= 96$ km

එනම්

මිනිත්තු 60 දී ගමන් කරන දුර $= 96$ km

මිනිත්තු 1 දී ගමන් කරන දුර $= \dfrac{96}{60}$

මිනිත්තු 5 දී ගමන් කරන දුර $= \dfrac{96}{60} \times 5$

$= \underline{\underline{8 \text{ km}}}$

(ii) සමානුපාත ඇසුරින්

කාලය	දුර
මි 60	96 km
මි 5	x

$60 : 5 = 96 : x$

$\dfrac{60}{5} = \dfrac{96}{x}$

$60x = 96 \times 5$

$x = \dfrac{96 \times 5}{60}$

$x = \underline{\underline{8 \text{ km}}}$

නිදසුන 3

රු 300 කට ගත් භාණ්ඩයක් 25% ලාභ තබාගෙන විකුණයි. එහි විකුණුම් මිල සොයන්න.

(i) ඒකිය ක්‍රමය මගින්

රු 100 ක භාණ්ඩයක් විකුණන මිල = රු125

රු 1 ක භාණ්ඩයක් විකුණන මිල = රු $\frac{125}{100}$

රු 300 ක භාණ්ඩයක් විකුණන මිල = රු $\frac{125}{100} \times 300$

= රු $\underline{\underline{375}}$

(ii) සමානුපාත ඇසුරින්

ගත්මිල	විකුණුම් මිල
100	125
300	x

$$100 : 300 = 125 : x$$

$$\frac{100}{300} = \frac{125}{x}$$

$$100x = 300 \times 125$$

$$x = \frac{300}{100} \times 125$$

= රු $\underline{\underline{375}}$

මේ අනුව ඔබ මෙතෙක් ප්‍රතිශත පාඩමෙනුත්, පොලිය පාඩමෙනුත් උගත් බොහෝ ගැටලු විසඳීමට ඒකීය ක්‍රමය යොදා ගෙන ඇති බව පෙනෙනු ඇත.

අභ්‍යාසය 10.2

(අ) කොටස

පහත සඳහන් ගැටලු ඒකීය ක්‍රමය භාවිතයෙන් විසඳන්න.

(1) කමිස රෙදි මීටර 3ක මිල රු. 675 කි එම වර්ගයේ 5m ක මිල සොයන්න.

(2) පෙට්‍රල් ලීටර 4කින් 48 kmක දුර යා හැකි මෝටර් රථයකට පෙට්‍රල් ලීටර 10 කින් කොපමණ දුරක් යා හැකි වේ ද?

(3) ඒකාකාර වේගයෙන් යන යතුරු පැදියක් මිනිත්තු 5 කදී 1.5 kmක දුරක් ගමන් කරයි නම් මිනිත්තු 12 කදී එය යන දුර සොයන්න.

(4) ඇපල් ගෙඩි 25ක මිල රු 300ක් වේ නම් එම වර්ගයේ ඇපල් ගෙඩි 10ක මිල කොපමණ ද?

(5) රු 500 කට මිල ලකුණු කළ භාණ්ඩයක් සඳහා ලැබෙන වට්ටම රු 40 ක් නම් රු 750 ට මිල ලකුණු කළ භාණ්ඩයකට ලැබෙන වට්ටම කොපමණ ද?

(6) 6m දිග කම්බි කුරක ස්කන්ධය 1.08 kg කි. එම වර්ගයේ 5 mක් දිග කම්බි කුරක ස්කන්ධය සොයන්න.

(7) වෙළෙඳ සැලකින් කුසල් ගත් භාණ්ඩ තොගයක් සඳහා ලැබුණු බිල්පත් ලැයිස්තුවක් පහත දක්වේ. දිලීපගේ බිල්පත සම්පූර්ණ කරන්න.

කුසල්ගේ බිල්පත

හාල් 4kg	රු 212.00
සීනි 2kg	රු 160.00
පිටි පැකට් 3	රු 795.00
සබන්කැට 5	රු 150.00
මාගරින් 100 g පැකට් 2	රු 48.00
අභ්‍යාස පොත් 5	රු 60.00
	1425.00

දිලීපගේ භාණ්ඩ ලැයිස්තුව

හාල් 3kg	= …
සීනි 3kg	= …
පිටි පැකට් 2	= …
සබන්කැට 3	= …
මාගරින් 100 g පැකට් 1	= …
අභ්‍යාස පොත් 12	= …

(8) දුම්රියකට 32 kmක් යාමට මිනිත්තු 24 ගතවේ දුම්රියේ වේගය පැයට කිලෝමීටරවලින් සොයන්න.

(9) දුම්රියක් පැයක දී 96 km ක් ගමන් කරයි. එයට කි.මී. 288 යාමට ගතවන කාලය සොයන්න.

(10) මෝටර් රථයක් පැය $1\frac{1}{2}$ දී 120 kmක් ගමන් කරයි. එහි වේගය පැයට කිලෝමීටර කීය ද?

(11) පෙදරේරුවන් අට දෙනෙකුට දිනකට ගෙවූ වැඩ කුලිය රු 4 800 ක් නම් පෙදරේරුවන් පස් දෙනෙකුට දිනකට ගෙවන කුලිය කොපමණ ද?

(ආ) කොටස

පහත සඳහන් ගැටලු අනුලෝම සමානුපාත භාවිතයෙන් විසඳන්න.

(12) රු 400 ට ගත් භාණ්ඩයක් 12% ලාභ තබාගෙන විකුණයි. එය විකුණූ මිල සොයන්න.

(13) භාණ්ඩයක් රු 565 කට විකිණීමෙන් 13% ක ලාභයක් ලබයි. එය ගත් මිල සොයන්න.

(14) 12% සුළු පොලියට වසර තුනකින් ගෙවීමට බැංකුවකින් ගත් රු. 36 000 ක ණය මුදලක් සඳහා මාසික වාරිකයක අගය රු. 1 360 ක් නම් එම ආයතනයෙන් ම වසර තුනකින් ගෙවීමට ගත් රු. 108 000 ක මුදලක් සඳහා මාසික වාරිකයක අගය කීය ද?

(15) එක්තරා ලෝහයක 16 cm^3ක බර 24 gක් වේ. එම ලෝහ වර්ගයේ 20 cm^3ක බර සොයන්න.

(16) පරිමාණයකට අනුව සකස් කරන ලද නැවක ආකෘතියක කුඹ ගසෙහි උස 9 cm වන අතර සැබෑ නැවේ කුඹ ගසේ උස 12 m කි. ඒ අනුව නැවේ සැබෑ දිග 24 mක් වේ නම් ආකෘතියේ දිග සොයන්න.

(17) දුනු තරාදියක දුන්න 2.6 cmක් ඇදී ඇති විටක එහි එල්ලා ඇති බර නිව්ටන් 8 කි. නිව්ටන් 3.6ක බරක් එල්ලා ඇති විට දුනු තරාදියේ දුන්න ඇදෙන දිග සොයන්න.

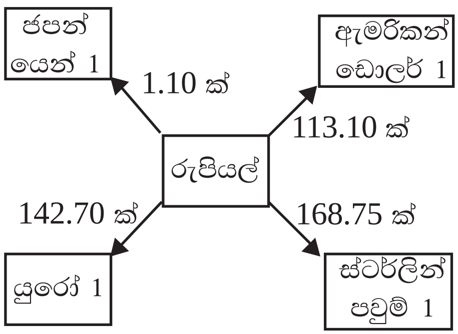
(18) බීම නිෂ්පාදනාගාරයක යන්ත්‍රයකින් පැය 6 ක දී බෝතල් 840කට බීම අසුරනු ලබයි. පැය 5ක් යන්ත්‍රය ක්‍රියාත්මක වී නම් බෝතල් කීයක බීම ඇසිරිය හැකි ද?

(19)

දඟරයක් මත 5 kg ස්කන්ධයක් තැබූ විට දඟරය 25 mm කින් හැකිළේ එය මත 12.5 kg ස්කන්ධයක් තැබූවිට දඟරය හැකිළෙන ප්‍රමාණය සොයන්න.

(20) සිතියමක 3 cm පරතරයකින් දැක්වෙන නගර දෙකක් අතර සැබෑ දුර 5 km කි. එම සිතියමේ 12 cm පරතරයකින් පිහිටි නගර දෙක අතර සැබෑ දුර සොයන්න.

10.3 විදේශ මුදල්



ඉහත දක්වා ඇත්තේ විදේශ රටවල් කීපයක භාවිත කරන මුදල් ඒකකයන් ශ්‍රී ලංකාවේ මුදල් ඒකකය සමග එක්තරා දිනක පැවති සම්බන්ධතාවයි.

ඒ ඒ රටවලට ආවේණික ව භාවිත කරන මුදල් ඒකකයක් පවතින බව අපි දනිමු. එක් රටක මුදල් ඒකකයක වටිනාකම තවත් රටක මුදල් ඒකකය සමග හුවමාරු අනුපාතය විනිමය අනුපාතිකය ලෙස හඳුන්වයි. ඇමරිකන් ඩොලරයක් සඳහා ලංකාවේ දී ගෙවන රුපියල් ප්‍රමාණයත්, ජපානයේ දී ගෙවන යෙන් ප්‍රමාණයත් වෙනස් වේ. විදේශ සංචාරවල යෙදෙන අය තම රටේ මුදල් තමා ඇතුළු වන රටේ මුදල් බවට පරිවර්තනය කරගනිති. මෙසේ පරිවර්තනය කිරීමේ දී එදිනට පවතින විනිමය අනුපාතිකය යොදා ගනු ලැබේ. ශ්‍රී ලංකාවේ මුදල් පරිවර්තනය සඳහා යොදා ගන්නා විනිමය අනුපාතිකයන් කීපයක් පහත දැක්වේ. මේවා නිරන්තරයෙන් වෙනස් වන අගයයන් වේ.

විනිමය අනුපාතිකයන් (එක්තරා දිනක පැවති)

විදේශ මුදල් ඒකක	ශ්‍රී ලංකා රුපියල්වලින් වටිනාකම
ඇමරිකන් ඩොලර් 1	රුපියල් 113.10
බහරේන් ඩිනාර් 1	රුපියල් 282.10
යූරෝ 1	රුපියල් 142.70
ජපන් යෙන් 1	රුපියල් 1.10
ඕමාන් රියාල් 1	රුපියල් 273.40
පකිස්තාන් රුපියල් 1	රුපියල් 1.40
ස්ටර්ලින් පවුම් 1	රුපියල් 168.75
ඕස්ට්‍රේලියන් ඩොලර් 1	රුපියල් 76.25

අද දිනට පවතින විනිමය අනුපාතික පුවත් පතකින් හෝ වෙන යම් ක්‍රමයකින් සොයා ගන්න.

මුදල් පරිවර්තන

නිදසුන 4

ඇමරිකන් ඩොලරයේ විනිමය අනුපාතිකය ශ්‍රී ලංකා රුපියල් 113.10 වන අවස්ථාවක විදේශීය රැකියාවක නියුතු ශ්‍රී ලාංකිකයකුගේ මාසික වැටුප ඇමරිකන් ඩොලර් 400කි. ඔහුගේ වැටුප ශ්‍රී ලංකා රුපියල් කීයක් වේ ද?

ඇමරිකන් ඩොලර් 1 $=$ රු 113.10

ඇමරිකන් ඩොලර් 400 $=$ රු 113.10×400

$=$ රු $\underline{\underline{45\ 240}}$

නිදසුන 5

ඇමරිකන් ඩොලරයේ විනිමය අනුපාතිකය ශ්‍රී ලංකා රුපියල් 113.10 වන අවස්ථාවක විදේශ ගතවීමට අපේක්ෂිත ගෘහ සේවිකාවක් රු 56 550ක මුදලක් බැංකුව වෙත ඉදිරිපත් කර එම මුදල ඩොලර්වලින් ඉල්ලා සිටී. ඇයට ලැබෙන ඩොලර් සංඛ්‍යාව කීය ද?

රු 113.10 $=$ ඇමරිකන් ඩොලර් 1

රු 56 550 $=$ ඇමරිකන් ඩොලර් $\dfrac{56\ 550.00}{113.10}$

$=$ ඇ. ඩො $\underline{\underline{500}}$

අභ්‍යාසය 10.3

මෙම අභ්‍යාසය සඳහා ඉහත වගුවේ ඇති විනිමය අනුපාතික භාවිත කරන්න.

(1) ජාත්‍යන්තර සංවිධානයක් ශ්‍රී ලංකීය ව්‍යාපෘතියක් සඳහා යූරෝ 500ක මුදලක් පරිත්‍යාග කරයි. එම මුදලේ වටිනාකම ශ්‍රී ලංකා රුපියල්වලින් සොයන්න.

(2) විදේශ රැකියාවක නියුතු දිලීප තම ගිණුමේ තැන්පත් කිරීම සඳහා යෙන් 50 000ක මුදලක් ශ්‍රී ලංකාවේ සිටින තම මව වෙත එවයි. මව එම මුදල රුපියල්වලට පරිවර්තනය කර බැංකුවේ තැන්පත් කරයි නම් තැන්පත් කළ මුදල රුපියල්වලින් සොයන්න.

(3) විදේශ රටක සිට පැමිණි ගෘහ සේවිකාවක තම අනේවාසික මුදල් ගිණුමෙන් ස්ටර්ලින් පවුම් 5 000ක් ශ්‍රී ලංකා රුපියල් බවට පරිවර්තනය කර ලබාගන්නේ නම්. ඇයට ලැබෙන මුදල රුපියල්වලින් සොයන්න.

(4) රු. 71 350ක් බැංකුව වෙත ඉදිරිපත් කර යුරෝවලට පරිවර්තනය කර ගන්නා අයකුට යුරෝ කීයක් ලැබේ ද?

(5) ඇමරිකන් ඩොලරයක විකුණුම් මිල රු. 113.10 වේ. බැංකුවකින් රු. 282 750 මුදලක් දී ඩොලර් ලබාගන්නා අයකුට ඒ සඳහා ඩොලර් කීයක් ලබාගත හැකිවේ ද?

(6) විදේශීය ශිෂ්‍යත්වයක් ලබා ඕස්ට්‍රේලියාවට යන සුගත් තම අත ඇති රු. 381 250ක මුදල ඕස්ට්‍රේලියානු ඩොලර් බවට පරිවර්තනය කර ගනී. ඔහුට ලැබෙන ඕස්ට්‍රේලියන් ඩොලර් ගණන කීය ද?

(7) ශ්‍රී ලංකාවේ රුපියල් 70 කට පාකිස්ථාන් රුපියල් කීයක් මිල දී ගත හැකි ද?

(8) පාකිස්ථාන් රුපියල් 200 කට පාකිස්ථානයේ දී මිල දී ගත් සාරියක වටිනාකම ශ්‍රී ලංකා රුපියල්වලින් කීය ද?

11 ගණකය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සාමාන්‍ය ගණකයක් හා එහි ක්‍රියාකාරිත්වය හඳුනා ගැනීම
- මූලික ගණිත කර්ම හතර හැසිරවීම
- පුනපුනා එකතු කිරීම අඩු කිරීම ගුණ කිරීම හා බෙදීම සඳහා ගණකය භාවිත කිරීම
- නියතයක් එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම නියතයකින් ගුණ කිරීම හා බෙදීම
- නිඛිල, භාග, දශම, ප්‍රතිශත ආශ්‍රිත ගණිත කර්ම සඳහා ගණකය උපකාර කර ගැනීම
- සංඛ්‍යාවක දෙවන බලය හා වර්ගමූලය ලබා ගැනීම සඳහා අධාර කර ගැනීම
- ගණකය මගින් සංඛ්‍යා රටා ජනනය කර එමගින් ආශ්වාදයක් ලබා ගැනීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

11.1 ගණකය හඳුනා ගනිමු

කිසියම් ගණිත කර්මයක් ඉක්මනින් හා පහසුවෙන් නිවැරදි ව කර ගැනීමට අපට ගණකය උපකාරී වේ. ක්‍රියාකාරිත්වය අනුව සාමාන්‍ය ගණකය හා විද්‍යාත්මක ගණකය යනුවෙන් ගණක වර්ග දෙකකි. මිනිස් මොළයෙන් කෙරෙන ඇතැම් කාර්යයන් ගණක ඇසුරින් කළ හැකි වුව ද මිනිස් මොළය සතු නිර්මාණශීලී චින්තන හැකියාව කිසිදු ගණකයකට නොමැත.

චාර්ල්ස් බැබේජ් විසින් ක්‍රි.ව. 1883 දී ගණකය මුලින් ම නිපදවන ලදී.

සාමාන්‍ය ගණකය

ගණක යන්ත්‍ර නිෂ්පාදනය කිරීම විවිධ ආයතන මගින් කරනු ලබන බැවින් ඒවායේ යතුරු පුවරුවල සුළු වෙනස්කම් තිබිය හැකි ය. යතුරු පුවරුවේ යතුරු ක්‍රියාත්මක කිරීමෙන් ලැබෙන ප්‍රතිඵල දර්ශන තිරයේ ප්‍රදර්ශනය වේ.

11.2 ගණකයක යතුරු පුවරුව හඳුනා ගැනීම

යතුර	ක්‍රියාකාරිත්වය
$\boxed{\text{on}}$	ගණකය ක්‍රියාත්මක වේ.
$\boxed{\text{off}}$	ගණකයේ ක්‍රියාකාරිත්වය නතර වේ.
$\boxed{7}\boxed{8}\boxed{9}$ $\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}$ $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ $\boxed{0}\boxed{\cdot}$	ක්‍රියාත්මක කළ යතුරේ සඳහන් ඉලක්කම හෝ දශම තිත දර්ශන තිරයේ දක්වයි.
$\boxed{=}$	ගණිත කර්මවල ප්‍රතිඵල තිරයේ දක්වයි.
$\boxed{\text{CE}}\boxed{\text{CL}}$	ගණිත කර්මයකට පසුව වැරදීමකින් ඇතුළත් කළ ඉලක්කමක් මකා දමයි.
$\boxed{\text{AC}}$	සියල්ල මකා දමයි.
$\boxed{+}\boxed{-}\boxed{\times}\boxed{\div}$	යතුරේ දැක්වෙන ගණිත කර්මය සිදුකරයි.

ගණිත කර්ම සඳහා යතුරු $\boxed{+}\boxed{-}\boxed{\times}\boxed{\div}$ භාවිත කරන ආකාරය දැක්වෙන නිදසුන් කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

නිදසුන 1

සුළු කරන්න		ක්‍රියාවලිය	පිළිතුර
(i)	$135 + 87$	$\boxed{\text{on}}\boxed{1}\boxed{3}\boxed{5}\boxed{+}\boxed{8}\boxed{7}\boxed{=}$	222
(ii)	$521 - 97$	$\boxed{\text{on}}\boxed{5}\boxed{2}\boxed{1}\boxed{-}\boxed{9}\boxed{7}\boxed{=}$	424
(iii)	735×49	$\boxed{\text{on}}\boxed{7}\boxed{3}\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{4}\boxed{9}\boxed{=}$	36 015
(iv)	$1\,078 \div 98$	$\boxed{\text{on}}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{7}\boxed{8}\boxed{\div}\boxed{9}\boxed{8}\boxed{=}$	11
(v)	27.5×57	$\boxed{\text{on}}\boxed{2}\boxed{7}\boxed{\cdot}\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{5}\boxed{7}\boxed{=}$	1 567.5

අභ්‍යාසය 11.1

සියලු ම ගණනය කිරීම් සඳහා ගණකය භාවිත කරන්න.

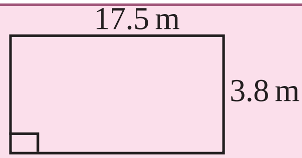
(1) සුළු කරන්න.

(i) $1\,007 + 75$ (ii) $75 + 27 - 12$ (iii) $2.75 + 7.2$

(iv) $1\,003 - 97$ (v) 380×227 (vi) 0.005×47

(vii) $512 - 3.2$ (viii) $\dfrac{43.75}{35}$

(2) $\boxed{\text{on}}\boxed{5}\boxed{2}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{\text{CE}}\boxed{8}\boxed{7}\boxed{=}$ යනුවෙන් යතුරු ක්‍රියාත්මක කළවිට දර්ශන තිරයේ ලැබෙන සංඛ්‍යාව කුමක් ද?

(3) 

සෘජුකෝණාස්‍ර කුඹුරක දිග 17.5 m හා පළල 3.8 m වේ. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.

(4) රුපියල් 26 250 ක් සිසුන් 35ක් අතරේ සම සේ බෙදුව හොත් එක් අයෙකුට ලැබෙන මුදල කීය ද?

(5) රාජාගේ මාසික වැටුප රුපියල් 8 295.50 කි. ඔහුගේ වාර්ෂික වැටුප කීය ද?

(6) 37.5×15 හි පිළිතුර ලබා ගැනීමට ගණකය ක්‍රියාත්මක කළ ගයනිට ලැබුණ පිළිතුර 56.25 කි.
අයගේ පිළිතුර හරි ද? වැරදි ද? වැරදි නම් ඔබ සිතන පරිදි ඇය අතින් සිදුවන්නට ඇති දෝෂය කුමක් ද?

11.3 පුනපුනා කෙරෙන ගණිත කර්ම

ගණකය භාවිත කර සංඛ්‍යාවකට තවත් සංඛ්‍යාවක් පුනපුනා එකතු කිරීම හෝ අඩු කිරීම පහසුවෙන් කළ හැකි ය.

නිදසුන 2

5 ට 3 පුනපුනා එකතු කරන්න.

මේ සඳහා

$\boxed{\text{on}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{+}$ $\boxed{3}$ යොදා ඉන්පසු ව අවශ්‍ය වාර ගණන් $\boxed{=}$ යතුර ක්‍රියාත්මක කළ විට

8, 11, 14, 17 ... ලෙස ප්‍රතිඵලය ලැබේ.

ඇතැම් ගණකවල මෙය $\boxed{\text{on}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{+}$ $\boxed{+}$ $\boxed{3}$ ලෙස යොදා

$\boxed{=}$ යතුර අවශ්‍ය වාර ගණන ක්‍රියාත්මක කිරීමට සිදුවේ.

තව ද $\boxed{\text{on}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{+}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$ හෝ $\boxed{\text{on}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{+}$ $\boxed{+}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$

ලෙස සංඛ්‍යා දෙක මාරුවී යෙදිය යුතු ගණක ද ඇත.
පහත දැක්වෙන නිදසුන් ක්‍රියාත්මක කර ප්‍රතිඵලය ලබා ගන්න.

නිදසුන 3

45 න් 3 ක් පුනපුනා අඩු කරන්න.

$\boxed{\text{on}}$ $\boxed{45}$ $\boxed{-}$ $\boxed{3}$ යොදා $\boxed{=}$ යතුර නැවත නැවත ක්‍රියා කළ විට

42, 39, 36, ... ලෙස පිළිතුර ලැබේ.

නිදසුන 4

5, 2න් පුනපුනා ගුණ කරන්න.

on 5 × 2 යොදා = නැවත නැවත

හෝ

on 2 × 5 = යොදා නැවත නැවත ක්‍රියාත්මක කරන්න.

පිළිතුර10, 20, 40, … වේ.

නිදසුන 5

200, 2 න් පුනපුනා බෙදන්න.

on 200 ÷ 2 යොදා = යතුර ක්‍රියාත්මක කළ විට

පිළිතුර 100, 50, 25, …

11.4 නියතයක් සමග ගණිත කර්ම

ගණකයක් ක්‍රියාත්මක කර පහත දැක්වෙන නිදසුන් අවබෝධ කරගන්න.

නිදසුන 6 (1) නියතයක් එකතු කිරීම

38, 70, 135 යන සංඛ්‍යාවලට 20 බැගින් එකතු කරන්න.

on 20 + + 38 =
70 =
135 =

නැතහොත්

on 38 + + 20 =
70 =
135 =

පිළිතුර 58, 90,155 වේ.

(ii) නියතයක් අඩු කිරීම

1 200, 1 570, 1 800, 2 000 යන සංඛ්‍යාවලින් 135 බැගින් අඩු කරන්න.

on 1200 – – 135 =
1 570 =
1 800 =
2 000 =

පිළිතුර 1 065, 1 435,1 665 හා 1 865

(iii) 5, 15, 35 යන සංඛ්‍යා 2න් ගුණ කරන්න.

on 2 × × 5 =
15 =
35 =

පිළිතුර 10, 30 හා 70 වේ.

(iv) 200, 160, 70 යන සංඛ්‍යා 2 න් බෙදන්න.

$\boxed{\text{on}}\ \boxed{200}\ \boxed{\div}\ \boxed{\div}\ \boxed{2}\ \boxed{=}$

$\boxed{160}\ \boxed{=}$

$\boxed{70}\ \boxed{=}$

පිළිතුර 100, 80 හා 35 වේ.

අභ්‍යාසය 11.2

(1) 70 ට 5 පුනපුනා තුන්වතාවක් එකතු කර ලැබෙන ප්‍රතිඵල සටහන් කරන්න.

(2) රුපියල් 600 කින් පුනපුනා රුපියල් 35 බැගින් අඩු කළ විට ලැබෙන පිළිතුරු හතරක් ලියන්න.

(3) $512 \times 2 \times 2 \times 2$ හි අගය සොයන්න.

(4) $5\,478 \div 2 \div 2 \div 2$ පිළිතුර ලබා ගන්න.

(5) 20 න් ලකුණු දුන් කාර්ය පත්‍රිකාවකට සිසුන් පිරිසක් ලබා ගත් ලකුණු පහත දැක්වේ. එම ලකුණු 100න් ලකුණු බවට පරිවර්තනය කරන්න.
6, 8, 10, 14, 16, 18

(6) පුනපුනා කෙරෙන ගණිත කර්ම භාවිත කර පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා රටාවල ඊළඟ පද 3 සොයන්න.
(i) 5, 7, 9, 11, …, …, …
(ii) 58, 53, 48, 43, …, …, …
(iii) 2, 6, 18, …, …, …
(iv) 400, 200, …, …, …

(7) කාර්යාලයක සේවකයින් අට දෙනෙකුගේ මාසික වැටුප් රුපියල්වලින් පහත දැක්වේ.
8 000, 9 200, 11 500, 11 800, 12 000, 15 200, 17 500, 20 000
එක් එක් වැටුපට රුපියල් 675 බැගින් එකතු කර නව වැටුප් ලැයිස්තුවක් සාදන්න.

11.5 භාග දශමවලට පරිවර්තනය කිරීම

භාග දශම සංඛ්‍යාවලට හැරවීම දැක්වෙන නිදසුන් පරීක්ෂා කර තේරුම් ගන්න.

නිදසුන 7

භාගය	ක්‍රියා පිළිවෙළ	දශම සංඛ්‍යාව
(i) $\frac{1}{8}$	$\boxed{\text{on}}\ \boxed{1}\ \boxed{\div}\ \boxed{8}\ \boxed{=}$	0.125
(ii) $\frac{2}{3}$	$\boxed{\text{on}}\ \boxed{2}\ \boxed{\div}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$	0.6666 …
(iii) $\frac{5}{12}$	$\boxed{\text{on}}\ \boxed{5}\ \boxed{\div}\ \boxed{12}\ \boxed{=}$	0.41666 …

11.6 නිඛිල සුළු කිරීම

නිඛිල දැක්වීමට $\boxed{+/-}$ යතුර භාවිත කෙරේ.

ධන නිඛිල දැක්වීමේ දී + ලකුණ යෙදීම අත්‍යවශ්‍ය නැත. එහෙත් සෘණ නිඛිල දැක්වීම සඳහා – ලකුණ අත්‍යවශ්‍ය බව අපි දනිමු.

$\boxed{\text{on}}\boxed{7}$ යොදා $\boxed{+/-}$ යතුර නැවත නැවත ක්‍රියා කළ විට ඔබට 7, –7, 7 – 7, 7 ... ලැබේ.

පහත නිදසුන්වල දැක්වෙන සුළු කිරීම් ක්‍රියා පිළිවෙළ හා පිළිතුරු පරීක්ෂා කරන්න.

නිදසුන 8

සුළු කරන්න.

(i) $5 + (-27)$	$\boxed{\text{on}}\ \boxed{5}\ \boxed{+}\ \boxed{27}\ \boxed{+/-}\ \boxed{=}$	-22
(ii) $(-2) - (-1)$	$\boxed{\text{on}}\ \boxed{2}\ \boxed{+/-}\ \boxed{-}\ \boxed{1}\ \boxed{+/-}\ \boxed{=}$	-1
(iii) $(-12) \div (-2)$	$\boxed{\text{on}}\ \boxed{12}\ \boxed{+/-}\ \boxed{\div}\ \boxed{2}\ \boxed{+/-}\ \boxed{=}$	$\boxed{6}$
(iv) $(-8) \times 25$	$\boxed{\text{on}}\ \boxed{8}\ \boxed{+/-}\ \boxed{\times}\ \boxed{25}\ \boxed{=}$	-200
(v) $\dfrac{-3 \times 15}{9}$	$\boxed{\text{on}}\ \boxed{3}\ \boxed{+/-}\ \boxed{\times}\ \boxed{15}\ \boxed{\div}\ \boxed{9}\ \boxed{+/-}\ \boxed{=}$	$\boxed{5}$

අභ්‍යාසය 11.3

(1) $\dfrac{3}{4}$ දශම සංඛ්‍යාවක් බවට පරිවර්තනය කිරීමේ ක්‍රියා පිළිවෙළ කොටු තුළ දක්වන්න.

$\boxed{\text{on}}\ \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}$

(2) ගණකය භාවිත කර පහත දැක්වෙන භාග දශම සංඛ්‍යාවලට පරිවර්තනය කරන්න.

(i) $\dfrac{1}{4}$ (ii) $\dfrac{3}{8}$ (iii) $\dfrac{8}{15}$ (iv) $\dfrac{13}{20}$

(v) $\dfrac{8}{25}$ (vi) $\dfrac{1}{3}$ (vii) $\dfrac{1}{6}$ (viii) $\dfrac{5}{11}$

(3) $\dfrac{22}{7}$ හි අගය දශම ස්ථාන 3කට යොදන්න.

(4) සුළු කරන්න.

(i) $125 + (-17)$ (ii) $(-12) - (-27)$

(iii) $(-36) \div (-4)$ (iv) $2.5 \times (-10)$

(v) $(-7) \times (-8) \div (-28)$

$\frac{3}{7}$ හි අගය ආසන්න තුන් වන දශම ස්ථානයට 0.429ක් වන බව පාතිමා පවසයි. (ගණකය භාවිත කර) ඇගේ ප්‍රකාශය සත්‍ය බවට හේතු දක්වන්න.

සාමාන්‍ය ගණකයෙන් ගණිත කර්ම කිරීමේ දී අනුපිළිවෙළ ලෙස BODMAS නීතිය අනුගමනය කළ යුතු ය.

11.7 මතක යතුරු භාවිතය

යතුර	ක්‍රියාකාරිත්වය
M+	තොරතුරු මතකයට යැවීම
MR RM	මතකයට යැවූ තොරතුරු තිරයට කැඳවයි.
MC CM	මතකයෙන් ඉවත් කරයි.
M-	මතකයට යැවූ තොරතුරෙන් අගයක් අඩු කරයි.

ගැටලුවක් විසඳා අවසන් වූ වහා ම තිරයෙන් M ඉවත් කළ යුතුම ය.

නිදසුන 9

$\frac{45}{7+2}$ සුළු කරන්න.

on 7 + 2 = M+ 45 ÷ MR =

අවසානයේ M ඉවත් කිරීම සඳහා MC යෙදීම

නිදසුන 10

මීටරයක මිල රුපියල් 70 බැගින් රෙදි 2.25 ක් m ද මීටරයක මිල රුපියල් 17.50 බැගින් රේන්ද 1.5 mක් ද ගැනීමට වැයවන මුදල ගණනය කරන්න.

on 70 × 2.25 = M+ 157.50

17.50 × 1.5 = M+ 26.25

MR 183.75

පිළිතුර රුපියල් 183.75

MC යෙදීම

අභ්‍යාසය 11.4

(1) මතක යතුර භාවිත කර පහත දැක්වෙන සුළු කිරීම් කරන්න.

(i) $\dfrac{17}{7 - 2}$ (ii) $\dfrac{5+3}{4 \times 2}$ (iii) $\dfrac{23 \times 24}{5.8 - 4.6}$

(iv) $\dfrac{37 \times 8.4}{57 \div 19}$ (v) $\dfrac{17.5 + 3.5}{12.8 - 2.3}$

(2) පහත දැක්වෙන බිල සෑදීමට මතක යතුර භාවිත කරන්න. මෙම බිල ගෙවීමට අවශ්‍ය මුදල ගණනය කරන්න.

ද්‍රව්‍යය	ප්‍රමාණය	ඒකක මිල රුපියල්
වැලි	කියුබ් 3	800
සිමෙන්ති	මිටි 12	750
හුණු	මිටි 2	85

11.8 ප්‍රතිශත, බල සහ වර්ගමූලය

$\boxed{\%}$ ප්‍රතිශත යතුර

නිදසුන 11

(i) රුපියල් 80කින් 5%ක් කොපමණ ද?

$\boxed{\text{on}}$ $\boxed{80}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\%}$ රුපියල් 4

(ii) $\dfrac{3}{5}$ ප්‍රතිශතයක් ලෙස දක්වන්න.

$\boxed{\text{on}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\%}$ $\boxed{=}$ = 60%

සංඛ්‍යාවක වර්ගය

$\boxed{x^2}$ යතුර මගින් සංඛ්‍යාවක දෙවන බලය ලබා ගත හැකි ය.

නිදසුන 12

7^2 සොයන්න.

$\boxed{\text{on}}$ $\boxed{7}$ $\boxed{x^2}$

49

$\boxed{x^2}$ යතුර වෙනුවට $\boxed{x^y}$ යතුර ඇත්නම්
$\boxed{7}$ $\boxed{x^y}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$
ලෙස ක්‍රියාත්මක කරන්න.

සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය

$\boxed{\sqrt{\ }}$ යතුර මගින් සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය ලබා ගත හැකි ය.

නිදසුන 13

$\sqrt{289}$ සොයන්න.

$\boxed{\text{on}}\ \boxed{289}\ \boxed{\sqrt{\ }}\quad = 17$

අභ්‍යාසය 11.5

පහත දැක්වෙන ගණනය කිරීම් සඳහා ගණකය භාවිත කරන්න.

(1) අගය සොයන්න.

(i) රු.1 200 න් 8% (ii) රු. 3 600 න් 12.5%

(2) පරීක්ෂණයකට පෙනී සිටි සිසුන් 25කින් 18ක් උසස් ලෙස සමත් වී ඇත. සමත් ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

(3) පහත දැක්වෙන භාග ප්‍රතිශත ලෙස දක්වන්න.

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{20}{40}$ (iv) $\frac{11}{5}$

(4) අගය සොයන්න.

(i) 9^2 (ii) 35^2 (iii) 1.5^2 (iv) 2.5^2 (v) 2.75^2

(5) අගය සොයන්න.

(i) $\sqrt{25}$ (ii) $\sqrt{169}$ (iii) $\sqrt{324}$ (iv) $\sqrt{12.25}$ (v) $\sqrt{27.04}$

(6) $\frac{22}{7} \times 1.5^2 \times 2.8$ සුළු කරන්න.

(7) $\frac{5.12 \times \sqrt{1.44}}{0.6}$ සුළු කරන්න.

(8) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ හි අගය පළමු දශමස්ථානයට වටයන්න.

(9) (i) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 යන ඉලක්කම් අට ගණකයේ තිරයට ගෙන $\boxed{\times}\ \boxed{9}\ \boxed{=}$ යොදන්න.

(ii) නැවතත් 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 තිරයට ගෙන $\boxed{\times}\ \boxed{18}\ \boxed{=}$ යොදන්න.

(iii) ඔබට ලැබුණ ප්‍රතිඵල රටාවට අනුව

$\boxed{5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5}$ ලෙස ඔබේ ගණකයේ දර්ශන තිරය සම්පූර්ණ කිරීමට ඔබ කළ යුත්තේ කුමක් ද?

(10) ✸ පහත දැක්වෙන සුළු කිරීම් ඔබේ ගණකයෙන් කරන්න.

✸ ඔබට ලැබෙන සෑම පිළිතුරක් ම ඔබේ ගණකය උඩු යටි කොට හරවා පරීක්ෂා කරන්න. එයින් කියැවෙන එක් එක් ඉංග්‍රීසි වචනය කුමක් දැයි බලන්න.

(i) $\boxed{35}\ \boxed{\times}\ \boxed{100}\ \boxed{+}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$

(ii) $\boxed{35}\ \boxed{\times}\ \boxed{1000}\ \boxed{+}\ \boxed{6}\ \boxed{=}$

(iii) $\boxed{27}\ \boxed{\times}\ \boxed{2000}\ \boxed{-}\ \boxed{2}\ \boxed{=}\ \boxed{\div}\ \boxed{7}\ \boxed{=}$

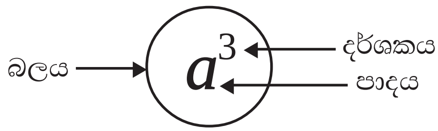
12 දර්ශක හා ලඝුගණක

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සමාන පාද සහිත බල ගුණ කිරීම, බෙදීම
- බලයක බලයක් සහිත දර්ශක ප්‍රකාශන සුළු කිරීම
- ශූන්‍ය දර්ශකය හා සෘණ දර්ශකය හඳුනා ගැනීම හා අදාළ ගණනය කිරීම සඳහා යොදා ගැනීම
- දර්ශක නීති ඇසුරින් ගණනය කිරීම
- සංඛ්‍යාවක ලඝු ගණකය හඳුනා ගැනීම
- දර්ශක සහිත ප්‍රකාශනයක් ලඝු ප්‍රකාශනයක් ලෙස ලියා දැක්වීම
- ලඝු ප්‍රකාශනයක් දර්ශක ආකාරයෙන් ලියා දැක්වීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

මීට පෙර දර්ශක පාඩම් යටතේ ඔබ උගත් කරුණු පහත දැක්වෙන පරිදි ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.



(1) බල ප්‍රසාරණය කර ලිවීම

(i) $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

(ii) $b^5 = b \times b \times b \times b \times b$

(iii) $(ab)^3 = a^3 \times b^3 = a \times a \times a \times b \times b \times b$

$(ab)^3 = ab \times ab \times ab = a \times a \times a \times b \times b \times b$

(2) ප්‍රසාරණය කර ඇති ගුණිතය හකුළුවා ලිවීම

(i) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$

(ii) $x \times x \times x \times x = x^4$

(iii) $3 \times 3 \times y \times y \times y = 3^2 \times y^3 = 9\,y^3$

(3) ගුණිතයක බලය බලවල ගුණිතය ලෙස ප්‍රකාශ කිරීම

(i) $(ab)^3 = a^3 \times b^3 = a^3\, b^3$

(ii) $(5y)^2 = 5^2 \times y^2 = 25\, y^2$

(4) බලවල ගුණිතය ගුණිතයක බලය ලෙස ප්‍රකාශ කිරීම

(i) $16\,p^4 = 2^4 \times p^4 = (2p)^4$

(ii) $q^2 \times n^2 = (qn)^2$

(5)

ඉරට්ට බල	ඔත්තේ බල
$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$ $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = +81$ සෘණ සංඛ්‍යාවක ඉරට්ට බල, ධන අගයකි.	$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$ $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = -243$ සෘණ සංඛ්‍යාවක ඔත්තේ බල, සෘණ අගයකි.

12.1 සමාන පාද සහිත බල ගුණ කිරීම

නිදසුන 1

$$3^3 \times 3^4 = (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$$
$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$
$$= 3^7$$

එසේ ම,

$$3^3 \times 3^4 = 3^{3+4}$$
$$= 3^7$$

ප්‍රකාශනය	ප්‍රසාරණය කිරීමෙන් සුළු කිරීම	දර්ශක ඇසුරෙන් සුළු කිරීම
(1) $3^3 \times 3^2$	$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$	$3^{3+2} = 3^5$
(2) $m^4 \times m^2$	$m \times m \times m \times m \times m \times m = m^6$	$m^{4+2} = m^6$
(3) $p^3 \times q^2 \times p^5 \times q$	$(p \times p \times p) \times (q \times q) \times (p \times p \times p \times p \times p) \times q$ $= (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p \times p) \times (q \times q \times q)$ $= p^8 \times q^3$	$p^{3+5} \times q^{2+1} = p^8 q^3$

මේ අනුව පාදය a වූ ද දර්ශක m හා n වන බල දෙකක ගුණිතය

$\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

එනම් පාද සමාන බල දෙකක් ගුණ කිරීමේ දී ඒවායේ දර්ශක එකතු වේ. පාදය නොවෙනස් ව පවතී.

අභ්‍යාසය 12.1

(1) හිස් කොටු සඳහා ගැළපෙන අගයයන් සොයන්න.

(i) $3^2 \times 3^6 = 3^{\square}$

(ii) $a^3 \times a^8 = a^{\square}$

(iii) $5^4 \times 8^2 \times 5^2 = 5^{(\square + 2)} \times 8^2$

(iv) $p^3 \times q^4 \times p^6 \times q^3 = p^{(3+\square)} \times q^{(\square + \square)}$

(v) $a^4 \times b^5 \times a^6 \times b^2 = a^{\square} \times b^{\square}$

(vi) $2^2 \times c^4 \times 2^4 \times c^5 = 2^{(\square + \square)} \times c^{(\square + \square)} = 2^{\square} \times c^{\square}$

(vii) $4^{\square} \times k \times 4^5 \times k^{\square} = 4^7 \times k^5$

(viii) $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{\square} = \left(\frac{1}{3}\right)^9$

(ix) $x^{\square} \times 7^2 \times x^4 \times 7^4 = x^6 \times 7^{\square}$

(x) $(0.2)^3 \times (0.2)^5 \times (0.2)^{\square} = (0.2)^{20}$

(2) $a^x \times a^y = a^{50}$ සත්‍ය වීම සඳහා x හා y ට ගැළපෙන අගයයන් යුගල පහක් වෙන වෙන ම ලියා දක්වන්න.

(3) හිස් කොටු සඳහා ගැළපෙන සංඛ්‍යා ලියන්න.

$$5^6 \times 5^2 \times 5^8 \times 5^{\square} = 5^{20}$$
$$5^8 \times 5^{\square} = 5^{20} = 5^{\square} \times 5^{\square}$$
$$5^{20} = 5^4 \times 5^3 \times 5^{\square}$$

$$x \times x^{\square} = x^{\square}$$
$$x^9 \times x^{\square} = x^{\square} = x^6 \times x^{12}$$
$$x^{\square} = x^7 \times x^{\square}$$

12.2 සමාන පාද සහිත බල බෙදීම

නිදසුන 2

$3^4 \div 3^2$ සුළු කරන්න.

$$3^4 \div 3^2 = \frac{3 \times 3 \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{3}}$$
$$= \underline{\underline{3^2}}$$

$c^8 \div c^3$ සුළු කරන්න.

$$c^8 \div c^3 = \frac{c \times c \times c \times c \times c \times \cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c}}{\cancel{c} \times \cancel{c} \times \cancel{c}}$$
$$= \underline{\underline{c^5}}$$

ඉහත එක් එක් නිදසුනෙහි බල දෙකෙහි ලවයේ බලයේ දර්ශකයෙන් හරයේ බලයේ දර්ශකය අඩු කිරීමෙන් ද ඉහත ප්‍රතිඵලය ම ලබා ගත හැකි බව පරීක්ෂා කරන්න.

$$3^4 \div 3^2 = 3^{4-2} = 3^2 \qquad c^8 \div c^3 = c^{8-3} = c^5$$

මේ අනුව පාදය a වූ ද දර්ශක m හා n වන බල දෙකක් බෙදීම පහත ආකාරයට දැක්විය හැකි ය.

$$\boxed{a^m \div a^n = a^{m-n}} \quad \text{හෝ} \quad \boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$$

ඉහත පැහැදිලි කිරීමට අනුව,

පාද සමාන බල දෙකක් බෙදීමේ දී භාජ්‍යයේ දර්ශකයෙන් භාජකයේ දර්ශකය අඩු වේ. පාදය නොවෙනස් ව පවතී.

මෙහි දී n හි අගය m ට වඩා වැඩි වන අවස්ථාවල දී m - n සඳහා ඍණ අගයක් ලැබෙන බැවින් ඍණ දර්ශකයක් ලැබේ. (මෙය ඉදිරියේ දී පැහැදිලි කෙරේ.)

අභ්‍යාසය 12.2

(1) හිස්කොටු සඳහා ගැළපෙන අගයයන් සොයන්න.

(i) $5^7 \div 5^3 = 5^{\square}$

(ii) $\dfrac{x^8}{x^5} = x^{\square}$

(iii) $a^{\square} \div a^3 = a^{10}$

(iv) $\dfrac{2^{\square} \times 2^4}{2^3} = \dfrac{2^9}{2^3} = 2^{\square}$

(v) $\dfrac{y^5 \times y^{\square} \times y^3}{y^4 \times y^{\square}} = \dfrac{y^{10}}{y^8} = y^{\square}$

(vi) $\dfrac{c^{\square} \times c^5}{c^3 \times c^{\square}} = \dfrac{c^9}{c^{\square}} = c^4$

(2) හිස්කොටු සඳහා ගැළපෙන අගයයන් සොයන්න.

$$\frac{3^5 \times 3^8}{3^{\square}} = 3^{10}$$

$$\frac{3^6 \times 3^{\square}}{3^{10}} = 3^{10} = \frac{3^{12}}{3^{\square}}$$

$$3^{10} = \frac{3^7 \times 3^{\square}}{3^2 \times 3^{\square}} = 3^{17-\square}$$

$$\frac{a^4 \times a^3}{a^{\square}} = a^{\square}$$

$$\frac{a^9 \times a^{\square}}{a^8} = a^{\square} = \frac{a^{10}}{a^5}$$

$$a^{\square} = \frac{a^{\square}}{a^3}$$

12.3 සෘණ දර්ශක

$x^2 \div x^5$ හි අගය පහත ක්‍රම දෙකට ම සුළු කළ විට ලැබෙන පිළිතුර පරීක්ෂා කර බලන්න.

විහිදුවා ලිවීමෙන්	දර්ශක නීති මගින්
$x^2 \div x^5$	$x^2 \div x^5$
$= \dfrac{\cancel{x} \times \cancel{x}}{\cancel{x} \times \cancel{x} \times x \times x \times x}$	$= x^{2-5}$
$= \dfrac{1}{x^3}$	$= x^{-3}$

මේ අනුව මෙම පිළිතුරු දෙක සමාන වේ.

එනම් $x^{-3} = \dfrac{1}{x^3}$ වේ.

මේ අනුව n ඕනෑ ම සංඛ්‍යාවක් වූ විට $x^{-n} = \dfrac{1}{x^{n}}$ ද $\dfrac{1}{x^{-n}} = x^{n}$ ද වේ.

> මෙහි x^{-n} යන්න ඍණ දර්ශකයක් සහිත බලයක් ලෙස හැඳින් වේ.

නිදසුන 3

3^{-2} හි අගය සොයන්න.

$$3^{-2} = \frac{1}{3^{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{9}}}$$

නිදසුන 4

$\dfrac{1}{4^{-2}}$ හි අගය සොයන්න.

$$\frac{1}{4^{-2}} = 4^{2} = \underline{\underline{16}}$$

ඉහත පැහැදිලි කිරීම් අනුව පහත ප්‍රතිඵලය ලබාගත හැකි ය.

$$\frac{a^{-x}}{b^{-y}} = \frac{b^{y}}{a^{x}}$$

> ඍණ දර්ශකයක් සහිත බලයක් ධන දර්ශකයක් සහිත බලයක් කිරීමට එහි පරස්පරය ගත යුතු ය.

අභ්‍යාසය 12.3

(1) හිස්කොටු සඳහා ගැළපෙන අගයයන් ලියා දක්වන්න.

(i) $2^{-5} = \dfrac{1}{\square}$ (ii) $x^{-2} = \dfrac{1}{\square}$ (iii) $\square = \dfrac{1}{3}$

(iv) $2x^{-1} = \dfrac{2}{\square}$ (v) $\dfrac{x^{-3}}{y^{\square}} = \dfrac{y^{6}}{x^{\square}}$ (vi) $\dfrac{3}{2x^{-3}} = \dfrac{3\,\square}{2}$

(2) පහත ප්‍රකාශන සුළු කර පිළිතුර ධන දර්ශක සහිත ව ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $\dfrac{a^{-2} \times b^{-4}}{b^{2}}$ (ii) $\dfrac{2^{-3} \times 5^{2}}{5^{-4} \times 2^{4}}$ (iii) $\dfrac{(2x)^{3} \times (2x)^{-4}}{(2x)^{-6}}$

(iv) $\dfrac{8x^{-2} \times 5y^{-3}}{15x^{-4} \times 2y^{5}}$ (v) $\dfrac{3^{-2} \times p^{2} \times q^{-2}}{p^{-4} \times q^{2}}$ (vi) $\dfrac{c^{3} \times m^{-4}}{m^{3} \times c^{-3}}$

(3) හිස් කොටු සඳහා සුදුසු අගය යොදා සම්පූර්ණ කරන්න.

(i) $\dfrac{1}{128} = 2^{\square}$ (ii) $\dfrac{1}{125} = \square^{-3}$ (iii) $27^{-1} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{\square}$ (iv) $0.001 = \square^{-3}$

12.4 ශූන්‍ය දර්ශකය

$5^3 \div 5^3$ හි අගය විහිදුවා ලිවීමෙන් හා දර්ශක නීති භාවිත කර සුළු කිරීම කළ විට පහත ප්‍රතිඵලය ලැබේ.

විහිදුවා ලිවීමෙන්	දර්ශක නීති මගින්
$5^3 \div 5^3$ $= \dfrac{\cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5}}$ $= 1$	$5^3 \div 5^3$ $= 5^{3-3}$ $= 5^0$

මෙම පිළිතුරු දෙකම සමාන ය. එනම් $5^0 = 1$ වේ.

පාදය ශූන්‍ය නො වන ඕනෑ ම බලයක දර්ශකය ශූන්‍ය වන විට එහි අගය 1 ට සමාන වේ.

එනම් $a \neq 0$ විට $\boxed{a^0 = 1}$ වේ.

අභ්‍යාසය 12.4

පහත ප්‍රකාශන සුළු කරන්න.

(i) $x^5 \div x^5$ (ii) $\left(\dfrac{3}{x^2}\right)^0 \times \dfrac{x^3}{9}$ (iii) $\dfrac{(2x)^0 \times x^7}{x^{-2}}$

(iv) $\dfrac{x^{\frac{1}{2}} \times y^{\frac{2}{3}}}{y^{-\frac{1}{3}} \times x^{\frac{1}{2}}}$ (v) $\dfrac{(a\,y)^0 \times a^5 \times y^4}{a^{-3} \times y^{-3}}$ (vi) $\dfrac{m^5 \times c^{-2} \times m^{-2}}{c^4 \times m^3 \times c^{-6}}$

12.5 බලයක බලය

$(2^2)^3$ බලයක බලයක් සහිත ප්‍රකාශනයක් වේ. මෙය දෙකේ දෙවන බලයේ තුන්වන බලය වේ. මෙය විහිදුවා ලියා සුළු කළ හැකි ය.

$$(2^2)^3 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2$$
$$= 2^{2+2+2} \quad \text{(දර්ශක නීතියට අනුව)}$$

$\therefore (2^2)^3 = 2^6$

මෙය $2^{2\times 3} = 2^6$ ලෙස ද සුළු කළ හැකි ය. (දර්ශක එකින් එක ගුණ කිරීමෙන්)

මේ නිසා $(2^2)^3 = 2^6$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

මේ අනුව a ඕනෑම ශූන්‍ය නො වන සංඛ්‍යාවක් වන විට

$\boxed{(a^m)^n = a^{mn}}$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

එනම්, බලයක බලයක් සුළු කිරීමේ දී ඒවායේ දර්ශක එකිනෙක ගුණ කෙරේ.

අභ්‍යාසය 12.5

(1) සුළු කරන්න.

(i) $(3^2)^3$ (ii) $(x^{-2})^3$ (iii) $(y^2)^0$

(iv) $\left(\dfrac{x^3}{y^2}\right)^2$ (v) $(x^{-3})^{-2}$ (vi) $\left(\dfrac{a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-3}$

(2) හිස් කොටුවලට ගැළපෙන සංඛ්‍යාව ලියන්න.

(i) $x^{-10} = (x^{-5})^{\square}$ (ii) $2^{12} = (2^{-6})^{\square}$ (iii) $a^{10} = (a^{\square})^{-\frac{1}{2}}$

(iv) $\dfrac{(x^3y^2)^3}{x^7y^5} = x^{\square} \times y^{\square}$ (v) $\left\{\dfrac{(0.5) \times (0.5)^6}{(0.5)^8}\right\}^2 = (0.5)^{\square}$ (vi) $\left(\dfrac{m^3}{n^2}\right)^{-2} = \dfrac{n^{\square}}{m^{\square}}$

12.6 ලඝුගණක

JOHN NAPIER

(ක්‍රි.ව 1550- ක්‍රි.ව.1617)

ඉතාලි ජාතික ජෝන් නේපියර් නම් ගණිතඥයා ලඝුගණක පිළිබඳ මුල් ම අදහස ඉදිරිපත් කළේ ය.

(a) සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය හැඳින්වීම

$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$64 = 2^6$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

එවිට මෙහි 6, දෙකේ පාදයට 64 හි ලඝුගණකය වේ.

දර්ශකය ලඝුගණකය

$$64 = 2^{6} \Longleftrightarrow \log_2 64 = 6$$

පාදය

සංඛ්‍යාව

(b) දර්ශක ආකාරයේ ප්‍රකාශනයක් ලඝුගණක ආකාරයෙන් ලිවීම

දර්ශක ආකාරය	ලඝුගණක ආකාරය	ලඝුගණක කියවන ආකාරය
$100 = 10^2$	$\log_{10} 100 = 2$	10 පාදයට 100 හි ලඝුගණකය 2 වේ.
$32 = 2^5$	$\log_2 32 = 5$	2 පාදයට 32 හි ලඝුගණකය 5 වේ.
$49 = 7^2$	$\log_7 49 = 2$	7 පාදයට 49 හි ලඝුගණකය 2 වේ.
$a = b^c$	$\log_b a = c$	b පාදයට a හි ලඝුගණකය c වේ.
$8 = 2^3$	$\log_2 8 = 3$	2 පාදයට 8 හි ලඝුගණකය 3 වේ.
$\frac{1}{8} = 2^{-3}$	$\log_2 \frac{1}{8} = -3$	2 පාදයට $\frac{1}{8}$ ලඝුගණකය -3 වේ.
$1 = 10^0$	$\log_{10} 1 = 0$	10 පාදයට 1 හි ලඝුගණකය 0 වේ.

පොදු වශයෙන්

> එක් සංඛ්‍යාවක් තවත් සංඛ්‍යාවක බලයක් ලෙස ප්‍රකාශ කිරීමේ දී ලැබෙන දර්ශකය එම පාදයට පළමු සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකය ලෙස හඳුන්වයි.

එනම් $a = b^c$ නම් b පාදයට a හි ලඝුගණකය c වේ.
මෙය පහත අයුරින් ප්‍රකාශ කෙරේ.

$\boxed{\text{ලඝු}_b\, a = c}$ ලෙස හෝ $\boxed{\log_b a = c}$

> පාදය 10 වූ ලඝුගණකය **lg** මගින් සංකේතවත් කෙරේ.
>
> $\boxed{\log_{10} x = \lg x}$

මෙහි දී a හා b සඳහා ධන සංඛ්‍යා පමණක් සලකනු ලැබේ.

අභ්‍යාසය 12.6

(1) හිස්තැනට සුදුසු අගය යොදා සම්පූර්ණ කරන්න.

(i) $128 = 2^{\square}$ (ii) $0.00001 = \square^{-5}$ (iii) $\frac{1}{256} = 2^{\square}$ (iv) $625 = \square^{4}$

(2) පහත ප්‍රකාශන ලඝු ගණක ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.
(i) 10 පාදයට 1 000 හි ලඝුගණකය
(ii) 2 පාදයට 16 හි ලඝුගණකය
(iii) p පාදයට q හි ලඝුගණකය
(iv) m පාදයට n හි ලඝුගණකය

(3) පහත ලඝු ගණක ආකාරයෙන් දැක්වෙන ප්‍රකාශන කියවන ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

(i) $\log_3 27$ (ii) $\log_4 1$ (iii) $\log_a b$ (iv) $\lg_8 512$

(4) පහත දර්ශක ප්‍රකාශන ලඝු අංකනයෙන් ලියා දක්වන්න.
(i) $128 = 2^7$ (ii) $10\,000 = 10^4$ (iii) $5 = 5^1$ (iv) $1 = 3^0$

(c) ලඝුගණක ආකාරයේ ප්‍රකාශනයක් දර්ශක ආකාරයෙන් ලිවීම

දී ඇති ලඝුගණක ප්‍රකාශනයක් පහත ආකාරයට දර්ශක ආකාරයෙන් ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

ලඝු ආකාරය	දර්ශක ආකාරය
(i) $\log_3 243 = 5$	$243 = 3^5$
(ii) $\log_2 1\,024 = 10$	$1\,024 = 2^{10}$
(iii) $\log_5 625 = 4$	$625 = 5^4$
(iv) $\log_b a = c$	$a = b^c$

මේ අනුව දී ඇති ලඝු ප්‍රකාශනයක් දර්ශක ආකාරයටත් දී ඇති දර්ශක ප්‍රකාශනයක් ලඝුගණක ප්‍රකාශනයක් ලෙසටත් ප්‍රතිවර්ත ව (දෙපසට ම) ලිවිය හැකි බව අවබෝධ කර ගන්න. එය පහත ආකාරයට අංකනය කළ හැකි ය.

$$\boxed{a = b^{c} \rightleftarrows \log_{b} a = c}$$

අභ්‍යාසය 12.7

(1) පහත ප්‍රකාශන දර්ශක ආකාරයෙන් දක්වන්න.

(i) $\log_5 125 = 3$ (ii) $\log_9 81 = 2$ (iii) $\lg 2 = 0.3010$ (iv) $\lg 0.1 = -1$

(2) හිස්කොටු සඳහා ගැළපෙන අගයයන් සොයන්න.

(i) $2^7 = \square \longrightarrow \log_2 \square = 7$ (ii) $5^{\square} = \square \longrightarrow \log_5 \square = 2$

(iii) $\log_{\square} 225 = 2$ (iv) $\log_2 \square = 5$ (v) $\log_a \square = 4$

(3) හිස් කොටු සඳහා ගැළපෙන අගයයන් සොයන්න.

(i) $\log_2 32 = \square$ (ii) $\log_5 25 = \square$ (iii) $\log_x 1 = \square$ (iv) $\log_a a = \square$

(4) හිස් කොටු සඳහා ගැළපෙන අගයයන් සොයන්න.

(i) $\log_{\square} 1\,000 = 3$ (ii) $\log_{\square} \frac{1}{x} = -1$ (iii) $\log_{\square} \frac{1}{81} = -4$

(iv) $\log_{\square} 0.01 = -2$ (v) $\log_{\square} 16 = 2$ (vi) $\log_{\square} 4^{-2} = -2$

(5) හිස් කොටු සඳහා ගැළපෙන අගයයන් සොයන්න.

(i) $\log_5 3\,125 = 5 \rightleftarrows \square = 5^{\square}$

(ii) $\log_7 1 = 0 \rightleftarrows 1 = 7^{\square}$

(iii) $\lg \square = -2 \rightleftarrows \square = 10^{-2}$

(iv) $\log_{\square} 81 = 4 \rightleftarrows 81 = \square^{4}$

(v) $\log_6 6 = \square \rightleftarrows 6 = 6^{\square}$

(vi) $\log_{\square} 0.001 = -3 \rightleftarrows 0.001 = \square^{-3}$

(6) $\log_{\boxed{x}} \boxed{y} = 3$ ට ගැළපෙන x හා y සංඛ්‍යා යුගල තුනක් ලියා දක්වන්න.

(7) $\log_{\boxed{x}} 64 = \boxed{y}$ ට ගැළපෙන x හා y සංඛ්‍යා යුගල හතරක් ලියා දක්වන්න.

(8) $\log_2 \boxed{x} = \boxed{y}$ ට ගැළපෙන x හා y සංඛ්‍යා යුගල තුනක් ලියන්න.

13 නිර්මාණ

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- මූලික පථ හතර නිර්මාණය කිරීම
- බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට සරල රේඛාවකට ලම්බක නිර්මාණය කිරීම
- 60^0, 90^0 සහ එහි ගුණාකාරවල කෝණ නිර්මාණය කිරීම
- දෙන ලද කෝණයට සමාන කෝණයක් පිටපත් කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

13.1 පථ

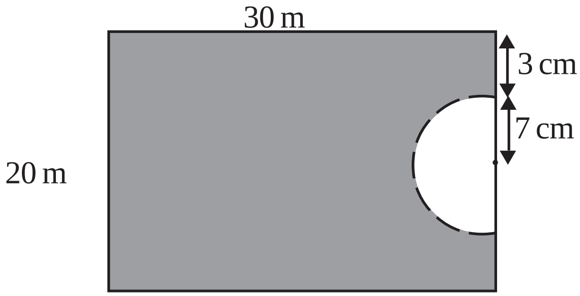
දී ඇති නීතියකට අනුව විචලනය වන ලක්ෂ්‍යයක ගමන් මග පථය ලෙස අවබෝධ කර ගැනීම මගින් පථ පිළිබඳ බොහෝ කරුණු වටහා ගත හැකි ය.

මීට පෙර පථ පිළිබඳ ව උගත් කරුණු පහත නිදසුන් මගින් නැවත මතකයට නගා ගනිමු.

නිදසුන 1

30 mක් දිග 20 mක් පළල ඍජුකෝණාස්‍රාකාර තණ පිට්ටනියක් වටා තාප්පයක් බැඳ තිබේ. පිට්ටනියේ පළල පැත්තේ මායිමේ එක් මුල්ලක සිට 10 m ක් දුරින් වසු පැටවකු ගැට ගසා ඇත. ගැට ගසා ඇති කඹයේ දිග 7 m කි. වසු පැටවාට තණකොළ කෑමට නොහැකි ප්‍රදේශය අඳුරු කර ඇත.

කඹය ඇදී සිටින ලෙස වසු පැටවාට ගමන් කළ හැකි මාර්ගය එනම් පථය පහත ආකාරය ගනී.



අභ්‍යාසය 13.1

(1) සමතලා බිමක, සරල රේඛීය මාර්ගයක පැද යන පාපැදියක ආසනයේ මත ලක්ෂ්‍යයක පථය කුමක් ද?

(2) දොර පියනක් ඇරෙන විට එහි පහත කෙළවරේ ලක්ෂ්‍යයක පථය අඳින්න.

13.2 මූලික පථ

මූලික පථ හතර සහ ඒවායේ ජ්‍යාමිතික නිර්මාණ හඳුනා ගනිමු.

මෙම නිර්මාණය සඳහා සූදනම් වන ඔබ පැන්සලක් ගෙන එහි තුඩ තියුණු ව උල් කර ගන්න.

✷ කවකටුවක් සකස් කර ගන්න.
✷ කඩතොලු නොමැති සරල දරයක් සූදනම් කර ගන්න
✷ කඩතොලු නොමැති විහිත චතුරස්‍ර යුගලයක් සූදනම් කර ගන්න.

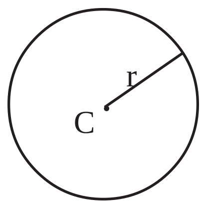
1. දෙන ලද අචල ලක්ෂ්‍යයකට නියත දුරකින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය

දෙන ලද තලයක් මත පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍යයකට නියත දුරකින් වූ විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක පථය වෘත්තයකි.

නිර්මාණය

✷ දෙන ලද අචල ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න. (C ලෙස ගනිමු)
✷ නියත දුර කවකටුවට ගන්න. (r ලෙස ගනිමු)
✷ අචල ලක්ෂ්‍යය මත කවකටු තුඩ තබා වෘත්තයක් අඳින්න.

නිර්මාණ රූපය පහත ආකාරය වේ.



මෙම වෘත්තය අචල ලක්ෂ්‍යයට නියත දුරකින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයේ පථයයි.

2. දෙන ලද අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සමදුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයක පථය

දී ඇති තලයක පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සමදුරින් වූ විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක පථය එම ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන සරල රේඛා ඛණ්ඩයේ ලම්බ සමච්ඡේදකය වේ.

නිර්මාණය

✷ දෙන ලද ලක්ෂ්‍ය දෙක සලකුණු කරන්න. (A සහ B ලෙස)

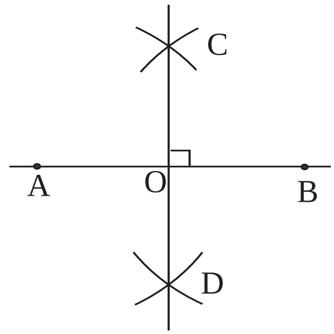
✷ එම ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන සරල රේඛා ඛණ්ඩය අඳින්න. (AB යා කරන්න)

✷ සරල රේඛා ඛණ්ඩයේ දිගින් අඩකට වැඩි දිගක් කවකටුවට ගෙන A ලක්ෂ්‍යය හා B ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍ර කොට එක ම අරයෙන් චාප අඳින්න.

✷ එම චාප ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය C හා D ලෙස නම් කරන්න.

✸ C හා D ලක්ෂ්‍ය යා වන සේ සරල රේඛාවක් අඳින්න. එය AB සරල රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකය වේ.

AB සරල රේඛාවත් AB සරල රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකයත් O හිදී හමුවේ නම්

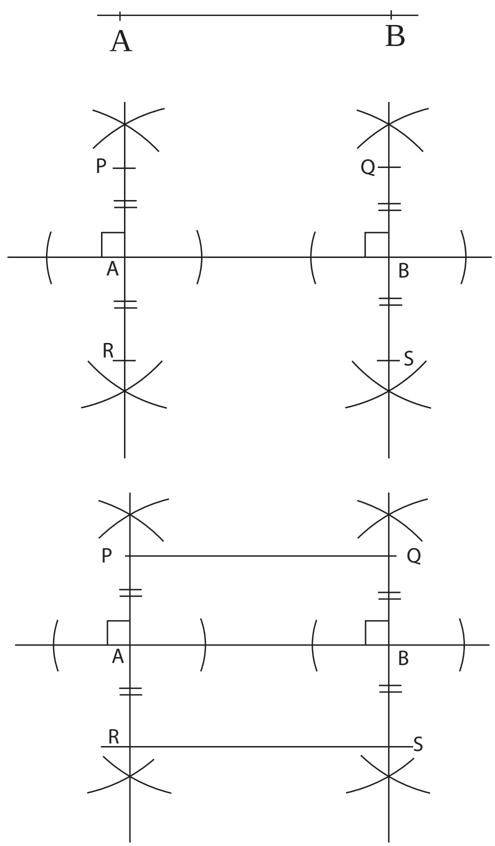


කෝණමානය භාවිත කර $C\hat{O}B$, $A\hat{O}C$, $A\hat{O}D$ හා $D\hat{O}B$ කෝණ මැන ඒවා 90^0 බව ද, AO දිග හා BO දිග මැන ඒවා සමාන බව ද, තහවුරු කර ගන්න. දී ඇති ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන සරල රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකය දී ඇති ලක්ෂ්‍ය දෙකට සමදුරින් ගමන් කරන ලක්ෂ්‍යයක පථය වේ.

3. දෙන ලද සරල රේඛාවකට නියත දුරකින් වූ ලක්ෂ්‍යයක පථය

දී ඇති සරල රේඛාවකට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පථය එම රේඛාවට සමාන්තර වූ සරල රේඛා දෙකකි.

නිර්මාණය



✸ දී ඇති සරල රේඛාව අඳින්න.

✸ එය මත A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කරන්න.

✸ A හා B ලක්ෂ්‍යවල දී දෙන ලද සරල රේඛාවට ලම්බ දෙකක් නිර්මාණය කරන්න.

✸ එම ලම්බ රේඛා මත දෙපසින් ම අවශ්‍ය නියත දුරින් ලක්ෂ්‍ය දෙක බැගින් ලකුණු කර ඒවා P, R හා Q,S ලෙස නම් කරන්න.

✸ PQ සහ RS යා කරන්න.

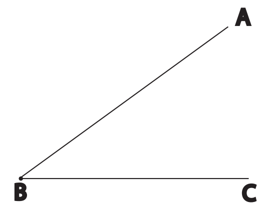
✸ PQ සහ RS යනු දී ඇති AB සරල රේඛාවට නියත දුරකින් වූ ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය වේ.

4. ඡේදනය වන සරල රේඛා දෙකකට සමදුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයක පථය

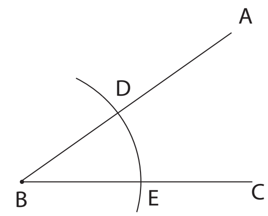
ඡේදනය වන සරල රේඛා දෙකකට සම දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයක පථය එම සරල රේඛා දෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන කෝණයේ, සමච්ඡේදකය වේ.

නිර්මාණය

* දී ඇති AB හා BC සරල රේඛා දෙක B හි දී ඡේදනය වන ලෙස අඳින්න.

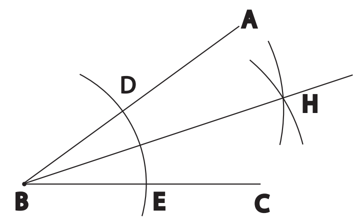


* B කේන්ද්‍රය කොට ගෙන BA සහ BC දිගට වඩා අඩු අරයක් කවකටුවට ගෙන AB හා BC සරල රේඛා D හා E හිදී ඡේදනය වන සේ චාපයක් අඳින්න.



* දැන් කවකටුවට යම් දුරක් ගෙන D කේන්ද්‍රය වන සේ වෘත්ත චාපයක් අඳින්න. එම අරයෙන්ම E කේන්ද්‍රය වන සේ ද, පළමු චාපය H හිදී ඡේදනය වන සේ ද, තවත් චාපයක් අඳින්න.

* B හා H යා කරන්න.

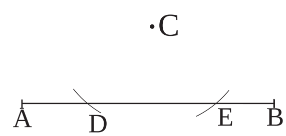


BH රේඛාව $A\hat{B}C$ කෝණයේ කෝණ සමච්ඡේදකය වන අතර එය AB හා BC සරල රේඛා දෙකට සම දුරින් ගමන් කරන ලක්ෂ්‍යවල පථය වේ.

13.3 බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට සරල රේඛාවකට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කිරීම

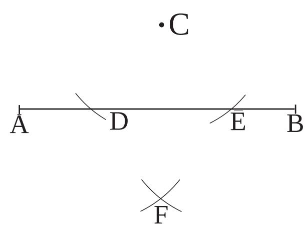
නිර්මාණය

* දී ඇති සරල රේඛා ඛණ්ඩය ඇඳ එය AB ලෙස නම් කරන්න.



* දී ඇති බාහිර ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර එය C ලෙස නම් කරන්න.

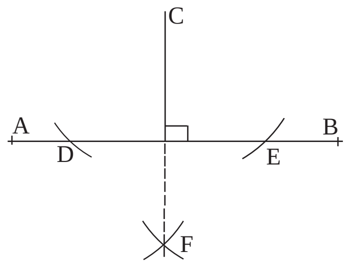
* C කේන්ද්‍රය වන සේ ද C සිට ABට ඇති දුරට මදක් වැඩි දිගක් අරය වන සේ ද, AB රේඛාව ඡේදනය වන සේ ද චාප දෙකක් අඳින්න. එම ඡේදන ලක්ෂ්‍ය D හා E ලෙස නම් කරන්න.



✸ ඉහත අරයෙන් ම හෝ වෙනත් සුදුසු අරයක් ගෙන D හා E කේන්ද්‍ර ලෙස ගෙන බාහිර ලක්ෂ්‍යය පිහිටි පැත්තට ප්‍රතිවිරුද්ධ පැත්තේ එකිනෙක ඡේදනය වන චාප දෙකක් අඳින්න.

✸ එම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය F ලෙස නම් කරන්න.

✸ දැන් CF යා කරන්න.



CF මගින් ලැබෙන්නේ C ලක්ෂ්‍යයේ සිට AB රේඛාවට අඳින ලද ලම්බයයි. කෝණ මැනීමෙන් එය AB රේඛාවට ලම්බ බව තහවුරු කර ගන්න.

අභ්‍යාසය 13.2

(1) 7 cm ක් දිග රේඛාවක් අඳින්න. කවකටුව ආධාරයෙන් එය සමාන කොටස් දෙකකට බෙදන්න. එක් කොටසක් 3.5 cmක් වන බව මැන ඔබේ නිර්මාණයේ නිරවද්‍යතාව පරීක්ෂා කරන්න.

(2) 5 cmක් දිග සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න. එම සරල රේඛා ඛණ්ඩයේ සිට සිට 2 cmක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය නිර්මාණය කරන්න.

(3) දෙන ලද C ලක්ෂ්‍යයකට 3.8 cmක් දුරින් පිහිටි විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කරන්න. ලැබෙන පථය විස්තර කරන්න.

(4) දෙන ලද A ලක්ෂ්‍යයකට 4cmක් දුරින් පිහිටි විචල්‍යය ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කරන්න. එම පථය මත ලක්ෂ්‍යයක් B ලෙස ලකුණු කරන්න. B ලක්ෂ්‍යයේ සිට 4 cm ක් දුරින් පිහිටි විචල්‍යය ලක්ෂ්‍යයක පථය ද නිර්මාණය කරන්න. පථ දෙකෙන් ම ආවරණය වන පොදු ප්‍රදේශය අඳුරු කරන්න.
මෙම පථයන්ගේ ඔබ දකින විශේෂ ලක්ෂණය කුමක් ද?

(5) AB සරල රේඛාවක් ඇඳ එම සරල රේඛාවට 2.5 cmක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කරන්න.

(6) පහත දැක්වෙන කෝණ, කෝණමානය භාවිතයෙන් ඔබේ පොතේ පිටපත් කර ගෙන ඒවායේ කෝණ සමච්ඡේදක නිර්මාණය කරන්න.
(i) 30^o (ii) 65^o (iii) 118^o (iv) 250^o

(7) A හා B යනු 8 cm ක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. $AP \leq BP$ වන ලෙස P ලක්ෂ්‍යය ගමන් කරයි. P පිහිටිය හැකි ප්‍රදේශය අඳුරු කොට දක්වන්න.

(8) 6 cmක් දිග AB සරල රේඛාවට A සිට 5 cm ක් ද, B සිට 6 cm ක් ද දුරින් වූ C ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම සොයා C සිට AB රේඛාවට ලම්බකයක් අඳින්න.

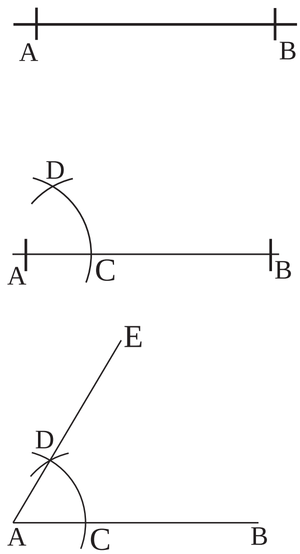
(9) ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කිරීම පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන් 9.5 cmක් දිග සරල රේඛාවක් සමාන කොටස් 4කට බෙදන්න.

13.4 කෝණ නිර්මාණය

කෝණමානය හෝ විහිත චතුරස්‍ර යුගලය භාවිතයෙන් විවිධ කෝණ ඇඳිය හැකි වුවත්, මෙහි දී සලකනු ලබන්නේ කවකටුව සහ සරලදරය භාවිතයෙන් කරනු ලබන කෝණ නිර්මාණ පිළිබඳව යි. එම උපකරණ භාවිතයෙන් නිර්මාණය කළ හැකි කෝණ කිහිපයක් සලකමු.

13.5 60^0 ක කෝණය නිර්මාණය

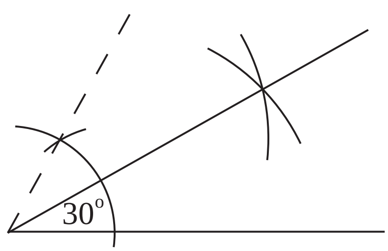
නිර්මාණ පියවර



- සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය AB ලෙස නම් කරන්න.
- AB දිගට වඩා අඩු අරයක් කවකටුවට ගෙන A කේන්ද්‍රය වන සේ AB සිට චාපයක් අඳින්න. චාපය AB හමු වූ ස්ථානය C ලෙස සලකමු.
- **ඉහත අරයම** කවකටුවට ගෙන C කේන්ද්‍රය වූ චාපයක් මගින් ඉහත චාපය ඡේදනය කරන්න. ඡේදනය ලක්ෂ්‍යය D ලෙස නම් කරමු.
- A සහ D හරහා යන ලෙස සරල රේඛාවක් අඳින්න.
- එම සරල රේඛාව AE ලෙස නම් කරන්න.
- $B\hat{A}E = 60^0$

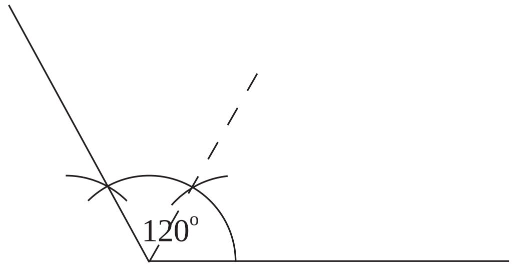
මෙම නිර්මාණයේ දී චාපය 3 cm ක් පමණ වන ලෙස ගැනීමෙන් වඩා නිවැරදි නිර්මාණයක් සිදු කළ හැකි වේ.

13.6 30^0 ක කෝණය නිර්මාණය



- පළමුව 60^0 ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
- කෝණ සමච්ඡේදනය කිරීම පිළිබඳ නිර්මාණයට අනුව ඉහත 60^0 කෝණය සමච්ඡේදනය කරන්න. ලැබෙන කෝණයේ අගය 30^0 කි.

13.7 120° ක කෝණය නිර්මාණය

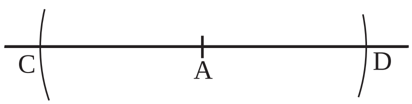


- ඉහත නිර්මාණයේ පරිදි 60° ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න
- එතැන් සිට නැවත 60° කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
- එවිට ලැබෙන කෝණය 120° කි.

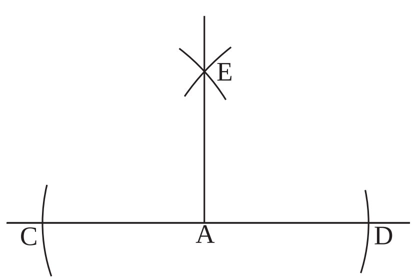
13.8 90° ක කෝණය නිර්මාණය

- සරල රේඛාවක් මත 90° කෝණය නිර්මාණය කිරීමට අවශ්‍ය ස්ථානයේ ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න. (A)

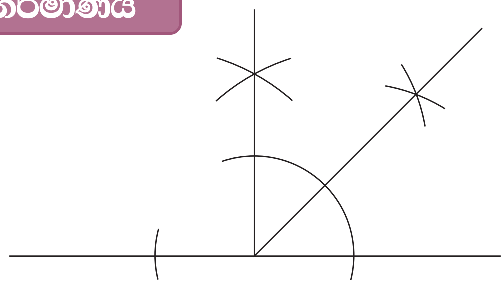
- සුදුසු අරයක් කවකටුවට ගන්න (2 cm ක් 3 cm ක් පමණ)
- එම අරයෙන් ලකුණු කළ ලක්ෂ්‍යයේ (A) සිට දෙපසට චාප දෙකක් ඇඳ ස්ථාන දෙකක දී රේඛාව ඡේදනය කරන්න. (C හා D)



- ඉහත අරයට වඩා මඳක් වැඩි අරයක් (3 cm ක් 4 cm ක් පමණ) කවකටුවට ගෙන ඉහත ඡේදනය වූ ලක්ෂ්‍ය (C හා D) කේන්ද්‍ර වශයෙන් ගෙන එකිනෙක ඡේදනය වන චාප දෙකක් අඳින්න.
- සරල රේඛාවක් මත ලකුණු කළ ලක්ෂ්‍යය (A) සහ මෙම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය E, යා වන සේ සරල රේඛාවක් අඳින්න. මෙම රේඛාව දී ඇති රේඛාවට ලම්බ වේ. එනම් රේඛා දෙක අතර කෝණය 90° කි.



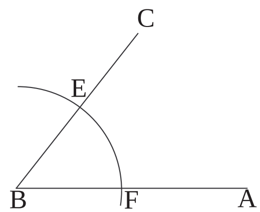
13.9 45^{0} ක කෝණය නිර්මාණය



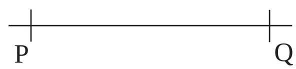
- ✷ ඉහත නිර්මාණයේ පරිදි 90^{0} ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න
- ✷ එම කෝණය සමච්ඡේදනය කරන්න. කෝණය සමච්ඡේදනයෙන් ලැබෙන එක් කෝණයක අගය 45^{0} කි.

13.10 කෝණයක් පිටපත් කිරීම

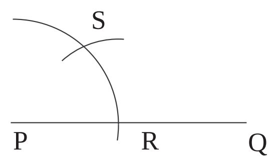
මෙහි දී රූප සටහනක් ලෙස දී ඇති කෝණය තිබිය යුතුයි.



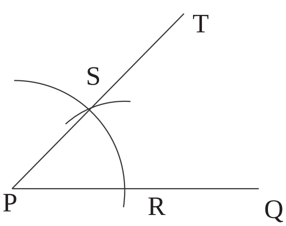
- ✷ දී ඇති කෝණය $A\hat{B}C$ ලෙස නම් කරන්න.
- ✷ සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය PQ ලෙස නම් කරන්න.



- ✷ ABC කෝණයට අයත් බාහුවල දිගට වඩා අඩු අරයක් කවකටුවට ගෙන B කේන්ද්‍රය වන සේ BA සහ BC බාහු ඡේදනය වන සේ චාපයක් අඳින්න.
- ✷ එම චාපයෙන් BA ඡේදනය වූ ලක්ෂ්‍යය F ද, BC ඡේදනය වූ ලක්ෂ්‍යය E ද, ලෙස නම් කරන්න.
- ✷ එම අරය ම ගෙන PQ රේඛාවේ P කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන PQ ඡේදනය වන සේ චාපයක් අඳින්න. එම චාපයෙන් PQ ඡේදනය වූ ස්ථානය R ලෙස නම් කරන්න.



- ✷ ABC කෝණයේ EF දුර කවකටුවට ගෙන කවකටු තුඩ R මත තබා R සිට අඳින ලද චාපය වරක් ඡේදනය කරන්න. එම ලක්ෂ්‍යය S ලෙස නම් කරන්න.
- ✷ PS යා වන සේ සරල රේඛාවක් අඳින්න. එම රේඛාව PT ලෙස නම් කරන්න.



$A\hat{B}C$ හා $Q\hat{P}T$ සමාන වේ.

(කෝණමානය භාවිතයෙන් කෝණ දෙකේ අගය සමාන බව තහවුරු කරගන්න)

මෙම නිර්මාණයේ දී පිටපත් කරනු ලබන කෝණයේ බාහු ඡේදනය වන සේ ඇඳි චාපයේ අරය නොවෙනස්ව තබා ගැනීම වැදගත් වේ. එම චාපය දික් කිරීමෙන් සහ එය මත EF දුර නැවත නැවත ලකුණු කිරීමෙන් ලබා ගත් කෝණයේ අගය මෙන් දෙගුණය, තුන්ගුණය ආදී වශයෙන් කෝණ ලබා ගත හැකි ය.

අභ්‍යාසය 13.3

(1) පළමු ව කෝණමානය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන කෝණ ඇඳ, කෝණ පිටපත් කිරීම පමණක් භාවිත කරමින් එම කෝණ පිටපත් කරන්න.

(i) 15^o (ii) 75^o (iii) 90^o (iv) 120^o

(2) පහත සඳහන් කෝණ නිර්මාණය කරන්න.

(i) 30^o (ii) 15^o (iii) 22.5^o (iv) 75^o [ඉඟිය $30^o + 45^o$]

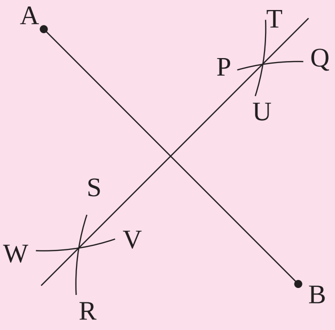
නිර්මාණය කරන ලද කෝණවල නිවැරදිතාවය කෝණමානය භාවිතයෙන් පරීක්ෂා කරන්න.

(3) කවකටුව, සරලදරය, හා පැන්සල පමණක් භාවිතයෙන් පැත්තක දිග 6 cmක් වූ සමචතුරස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.

(4) රූපයේ දැක්වෙන්නේ දී ඇති සරල රේඛාවක සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන ආකාරය යි. එම ක්‍රියාවලියේ පියවර පහත දක්වා ඇත. වරහන් තුළින් සුදුසු වචනය හෝ සංකේතය, අකුර හෝ අංක යොදා හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) දී ඇති AB සරල රේඛාව අඳින්න.

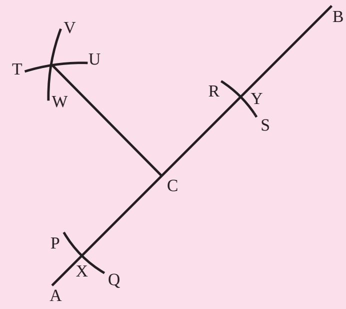
(ii) (AB දිගෙන් හරි අඩක්/ AB දිගෙන් අඩකට වඩා වැඩි/ AB දිගෙන් අඩකට වඩා අඩු) දිගක් අරය ලෙස ගෙන B කේන්ද්‍රය වූ PQ සහ RS චාප අඳින්න.



(iii) (පියවර ii දී ගත් අරය ම ගෙන/ පියවර ii හි දී ගත් අරයට වඩා වැඩි අරයක්/ පියවර ii හි දී ගත් අරයට වඩා අඩු අරයක්) කවකටුවට ගෙන (A/B) කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන TU හා WV චාප යුගලය අඳින්න.

(iv) ඉහත පියවරවල දී ඇඳි චාප යුගලවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය හරහා යන ලම්බය ලබා ගන්න.

(5) පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ AB සරල රේඛාව මත වූ C ලක්ෂ්‍යයක දී AB රේඛාවට ලම්බයක් නිර්මාණය කරන ක්‍රියා පිළිවෙළයි. වරහන් තුළින් සුදුසු වචනය හෝ සංකේතය, අකුර හෝ අංක යොදා හිස්තැන් පුරවන්න.



(i) දී ඇති AB රේඛාව ඇඳ එය මත "C" ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.

(ii) (A/B/C) ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය වන සේ සුදුසු අරයක් කවකටුවට ගෙන AB මත X හා Y ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.

(iii) (A / B / C / X / Y) ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය ලෙස සහ (AX / X C /C Y / XY / YB) අගයෙන් අඩකට වඩා වැඩි අරයක් කවකටුවට ගෙන TU චාපය අඳින්න.

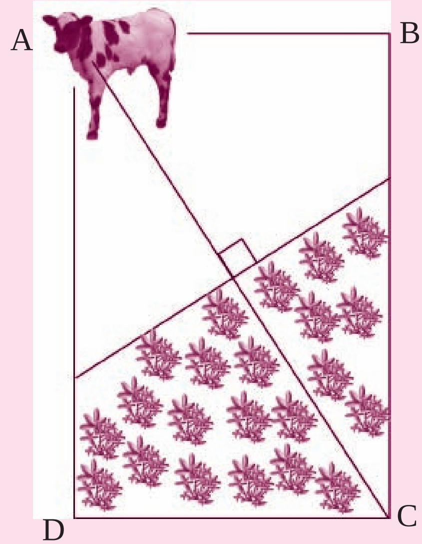
(iv) (A / B / C / X / Y) ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය ලෙස සහ (iii පියවරේ දී ගත් අරය ම/ iii පියවරේ දී ගත් අරයට වඩා වැඩි / iii වන පියවරේ දී ගත් අරයට වඩා අඩු) දිගක් කවකටුව ගෙන VW චාපය අඳින්න.

(v) චාප ඡේදනය වූ ලක්ෂ්‍යය හා (A/B/C/X/Y) ලක්ෂ්‍යය යා කිරීමෙන්, දී ඇති ලක්ෂ්‍යයේ දී AB ට ලම්බය ලබා ගන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාස

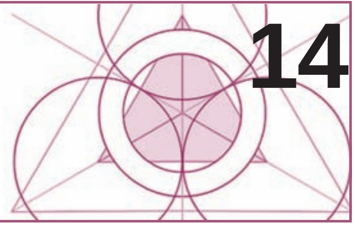
(1) කවකටුව, සරලදාරය සහ පැන්සල පමණක් භාවිතයෙන් AB = 8 cm සහ BC = 12 cm වන සෘජුකෝණාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න. AB සිට 5 cm ක් දුරින් සහ D සිට 8 cmක් දුරින් පිහිටි E ලක්ෂ්‍යයේ සියලු පිහිටීම් සොයන්න. එක් එක් පිහිටීමේ සිට Cට දුර මනින්න.

(2) ABCD යනු AB = 8 mක් වන BC = 16 m ක් වන සෘජුකෝණාස්‍ර ඉඩමකි. 9.5 m ක් දිග ලණුවකින් වසු පැටවකු Aහි ගැට ගසා ඇත. AC සරල රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකයෙන් ඉඩම කොටස් දෙකට වෙන් කොට, Aට ඈතින් පිහිටි කොටසේ එළවළු වගා කොට ඇත.



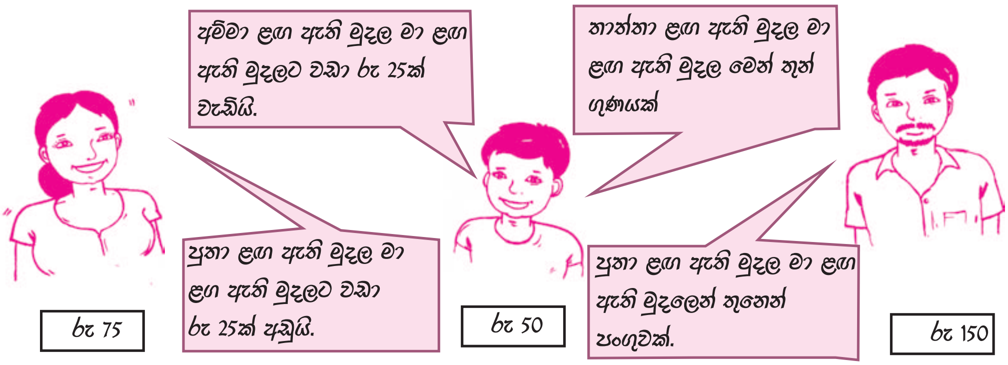
1 mක් 1 cm වන ලෙස සලකා ඉහත රූපය ඔබගේ අභ්‍යාස පොතේ පිටපත් කරගන්න. එළවළු වගාවෙන් වසු පැටවාට ආහාරයට ගත හැකි කොටස අඳුරු කොට දක්වන්න. ඔබේ රූප සටහන භාවිතයෙන් එළවළු වගාව වසුපැටවාගෙන් බේරා ගැනීමට අවශ්‍ය ලණුවේ දිග සොයන්න.

14 සමීකරණ



මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,
- ✸ වරහන් වර්ග දෙකක් සහිත සරල සමීකරණ විසඳීම
- ✸ භාග සහිත සරල සමීකරණ විසඳීම
- ✸ එක් විචල්‍යයක සංඛ්‍යාත්මක සංගුණක සමාන වූ සමගාමී සමීකරණ විසඳීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.



14.1 සරල සමීකරණ විසඳීම

සමීකරණයක විසඳුම් සෙවීමට එම සමීකරණය ගොඩ නැගී ඇති ආකාරය දැන සිටීම අවශ්‍ය ය.

පහත සමීකරණ ගොඩනැගී ඇති ආකාරය සලකා බලමු.

✸ $\dfrac{(2x - 3)}{5} = 1$

x නම් සංඛ්‍යාව 2න් ගුණකර, 3ක් අඩුකර, 5න් බෙදූන විට පිළිතුර 1ට සමාන වේ.

✸ $4\left(\dfrac{a}{2} + 3\right) = 8$

a නම් සංඛ්‍යාව 2න් බෙද, 3ක් එකතුකර, ලැබුණු පිළිතුර 4න් ගුණ කළ විට පිළිතුර 8 ට සමාන වේ.

✸ $\dfrac{(5 - 3y)}{2} + 3 = 4$

y නම් සංඛ්‍යාව (-3) න් ගුණකර, 5 ක් එකතුකර, 2න් බෙද ලැබෙන පිළිතුරට 3ක් එකතු කළ විට පිළිතුර 4ට සමාන වේ.

දැන් අපි පහතින් දක්වා ඇති සමීකරණවල විසඳුම් සොයන අයුරු සලකා බලමු.

නිදසුන 1

$$\frac{(2x - 3)}{5} = 1$$

$$\frac{(2x - 3) \times \cancel{5}^{1}}{\cancel{5}_{1}} = 1 \times 5 \quad \text{(සමීකරණය දෙපස ම 5 න් ගුණ කිරීම)}$$

$$2x - 3 = 5$$

$$2x - 3 + 3 = 5 + 3 \quad \text{(සමීකරණය දෙපසට ම 3 බැගින් එකතු කිරීම)}$$

$$2x = 8$$

$$\frac{{}^{1}\cancel{2}x}{\cancel{2}_{1}} = \frac{8}{2} \quad \text{(සමීකරණය දෙපස ම 2 න් බෙදීම)}$$

$$x = \underline{\underline{4}}$$

නිදසුන 2

විසඳන්න.

$$4\left(\frac{a}{2} + 3\right) = 8$$

$$\frac{{}^{1}\cancel{4}\left(\frac{a}{2} + 3\right)}{\cancel{4}_{1}} = \frac{8}{4}$$

$$\frac{a}{2} + 3 = 2$$

$$\frac{a}{2} + 3 - 3 = 2 - 3$$

$$\frac{a}{2} = -1$$

$$\frac{a}{\cancel{2}_{1}} \times \cancel{2}^{1} = -1 \times 2$$

$$a = \underline{\underline{-2}}$$

නිදසුන 3

විසඳන්න.

$$\frac{(5 - 3y)}{2} + 3 = 4$$

$$\frac{(5 - 3y)}{2} + 3 - 3 = 4 - 3$$

$$\frac{(5 - 3y)}{2} = 1$$

$$\frac{(5 - 3y)}{\cancel{2}_{1}} \times \cancel{2}^{1} = 1 \times 2$$

$$5 - 3y = 2$$

$$5 - 3y - 5 = 2 - 5$$

$$-3y = -3$$

$$\frac{-3y}{-3} = \frac{-3}{-3}$$

$$\underline{\underline{y = 1}}$$

අභ්‍යාසය 14.1

(1) පහත සමීකරණ ගොඩනැගී ඇති ආකාරය වචනයෙන් විස්තර කරන්න.

(i) $\frac{x}{2} - 3 = 5$ (ii) $3 + 2a = -1$ (iii) $\frac{y}{3} + 1 \,| = 10$

(iv) $5 \; \frac{3x}{2} - 1 \;| = 5$ (v) $\frac{3p-1}{4} = 2$

(2) පහත සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $5x - 2 = 8$ (ii) $3x - 4 = -10$ (iii) $2x - 5 = x + 1$

(iv) $\frac{2-x}{5} = 4$ (v) $5(a + 3) - 2 = 8$ (vi) $3(x - 1) = 2(x + 4)$

(vii) $5 - \frac{x}{2} = -3$ (viii) $\frac{3x}{2} = x + 6$ (ix) $\frac{a}{2} - \frac{a}{3} = 5$

(x) $\frac{1}{3} \; \frac{2x}{3} - 3 \;| = -1$

(3) (i) පෑන් අටක් මිල දී ගැනීමට රුපියල් 100යේ නෝට්ටුවක් කඩහිමියාට දුන් අමල්ට ඉතිරිය වශයෙන් රුපියල් 4ක් ලැබුණි. පෑනක මිල රුපියල් x ලෙස ගෙන සමීකරණයක් ගොඩනගන්න. එමගින් පෑනක මිල සොයන්න.

(ii) අයියා සතුව ඇති මුදල මා ළඟ ඇති මුදල මෙන් දෙගුණයකට වඩා රු 20ක් වැඩි ය. අප දෙදෙනා ළඟ ඇති මුළු මුදල රු 110කි.

(අ) මල්ලී ළඟ ඇති මුදල a නම් අයියා ළඟ ඇති මුදල a ඇසුරින් ලියන්න.

(ආ) සමීකරණයක් ඇසුරින් දෙදෙනා ළඟ ඇති මුදල් ප්‍රමාණ වෙන වෙන ම සොයන්න.

(4) සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග එහි පළල මෙන් දෙගුණයකට වඩා 5 cmකින් වැඩි ය. එහි පරිමිතිය 52 cm නම් දිග හා පළල සොයන්න.

(5) සමචතුරස්‍රයක් හා සමපාද ත්‍රිකෝණයක් ඇත. සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදයක් සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග මෙන් දෙගුණයකි. සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සමචතුරස්‍රයේ පරිමිතියට වඩා 30 cm ක් වැඩි ය. සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග හා සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදයක දිග සොයන්න.

14.2 වරහන් වර්ග දෙකක් සහිත සමීකරණ විසඳීම

	වරහන් වර්ග		
වරහන් භාවිතය	( )	{ }	[ ]
	සුළු වරහන	සඟල වරහන	කොටු වරහන

(සුළු වරහන භාවිතය පිළිබඳ ව අප මේ වන විට උගෙන ඇත.)
වරහන් යෙදීම පහත සඳහන් ආකාරයට සිදු කළ යුතුයි.

$$[\quad \{ \quad (\qquad) \quad \} \quad]$$

වරහන් ඉවත් කිරීම

ඇතුළතින් ම පිහිටි වරහනේ සිට ක්‍රමයෙන් පිටතින් පිහිටි වරහන තෙක් සුළු වරහන $\longrightarrow$ සඟල වරහන $\longrightarrow$ කොටු වරහන ආදී වශයෙන් වරහන් ඉවත් කිරීම කළ යුතු ය.

නිදසුන 4 $5\{3(x + 2) + 2\} = 10$ විසඳන්න.

වරහන් ඉවත් කිරීමේ ක්‍රමය භාවිතයෙන් ඉහත සමීකරණය විසඳන අයුරු පහත දැක්වේ.

$5\{3(x + 2) + 2\} = 10$

$5\{3x + 6 + 2\} = 10$ (පළමු ව සුළු වරහන ඉවත් කිරීම)

$5\{3x + 8\} = 10$

$15x + 40 = 10$ (සඟල වරහන ඉවත් කිරීම)

$15x + 40 - 40 = 10 - 40$

$15x = -30$

$$\frac{15x}{15} = \frac{-30}{15}$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

අභ්‍යාසය 14.2

විසඳන්න.

(i) $2\{2(5 - x) + 3\} = -2$

(ii) $3\{3(x + 2) - 2(x - 1)\} = 0$

(iii) $5 + 2\{x - 3(1 - x)\} = 7$

(iv) $4 - 3 \quad \frac{1}{2}(2x - 4) + 3x + 2 \rfloor = 0$

(v) $2 \quad 2 \quad \frac{x}{2} - 1 \, | + 3 \rfloor = 6$

14.3 සමගාමී සමීකරණ විසඳීම

විචල්‍ය දෙකකින් යුත් පහත ඒකජ සමීකරණ යුගලය සලකමු.

$x + y = 5$

x හා y නිඛිල දෙකක් නම් ඒ සඳහා ගැළපෙන අගය යුගල කිහිපයක් සලකා බලමු.

x	y
⋮	⋮
-1	+6
0	5
1	4
2	3
$\boxed{3}$	$\boxed{2}$
4	1
⋮	⋮

$x + y = 5$ සමීකරණය සපුරාලන (තෘප්ත කරන) අගය යුගල අසීමිත ගණනකි.

$x - y = 1$

x හා y නිඛිල දෙකක් නම් ඒ සඳහා ගැළපෙන අගය යුගල කිහිපයක් සලකා බලමු.

x	y
⋮	⋮
6	5
5	4
4	3
$\boxed{3}$	$\boxed{2}$
2	1
1	0
⋮	⋮

$x - y = 1$ සමීකරණය සපුරාලන අගය යුගල අසීමිත ගණනකි.

එහෙත් $x + y = 5$ හා $x - y = 1$ යන සමීකරණ දෙක ම සපුරාලන අගය යුගල ඇත්තේ එකක් පමණි. එනම් $x = 3$ හා $y = 2$ වේ. මේවා ඉහත සමීකරණ යුගලයේ විසඳුම් ලෙස හඳුන්වයි

විචල්‍ය දෙකකින් යුත් මෙවැනි සමීකරණ යුගලයක් සමගාමි සමීකරණ යුගලයක් ලෙස හඳුන්වයි.
දැන් අපි සමගාමී සමීකරණ යුගලයක් විසඳන අයුරු සොයා බලමු.

නිදසුන 5

(i) $a + b = 2$

$a - b = -4$ සමීකරණ යුගල විසඳන්න.

පළමුව සමීකරණ හඳුනාගැනීම පහසු කර ගැනීමට ඒවා නම් කර ගැනීම සිදු කරයි.

$$a + b = 2 \text{ ——— } (1)$$
$$a - b = -4 \text{ ——— } (2)$$

1 ක්‍රමය

ඉහත සමීකරණ යුගලයේ a හා b යන විචල්‍ය දෙකෙන් ඕනෑ ම විචල්‍යයක් ඉවත් කර ගැනීම මගින් ඒවා විසඳිය හැකි ය. මේ සඳහා ඉවත් කිරීමට බලාපොරොත්තු වන විචල්‍යයේ සංගුණකයන් සමාන විය යුතු ය. සමීකරණ එකතු කිරීමෙන් b ඉවත් කළ හැකි අතර සමීකරණ අඩු කිරීමෙන් a ඉවත් කරගත හැකි ය.

(1) + (2)

$$a + b + a - b = 2 - 4$$
$$2a = -2$$
$$\frac{2a}{2} = \frac{-2}{2}$$
$$\underline{\underline{a = -1}}$$

දැන් a සඳහා ලැබුණු අගය ඉහත සමීකරණ දෙකෙන් ඕනෑ ම සමීකරණයකට ආදේශ කර b හි අගය සෙවිය හැකි ය.

a හි අගය (1)ට ආදේශ කිරීම

$$a + b = 2$$
$$-1 + b = 2$$
$$\cancel{-1} + b + \cancel{1} = 2 + 1$$
$$\underline{\underline{b = 3}}$$

$\left.\begin{array}{l} a = -1 \\ b = 3 \end{array}\right\}$ වේ.

2 ක්‍රමය (සැසඳීමේ ක්‍රමය)

මෙහි දී පළමු ව (1) හා (2) සමීකරණ දෙකෙන් එකම විචල්‍යයක් උක්ත කිරීම කරනු ලැබේ.

(1) න්
$$a + b = 2 \quad \text{———} \quad (1)$$
$$a + \cancel{b} - \cancel{b} = 2 - b$$
$$a = 2 - b \quad \text{———} \quad (3)$$

(2)
$$a - b = -4 \quad \text{———} \quad (2)$$
$$a \cancel{-b} \cancel{+b} = -4 + b$$
$$a = -4 + b \quad \text{———} \quad (4)$$

දැන් (3) සහ (4) හි a සඳහා ලැබුණු ප්‍රකාශන සමාන කරමු.

$$2 - b = -4 + b$$
$$2 - b + 4 = -4 + b + 4$$
$$6 - b = b$$
$$6 - b + b = b + b$$
$$6 = 2b$$
$$\frac{6}{2} = \frac{\cancel{2}^{1}b}{\cancel{2}_{1}}$$
$$\underline{\underline{b = 3}}$$

ලැබුණු අගය (3)ට ආදේශ කරමු. (අවශ්‍ය නම් (4)ට වුව ද ආදේශ කළ හැකි ය.)

$$a = 2 - b$$
$$a = 2 - 3$$
$$\underline{\underline{a = -1}}$$

$\left.\begin{array}{l} a = -1 \\ b = 3 \end{array}\right\}$ වේ.

නිදසුන 6

I ක්‍රමය

$3x + y = 5$ ———————(1)

$x + y = -3$ ———————(2)

(1) – (2)

$3x + y - (x + y) = 5 - (-3)$

$3x + y - x - y \;\; = 5 + 3$

$2x = 8$

$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$

$\underline{\underline{x = 4}}$

x හි අගය (2) ට ආදේශ කිරීම

$x + y \quad = -3$

$4 + y \quad = -3$

$\cancel{4} + y - \cancel{4} = -3 - 4$

$\underline{\underline{y = -7}}$ $\left.\begin{array}{l} x = 4 \\ y = -7 \end{array}\right\}$ වේ.

II ක්‍රමය

$3x + y \;\; = 5$ ———————(1)

(1) න් $y = 5 - 3x$ ———————(3)

$x + y \;\; = -3$ ———————(2)

(2) න් $y = -3 - \; x$ ————(2)

(3) හා (4)න් y සමාන කිරීම

$5 - 3x = -3 - x$

$5 + 3 \;\; = -x + 3x$

$8 \;\; = 2x$

$\underline{\underline{x = 4}}$

x හි අගය (3)ට ආදේශ කිරීම

$y \;\; = 5 - 3x$

$y \;\; = 5 - 3 \times 4$

$y \;\; = 5 - 12$

$\underline{\underline{y \;\; = -7}}$ $\left.\begin{array}{l} x = 4 \\ y = -7 \end{array}\right\}$ වේ.

අභ්‍යාසය 14.3

පහත සමගාමී සමීකරණ යුගල විසඳන්න.

(1) $a + b = 7$
$a - b = 3$

(2) $2x - y = 7$
$3x + y = 8$

(3) $2a - b = 10$
$a + b = -1$

(4) $3x + y = 7$
$x + y = 1$

(5) $x - 2y = -1$
$x - 5y = -7$

(6) $p = 2q + 3$
$p + q = 9$

(7) $7a - 3b = 5$
$a + 3b = 3$

(8) $3c - 2d = 5$
$3c + d = -1$

(9) $3m - 2n = -5$
$n - 3m = 1$

(10) $\frac{3x}{2} - y = 3$
$\frac{x}{2} + y = 5$

(11) $\frac{2x}{3} - y = 1$
$3y - \frac{2x}{3} = 1$

(12) $\frac{a}{2} + b = 4$
$\frac{a}{2} - 2b = 1$

15 ත්‍රිකෝණයක කෝණ

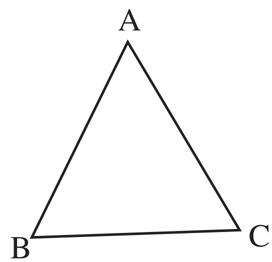
මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

✸ ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි එකතුවට සමානවේ. යන ජ්‍යාමිතික ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය හා ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් කෙරෙන ගැටලු විසඳීම

✸ "ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව 180 ක් වේ" යන ජ්‍යාමිතික ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය හා ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ හා බාහිර කෝණ ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

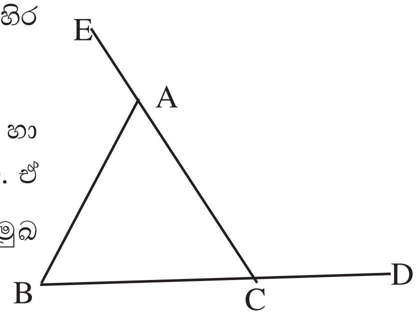
15.1 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ හා බාහිර කෝණ



ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණ තුන නම් කිරීමට ඔබ මීට ඉහත උගෙන ඇත.

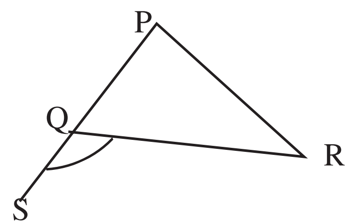
ඒවා $A\hat{B}C, B\hat{C}A$ හා $C\hat{A}B$ වේ. මෙවා ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ ලෙස ද හැඳින්වේ.

දැන් ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D දක්වා දික් කර ඇති ආකාරය බලන්න. C ශීර්ෂයේ ඇඳි බාහිර කෝණය $A\hat{C}D$ වේ.



CA පාදය E දක්වා දික් කළ විට A ශීර්ෂයේ ඇති බාහිර කෝණය $B\hat{A}E$ වේ.

$A\hat{C}D$ බාහිර කෝණය සැලකූවිට $C\hat{A}B$ හා යන $A\hat{B}C$ කෝණ "අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ" වේ. ඒ ආකාරයට $B\hat{A}E$ කෝණයෙහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ, $A\hat{B}C$ හා $B\hat{C}A$ වේ.



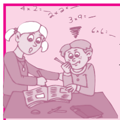
ඉදිරියෙන් දී ඇති රූපයේ PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ පාදය S දක්වා දික් කර ඇත.

$S\hat{Q}R$ බාහිර කෝණයට අනුරූප අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ $R\hat{P}Q$ සහ $P\hat{R}Q$ වේ.

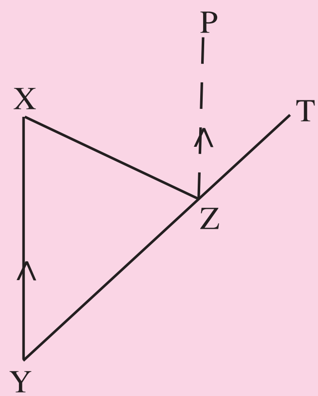
ප්‍රමේයය

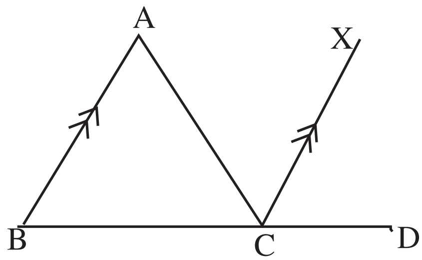
ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි එකතුවට සමාන ය.

ක්‍රියාකාරකම 1



XYZ ත්‍රිකෝණයේ YZ පාදය T දක්වා දික් කර ඇත.
YX ට සමාන්තර ලෙස Z හරහා ZP අඳින්න.
XY හා PZ සමාන්තර රේඛා XZ තීර්යක් රේඛාවෙන් ඡේදනය වන ආකාරය සලකා,
$X\hat{Z}P$ ට සමාන ඒකාන්තර කෝණයක් නම් කරන්න.
$P\hat{Z}T$ ට සමාන අනුරූප කෝණයක් නම් කරන්න.
ඒ ඇසුරෙන් $X\hat{Z}P + P\hat{Z}T$ එනම් $X\hat{Z}T$ ට සමාන කෝණ යුගලයක් නම් කරන්න.
ඒ අනුව ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය ද යි පරීක්ෂා කරන්න.
දැන් ඉහත ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.





දත්තය ABC Δ යේ BC පාදය D දක්වා දික් කර තිබේ.

සාධනය කළ යුත්ත $A\hat{C}D = B\hat{A}C + A\hat{B}C$ බව

නිර්මාණය BA ට සමාන්තරව C හරහා CX රේඛාව ඇඳ ඇත.

සාධනය $A\hat{C}X = B\hat{A}C$ (BA // CX වීම හා ඒකාන්තර කෝණ)——(1)

$X\hat{C}D = A\hat{B}C$ (BA // CX වීම හා අනුරූප කෝණ)——(2)

(1) + (2) $A\hat{C}X + X\hat{C}D = B\hat{A}C + A\hat{B}C$

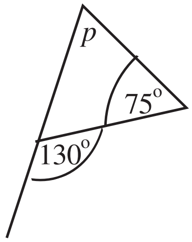
(ACX + XCD = ACD වේ. ACX හා XCD බද්ධ කෝණ යුගලයකි.)

∴ ACD = BAC + ABC වේ.

ඒ අනුව ABC Δ යේ BC පාදය D දක්වා දික් කිරීමෙන් සෑදුණු බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ වූ BAC හා ABC කෝණ දෙකෙහි එකතුවට සමාන වේ.

නිදසුන 1

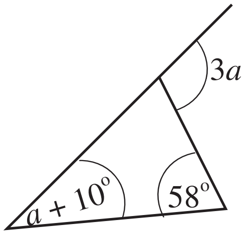
දී ඇති රූපයේ pහි අගය සොයන්න.



$$p + 75^\circ = 130^\circ$$
$$p = 130^\circ - 75^\circ$$
$$\underline{\underline{p = 55^\circ}}$$

නිදසුන 2

දී ඇති රූපයේ aහි අගය ගණනය කර බාහිර කෝණයේ අගය සොයන්න.



$$a + 10^\circ + 58^\circ = 3a + 32^\circ$$
$$a + 68^\circ = 3a + 32^\circ$$
$$68^\circ - 32^\circ = 3a - a$$
$$\therefore\ 2a = 36^\circ$$
$$a = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ$$
$$\underline{\underline{a = 18^\circ}}$$

බාහිර කෝණය $= 3a + 32^\circ$

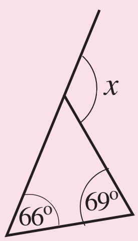
බාහිර කෝණය $= 3 \times 18^\circ + 32^\circ$

බාහිර කෝණය $= 54^\circ + 32^\circ$

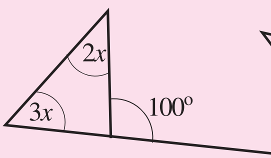
බාහිර කෝණය $= \underline{\underline{86^\circ}}$

අභ්‍යාසය 15.1

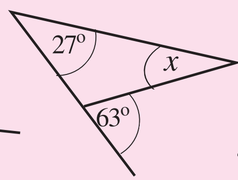
(1) එක් එක් රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව xහි අගය සොයන්න.



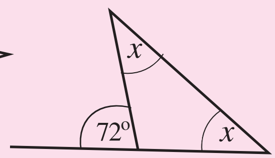
(i)



(ii)

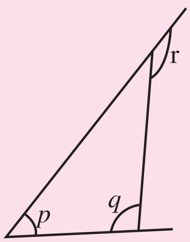


(iii)



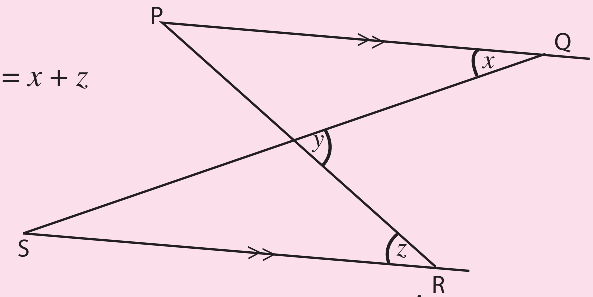
(iv)

(2) PQR Δයේ QR පාදය S දක්වා දික් කර ඇත. P හරහා SQ සමාන්තර ව PT රේඛාව ඇඳ තිබේ. $T\hat{P}R = 180 - (Q\hat{P}R + P\hat{Q}R)$ බව සාධනය කරන්න.

(3) 

දී ඇති රූප සටහනේ $q = 2p$ වේ නම් $p = \frac{1}{3} r$ බව පෙන්වන්න.

(4) රූපසටහනේ PQ//SR නම් $y = x + z$ බව සාධනය කරන්න.



(5) ABC Δ යේ BC පාදය K දක්වා දික් කර තිබේ. $B\hat{A}C$ හා $A\hat{B}C$ අභ්‍යන්තර කෝණවල සමච්ඡේදක රේඛා O හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. දික් කළ AO රේඛාව P හි දී BC හමුවේ. $A\hat{C}K = 2\ B\hat{O}P$ බව සාධනය කරන්න.

15.2 ත්‍රිකෝණයක කෝණ

ප්‍රමේයය

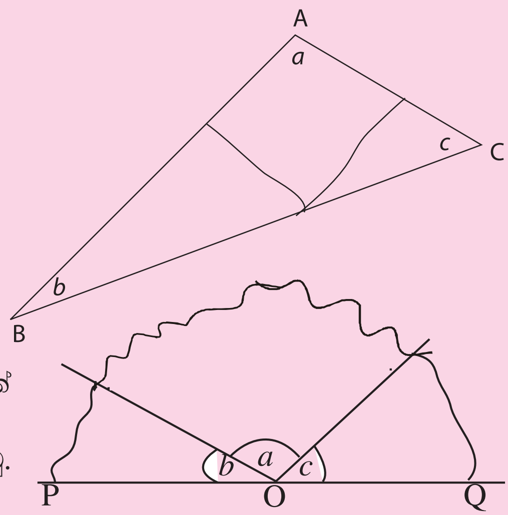
ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව සෘජුකෝණ දෙකකි.

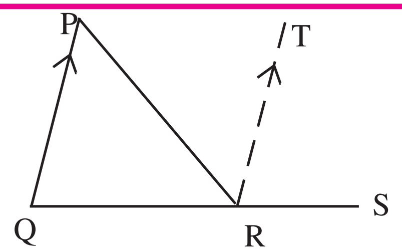
ක්‍රියාකාරකම 2

ABC ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න. A, B, C ශීර්ෂයන්ගේ කෝණ තුන රූපයේ දක්වෙන පරිදි වෙන් කර ගන්න.

එම ශීර්ෂ එක ම ලක්ෂ්‍යයක වන සේ ද පාද බද්ධ වන සේ ද එක් කර කඩදාසියක අලවා ගන්න.
රූපයේ පරිදි මේවා POQ සරල රේඛාවක් ලෙස ලැබේ දැ යි පරීක්ෂා කරන්න.

ඒ අනුව ඔබට නිගමනය කළ හැක්කේ කුමක් ද?
දැන් මෙම ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.





දත්තය PQR ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයකි.

සාධනය කළ යුත්ත $P\hat{Q}R + Q\hat{R}P + R\hat{P}Q = 180^{o}$ බව

නිර්මාණය QR පාදය S දක්වා දික් කර ඇත. QP ට සමාන්තර ව R හරහා RT රේඛාව ඇඳ තිබේ.

සාධනය $R\hat{P}Q = P\hat{R}T$ (QP // RT වීම හා ඒකාන්තර කෝණ)———(1)

$P\hat{Q}R = T\hat{R}S$ (QP // RT වීම හා අනුරූප කෝණ)———(2)

(1) + (2) $\therefore R\hat{P}Q + P\hat{Q}R = P\hat{R}T + T\hat{R}S$

සමීකරණයේ දෙපසට $Q\hat{R}P$ එකතු කිරීමෙන්

$P\hat{Q}R + Q\hat{R}P + R\hat{P}Q = Q\hat{R}P + P\hat{R}T + T\hat{R}S$

$Q\hat{R}P + P\hat{R}T + T\hat{R}S = 180^{o}$ (QRS සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

$\therefore P\hat{Q}R + Q\hat{R}P + R\hat{P}Q = 180^{o}$ වේ.

ඉහත සාධනය අනුව **ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව සෘජුකෝණ දෙකක් බව පැහැදිලි වේ.**

නිදසුන 3

ත්‍රිකෝණයක කෝණ විශාලත්වය 2 : 5 : 11 අනුපාතයෙන් වේ. විශාලතම කෝණයේ අගය ගණනය කර ත්‍රිකෝණය කවර වර්ගයට අයත් ද යි ප්‍රකාශ කරන්න.
කුඩා ම කෝණය $2a$ ද, මධ්‍යම කෝණ $5a$ ද විශාලතම කෝණ $11a$ ද වේ.
කෝණ එකතුව ගැනීමෙන්,

$$2a + 5a + 11a = 180^{o}$$
$$18a = 180^{o}$$
$$a = \frac{180^{o}}{18}$$
$$a = 10^{o}$$

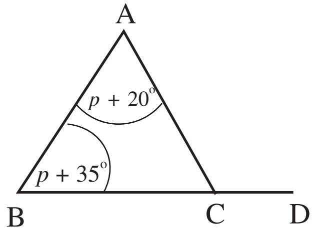
විශාලතම කෝණය $= 11a$ බැවින්
විශාලතම කෝණය $= 11 \times 10^{o}$
$= \underline{\underline{110^{o}}}$

ත්‍රිකෝණයේ විශාලතම කෝණය 110^{o} වන නිසා එම ත්‍රිකෝණය මහා කෝණී ත්‍රිකෝණයක් වේ.

නිදසුන 4

(i) ABC Δයේ ACD බාහිර කෝණයේ අගය p ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ වේ. (බාහිර කෝණ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි එකතුවට සමාන බැවින්)



$A\hat{C}D = p + 35^{\circ} + p + 20^{\circ}$

$= \underline{\underline{2p + 55^{\circ}}}$

(ii) ACB කෝණයේ අගය p ඇසුරෙන් ලියන්න.

$A\hat{C}B + A\hat{C}D = 180^{\circ}$ (පරිපූරක බද්ධ කෝණ)

$A\hat{C}B = 180^{\circ} - A\hat{C}D$

$A\hat{C}B = 180^{\circ} - (2p + 55^{\circ})$

$= 180^{\circ} - 2p - 55^{\circ}$

$= \underline{\underline{125^{\circ} - 2p}}$

(iii) $A\hat{C}B = 65^{\circ}$ නම් p හි අගය අංශක කීය ද?

$A\hat{C}B = 65^{\circ}$ බැවින්,

$65^{\circ} = 125^{\circ} - 2p$

$2p = 125^{\circ} - 65^{\circ}$

$2p = 60^{\circ}$

$p = \dfrac{60^{\circ}}{2}$

$\underline{\underline{p = 30^{\circ}}}$

(iv) $B\hat{A}C$ හා $A\hat{B}C$ අගයන් සොයන්න.

$B\hat{A}C = p + 20^{\circ}$

$B\hat{A}C = 30^{\circ} + 20^{\circ}$

$= \underline{\underline{50^{\circ}}}$

$A\hat{B}C = p + 35^{\circ}$

$A\hat{B}C = 30^{\circ} + 35^{\circ}$

$= \underline{\underline{65^{\circ}}}$

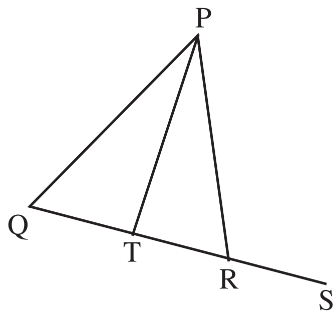
නිදසුන 5

PQRΔ හි QR පාදය S දක්වා දික් කර ඇත. QPR කෝණ සමච්ඡේදකය T හි දී QR ඡේදනය කරයි. $P\hat{Q}S + P\hat{R}S = 2\,P\hat{T}S$ බව සාධනය කරන්න.

දත්තය – $PQR\ \Delta$ හි QR, S දක්වා දික් කර තිබේ. QPR කෝණ සමච්ඡේදකය QR පාදය T හි දී ඡේදනය කරයි.

සාධනය කළ යුත්ත – $P\hat{Q}S + P\hat{R}S = 2P\hat{T}S$ බව

සාධනය – $P\hat{T}S = P\hat{Q}S + Q\hat{P}T$



($PQT\Delta$ යේ PTS බාහිර කෝණය PQS හා QPT අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ එකතුවට සමාන වේ.)

$$P\hat{Q}S = P\hat{T}S - Q\hat{P}T$$

$$P\hat{Q}S = P\hat{T}S - \frac{1}{2}\,Q\hat{P}R \quad\text{———————}\quad (1)$$

($Q\hat{P}T = \frac{1}{2}\,Q\hat{P}R$ වේ.)

$P\hat{R}S = P\hat{T}S + T\hat{P}R$ ($PTR\Delta$ යේ PRS බාහිර කෝණය PTR හා TPR අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි එකතුවට සමාන වේ.)

$\therefore\ P\hat{R}S = P\hat{T}S + \frac{1}{2}\,Q\hat{P}R$ ——————— (2) ($T\hat{P}R = \frac{1}{2}\,Q\hat{P}R$ වේ.)

ඉහත (1) + (2) ගැනීමෙන්

$$\underline{\underline{P\hat{Q}S + P\hat{R}S = 2P\hat{T}S}}$$

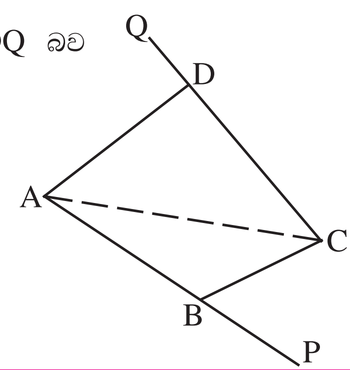
නිදසුන 6

ඕනෑ ම චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ යුගලයක එකතුව අනෙක් ශීර්ෂ දෙකෙහි පිහිටි බාහිර කෝණ යුගලයේ එකතුවට සමාන වේ. මෙම ප්‍රකාශය සත්‍ය බව සාධනය කරන්න.

දත්තය ABCD චතුරස්‍රයේ AB පාදය P දක්වා ද CD පාදය Q දක්වා ද දික් කර ඇත.

සාධනය කළ යුත්ත $B\hat{A}D + B\hat{C}D = C\hat{B}P + A\hat{D}Q$ බව

නිර්මාණය AC විකර්ණය ඇඳීම



සාධනය

ABC Δ යේ,

$B\hat{A}C + A\hat{C}B = C\hat{B}P$ —— (1) (අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුව බාහිර කෝණයට සමාන වේ.)

ACD Δ යේ,

$C\hat{A}D + A\hat{C}D = A\hat{D}Q$ —— (2) (අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුව බාහිර කෝණයට සමාන වේ.)

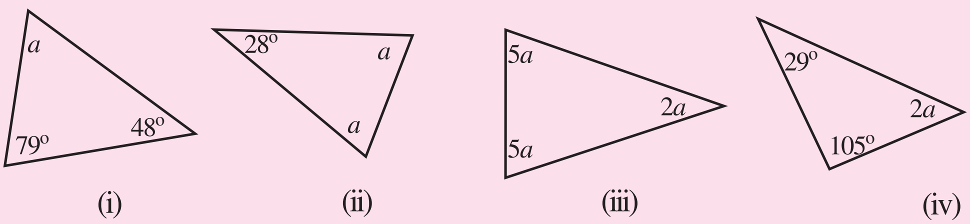
(1) + (2)

$B\hat{A}C + C\hat{A}D + A\hat{C}B + A\hat{C}D = C\hat{B}P + A\hat{D}Q$

$\underline{\underline{B\hat{A}D + B\hat{C}D = C\hat{B}P + A\hat{D}Q}}$

අභ්‍යාසය 15.2

(1) පහත දී ඇති රූප සටහන්වල a හි අගය සොයන්න.



(2) ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි විශාලත්වය $3:5:7$ අනුපාතයෙන් පිහිටයි. කුඩා ම කෝණයේ හා විශාලතම කෝණයේ අගයයන් සොයන්න. එය සුළු කෝණී ත්‍රිකෝණයක් වන්නේ ද?

(3) ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක සුළු කෝණ දෙකෙහි අනුපාතය $3:7$ මෙන් වේ. කුඩා කෝණයේ අගය සොයන්න.

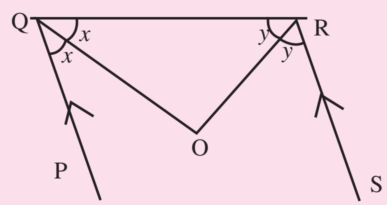
(4) ත්‍රිකෝණයක එක් කෝණයක අගය 72^{o} කි. අනෙක් කෝණ දෙකෙහි අනුපාතය $8:1$ කි. විශාලතම කෝණයේ අගය සොයා ත්‍රිකෝණය මහාකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වන බව පෙන්වන්න.

(5) ත්‍රිකෝණයක කුඩා ම කෝණයත් විශාලතම කෝණයත් අතර අනුපාතය $1:2$ වන අතර විශාලත ම කෝණයත් මධ්‍යම කෝණයත් අතර අනුපාතය $4:3$ ක් වේ. ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල අගයයන් ගණනය කරන්න.

(6) $PQR\,\Delta$ යේ $\hat{P}+\hat{R}=128^{0}$ හා $\hat{Q}+\hat{R}=105^{o}$ වේ නම් කෝණ තුනෙහි අගයයන් වෙන වෙන ම සොයන්න. PQR සුළුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

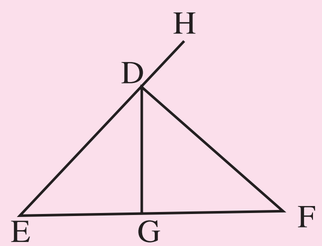
(7) ABCD චතුරස්‍රයේ AC විකර්ණයෙන් DAB හා BCD යන ශීර්ෂ කෝණ දෙක ම සමච්ඡේදනය වේ නම් $A\hat{B}C=A\hat{D}C$ බව සාධනය කරන්න.

(8) රූප සටහනේ PQ//SR වේ. $P\hat{Q}R$ හා $Q\hat{R}S$ කෝණ සමච්ඡේදක O හි දී එකිනෙක හමුවේ $Q\hat{O}R=90^{0}$ බව සාධනය කරන්න.



(9) රූපසටහනේ $D\hat{E}F=G\hat{D}F$ වේ නම් $E\hat{D}F=D\hat{G}F$ බව සාධනය කරන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $F\hat{D}H=D\hat{G}E$ බව පෙන්වන්න.



(10) $XYZ\,\Delta$ යේ $X\hat{Y}Z=90^{o}$ වේ. X හා Z අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදක රේඛා P හි දී ඡේදනය වේ. $X\hat{P}Z=135^{0}$ බව සාධනය කරන්න.

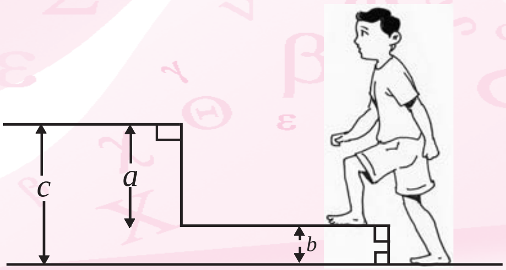
(11) එක් විකර්ණයක් ඇඳීමෙන් ඕනෑ ම චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව 360^{o} බව සාධනය කරන්න.

16 සූත්‍ර

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

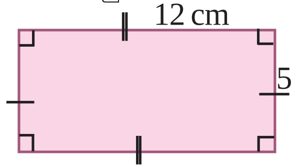
- සරල සූත්‍රයක උක්තය මාරු කිරීම
- සූත්‍රයක ඇති විචල්‍යයන් කිහිපයක් අතරෙන් එකක් හැර ඉතිරි ඒවායේ අගය දුන් විට, අගය නොදුන් විචල්‍යයේ අගය සෙවීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.



16.1 සූත්‍ර හැඳින්වීම

දිග 12 cm හා පළල 5 cm වන සෘජුකෝණාස්‍රයක පරිමිතිය සොයමු.



පරිමිතිය $= 2($දිග $+$ පළල$)$
$= 2(12\text{ cm} + 5\text{ cm})$
$= 2 \times 17\text{ cm}$
$= 34\text{ cm}$

දිග හා පළල යන රාශි දෙක සඳහා සංඛ්‍යාත්මක අගයන් දී ඇති විට පරිමිතිය සඳහා නිශ්චිත සංඛ්‍යාත්මක අගයක් ලැබේ.

සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග සඳහා විය හැකි ඕනෑ ම අගයක් l ලෙස ද, පළල සඳහා විය හැකි ඕනෑ ම අගයක් b ලෙස ද ගනිමු. එහි පරිමිතිය p නම්,

$$p = 2(l + b) \quad \text{හෝ} \quad p = 2l + 2b$$

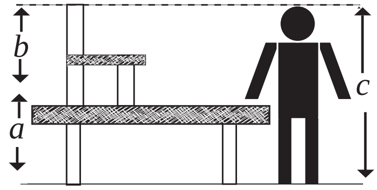
සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග හා පළල සඳහා වියහැකි ඕනෑ ම අගයන් දෙකක් දුන්විට පරිමිතිය ලබා ගත හැකි සාධාරණ සම්බන්ධයක් ඉහත දැක්වේ. මෙවැනි සම්බන්ධයක් සූත්‍රයක් ලෙස හඳුන්වයි.

- සූත්‍රයක් මගින් භෞතික රාශීන් කිහිපයක් අතර සම්බන්ධයක් දැක්වේ.
- සූත්‍රයක එක් විශේෂිත වූ රාශියක් ඉතිරි රාශීන් ඇසුරින් පැහැදිලි ව ප්‍රකාශ වී තිබේ. එම විශේෂිත වූ රාශිය සූත්‍රයේ උක්තය ලෙස හඳුන්වයි.

මේ අනුව ඉහත සූත්‍රයේ උක්තය p වේ.

බංකුවක් උඩ පුටුවක් තබා ඇති රූපයක් පහත දක්වේ. ඒ අසල ළමයකු සිටී. එම රූපය මගින් දක්වෙන තොරතුරු අනුව ඒවායේ උස පිළිබඳ ව සලකා එකිනෙකට වෙනස් උක්ත සහිත සූත්‍ර තුනක් ගොඩනැගිය හැකි ය.

c උක්තය ලෙස ඇති සූත්‍රය $\longrightarrow c = a + b$
a උක්තය ලෙස ඇති සූත්‍රය $\longrightarrow a = c - b$
b උක්තය ලෙස ඇති සූත්‍රය $\longrightarrow b = c - a$



ක්‍රියාකාරකම 1

සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග l ද, පළල b ද, පරිමිතිය p ද නම්, $p = 2(l + b)$ සූත්‍රය භාවිත කරමින් පහත වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.
(මේ සඳහා සමීකරණ දැනුම භාවිත කරන්න)

	දිග (l)	පළල (b)	පරිමිතිය (p)
(1)	31 cm	19 cm	....
(2)	5.3 cm	2.7 cm	....
(3)	$8\frac{1}{2}$ m	$5\frac{1}{2}$ m	....
(4)	27 cm	....	80 cm
(5)	12.6 m	....	40 m
(6)	$7\frac{1}{2}$ m	....	22 m
(7)	....	14 cm	80 cm
(8)	....	2.2 m	23 m
(9)	....	$3\frac{1}{4}$ m	17 cm

✷ $p = 2(l + b)$ මගින් දක්වෙන්නේ l, b, p විචල්‍ය තුන අතර සම්බන්ධයකි. ඉන් ඕනෑම විචල්‍යයන් දෙකක අගය දුන් විට අනෙක් විචල්‍යයේ අගය සෙවිය හැකි ය.

ඉහත වගුවේ හිස්තැන් පිරවීමේ දී l, b, p අතුරින් වඩාත් ම පහසුවෙන් අගය ලබා ගත හැකි විචල්‍ය කුමක් ද? එසේ වීමට හේතුව කුමක් ද? මිතුරන් සමග සාකච්ඡා කරන්න.

16.2 සරල සූත්‍රයක උක්තය මාරු කිරීම

නිදසුන 1

(i) $v = u + ft$ සූත්‍රයේ t උක්ත කරන්න.

t සමග අනෙක් විචල්‍යයන් සම්බන්ධ වී ඇති ආකාරය පහත පරිදි වේ.

t, f ගෙන් ගුණකර u එකතු කර ඇත.

සමීකරණ විසඳීමේ දී අප ඉගෙනගත් පරිදි පළමු ව u ද, දෙවනුව f ද, ඉවත් කරමින් පහත දැක්වෙන ආකාරයට t උක්ත කළ හැකි ය.

$$v = u + ft$$
$$v - u = u + ft - u$$
$$v - u = ft$$
$$\frac{v-u}{f} = \frac{ft}{f}$$
$$\frac{v-u}{f} = t$$
$$t = \frac{v-u}{f}$$

(ii) ඉහත සූත්‍රය භාවිතයෙන් $v = 47$ ද, $u = 11$ ද, $f = 9$ ද, නම් t හි අගය සොයන්න.

t උක්ත කිරීමට පෙර සූත්‍රය භාවිතය	t උක්ත කිරීමෙන් පසු සූත්‍රය භාවිතය
$v = u + ft$ $47 = 11 + 9t$ $47 - 11 = 11 + 9t - 11$ $36 = 9t$ $\frac{36}{9} = \frac{9t}{9}$ $t = \underline{\underline{4}}$	$t = \frac{v - u}{f}$ $t = \frac{47 - 11}{9}$ $t = \frac{36}{9} = \underline{\underline{4}}$

t උක්ත කර ඇති සූත්‍රයට ආදේශයෙන් t හි අගය සෙවීම පහසු වේ.

නිදසුන 2

(i) $S = \frac{n}{2}(a + l)$ සූත්‍රයේ l උක්ත කරන්න.

l සමග අනෙක් විචල්‍ය සම්බන්ධව ඇති ආකාරය පහත පරිදි වේ.

- l ට a එකතු වී ඇත.
- එම එකතුව n අගයෙන් ගුණ කර ඇත.
- ලැබුණු පිළිතුර 2න් බෙදා ඇත.

සූත්‍රයේ l ඇත්තේ දකුණත් පස බැවින්, l ඉතිරි ව තිබිය දී අනෙකුත් පද දකුණත් පසින් ඉවත් කරමු.

$$S = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$\frac{2 \times S}{n} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{n}_{1}} \times \frac{\cancel{n}^{1}}{\cancel{2}_{1}}(a+l) \longleftarrow n \text{ හා } 2 \text{ ඉවත් කිරීම}$$

$$\frac{2S}{n} = a + l$$

$$\frac{2S}{n} - a = \cancel{a} + l - \cancel{a} \longleftarrow a \text{ ඉවත් කිරීම}$$

$$l = \underline{\underline{\frac{2S}{n} - a}}$$

ඉහත සූත්‍රය භාවිතයෙන් $S = 13.5$, $n = 9$, $a = 1$ විට l හි අගය සොයන්න.

l උක්ත කිරීමට පෙර සූත්‍රය භාවිතය	l උක්ත කිරීමෙන් පසු සූත්‍ර භාවිතය
$S = \frac{n}{2}(a+l)$	$l = \frac{2S}{n} - a$
$13.5 = \frac{9}{2}(1+l)$	$l = \frac{2 \times 13.5}{9} - 1$
$2 \times 13.5 = \frac{\cancel{2} \times 9}{\cancel{2}}(1+l)$	$l = \frac{27}{9} - 1$
$27 = 9\,(1+l)$	$= 3 - 1$
$\frac{27}{9} = \frac{\cancel{9}\,(1+l)}{\cancel{9}}$	$l = \underline{\underline{2}}$
$3 = 1 + l$	
$3 - 1 = \cancel{1} + l - \cancel{1}$	
$l = \underline{\underline{2}}$	

ඉහත නිදසුන් දෙකට අනුව සූත්‍රයකට සම්බන්ධව ඇති විචල්‍යයක අගය සෙවීමේ දී එම විචල්‍යය උක්ත ව තිබීම වඩා පහසු බව වටහා ගත හැකි ය.

අභ්‍යාසය 16.1

(1) $c = 2\ \ r$ සූත්‍රයේ r උක්ත කරන්න.

(2) $A = \ \ r^2 + \ \ rl$ සූත්‍රයේ l උක්ත කරන්න.

(3) $v = \frac{1}{3}\ \ r^2 h$ සූත්‍රයේ h උක්ත කරන්න.

(4) $v^2 = u^2 + 2as$ සූත්‍රයේ s උක්ත කරන්න.

(5) $y = mx + c$ සූත්‍රයේ x උක්ත කරන්න.

(6) $y = \frac{a + bx}{c}$ සූත්‍රයේ x උක්ත කරන්න.

(7) $S = 180(n - 2)$ සූත්‍රයේ n උක්ත කරන්න.

(8) $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ සූත්‍රයේ f උක්ත කරන්න. $v = 7$, $u = 6$ නම් f හි අගය සොයන්න.

(9) $ax = c + bx$ සූත්‍රයේ x උක්ත කරන්න.

(10) $p = \frac{y + 2b}{y}$ සූත්‍රයේ y උක්ත කරන්න. $b = 10$, $p = 6$ නම් y හි අගය සොයන්න.

(11) $A = \frac{1}{2} h (a + b)$ සූත්‍රයේ b උක්ත කරන්න.

$A = 15$, $h = 9$, $a = 3$ නම් b හි අගය සොයන්න.

(12) $f = \frac{9}{5} c + 32$ සූත්‍රයේ c හි අගය f ඇසුරින් දක්වන්න.

(13) $S = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1) d\}$ සූත්‍රයේ

(i) d උක්ත කරන්න.
(ii) a උක්ත කරන්න.

(14) $x = 2at$ ———— (1)
$y = at^2$ ———— (2)

පළමු සූත්‍රයෙන් t උක්ත කරන්න. t සඳහා ලැබුණු අගය දෙවන සූත්‍රයට ආදේශ කරන්න. ඔබට ලැබුණු සූත්‍රයේ අඩංගු නොවන, එහෙත් මුල් සූත්‍ර දෙකෙහි අඩංගු ව තිබූ විචල්‍යය කුමක් ද?

17 වෘත්තයක පරිධිය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

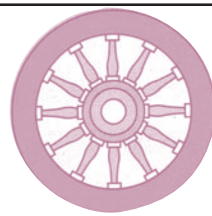
* වෘත්තයක පරිධිය හා විෂ්කම්භය මැනිය හැකි විවිධ ක්‍රම පිළිබඳ අවබෝධයක් ලැබීම
* වෘත්තයක පරිධිය හා විෂ්කම්භය අතර සම්බන්ධතාව යක් ගොඩනැගීම
* එම සම්බන්ධතාව භාවිතයෙන් වෘත්තයක අරය හෝ පරිධිය යන දෙකෙන් එකක් දී ඇති විට අනෙක ගණනය කිරීම
* දෛනික කටයුතුවලට මෙම සම්බන්ධතාව භාවිත කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.


වළල්ල


රු 1/ කාසිය


රු 2/ කාසිය


කරත්ත රෝදය


වාහන රෝදය

යෝගට් පියන


C.D. තැටිය


ඔරලෝසු
මුහුණත

* අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට නියත දුරකින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය වෘත්තයක් වේ.

17.1 වෘත්තයක පරිධිය හා වෘත්තයක විෂ්කම්භය

දුලානි ෆාතිමා, අද වළලු ගොඩාක් දාලනේ, හරි ලස්සනයි.

ෆාතිමා ඔව්, අපේ මාමා ගෙනත් දුන්නා

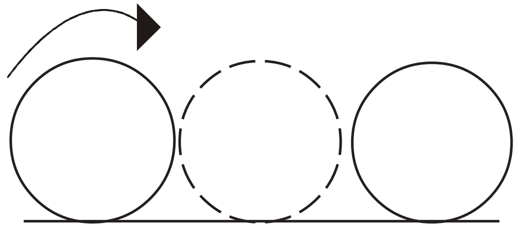
සුරංග මේ, ෆාතිමා, ඔයා දන්නවාද ඔය එක වළල්ලක් හදන්න අරගෙන ඇති කම්බියේ දිග කොච්චර ද කියලා ?

ෆාතිමා අනේ මම දන්නේ නැහැනේ.

දුලානි වළල්ලක් කියන්නේ වෘත්තාකාර හැඩයක්නේ. වළල්ල හදපු කම්බියේ දිග කියන්නේ වෘත්තයක වටේ දිග. ඒ කියන්නේ පරිමිතිය

සුරංග ඔව්. ඒත් වෘත්තයක වටේ දිගට කියන්නේ පරිධිය කියලනේ. දුලානි දන්නවා ද ඔය වළල්ලේ පරිධිය හොයන්න පුළුවන් ක්‍රම

දුලානි ඔව්, වළල්ලේ එක් ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරගෙන, නූලක කෙළවර එතන තබා, නැවත එම ලක්ෂ්‍යය ලැබෙන තෙක් වළල්ල වටේ නූල තබාගෙන යනවා. එතකොට එම නූලේ දිග තමයි වළල්ලේ වටේ දිග (වෘත්තයේ පරිධිය)

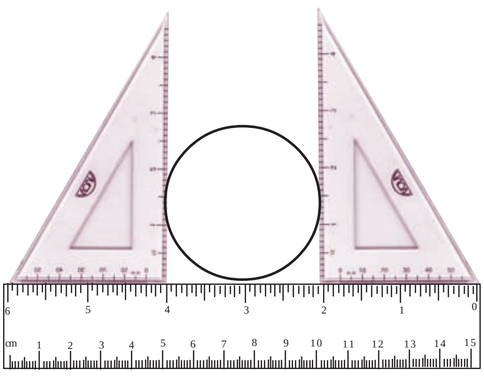


සුරංග ඔය වළල්ලේ ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරගෙන අපට පුළුවන් රේඛාවක් ඔස්සේ පෙරළන්න. එතකොට නැවත එම ලක්ෂ්‍යය රේඛාව මතට එනවිට වළල්ල රේඛාව මත වටයක් ගිහින්. එවිට රේඛාවේ දිග, වළල්ලේ පරිධියට සමාන වෙනවනේ.

රාජේන් හරි ඔයාලා දන්නවා ද වළල්ලේ විෂ්කම්භය මනින ක්‍රමයක්.

දුලානි විෂ්කම්භය කියන්නේ කේන්ද්‍රය හරහා යන පරිධිය මත ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන රේඛාවනේ. ඒත් කේන්ද්‍රය හරියට ම දන්නේ නැති විටෙක කොහොමද විෂ්කම්භය සොයන්නේ.

රාජේන් කවකටු පෙට්ටියේ විහිත චතුරස්‍ර දෙකක් තියෙනවානේ, රූල උඩ වළල්ල තියලා, විහිත චතුරස්‍ර දෙකේ ඍජුකෝණය අඩංගු පැති දෙක රූලටත් වළල්ලටත් හිරවෙන්න තියෙනවා. එතකොට විහිත චතුරස්‍ර දෙකේ ඍජුකෝණ ඇති ශීර්ෂ දෙක අතර දුර රූලෙන් කියවන්න පුළුවන්නේ. ඒක තමයි වෘත්තයේ විෂ්කම්භය.



සුරංග වෘත්තයක පරිධිය හා විෂ්කම්භය අතර සම්බන්ධයක් තියෙනවා කියන්නේ ඇත්ත ද?

අපි දැන් බලමු වෘත්තයක විෂ්කම්භය හා පරිධිය අතර සම්බන්ධයක් තිබේ ද කියලා.

17.2 වෘත්තයක පරිධිය හා විෂ්කම්භය අතර සම්බන්ධය

- ✸ වෘත්තයක වටේ මායිමේ දිග වෘත්තයක පරිධිය (c) නම් වේ.
- ✸ වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍ය 2ක් කේන්ද්‍රය හරහා යන ලෙස යා කළ විට ලැබෙන සරල රේඛාව එහි විෂ්කම්භය (d) නම් වේ.
- ✸ කේන්ද්‍රයේ සිට වෘත්තයට ඇති දුර අරය (r) නම් වේ.
- ✸ තව ද, $d = 2r$ වේ.

ක්‍රියාකාරකම 1

ඔබට පහසුවෙන් ලබා ගත හැකි විවිධ ප්‍රමාණයේ වෘත්තාකාර හැඩැති විවිධ වස්තූන් කිහිපයක් සොයාගන්න. උදා වළල්ලක්, සැමන් ටින්, යෝගට් කෝප්ප, පියන් .... ඒවායේ ඇති වෘත්ත හැඩවල විෂ්කම්භයත්, පරිධියත් නිවැරදිව මැන පහත වගුව පිටපත් කරගෙන සම්පූර්ණ කරන්න.

වස්තුව	පරිධිය (c)	විෂ්කම්භය (d)	$\frac{c}{d}$
1 වළල්ල			
2 සැමන් ටින් එකක පතුල			
3 බෝතල් මූඩි			
4 යෝගට් කෝප්ප පියන			
5			

ඉහත වගුවේ $\frac{c}{d}$ තීරුව, එනම් පරිධිය විෂ්කම්භයෙන් බෙදූ විට සෑම අවස්ථාවක ම 3.14 ට ආසන්න අගයක් ලැබෙන බව පැහැදිලි වේ.

$$\frac{\text{පරිධිය}}{\text{විෂ්කම්භය}} \text{ එනම් } \frac{c}{d} = 3.14 \quad \text{(නියතයක්)}$$

මෙම නියත අගය (පයි) සංකේතයෙන් දක්වමු.

$$\frac{c}{d} = $$

$$d \times \frac{c}{d} = \quad \times d \quad \text{(දෙපස ම } d \text{ වලින් ගුණකිරීමෙන්)}$$

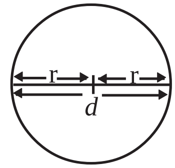
$$\therefore c = \quad d$$

විෂ්කම්භය අරය මෙන් දෙගුණයක් වන නිසා

එනම් $d = 2r$ වේ.

එවිට $c = \ d$ සූත්‍රයේ d වෙනුවට $2r$ ආදේශ කළ විට

$c = 2\ r$ ලැබේ.



$$\boxed{c \ = 2\ r}$$

මෙහිදී හි අගය 3.14 ලෙස භාවිත වන නමුත්, එහි අගය $\frac{22}{7}$ ට ආසන්න වශයෙන් සමාන වන නිසා ගණනය කිරීම්වල දී $= \frac{22}{7}$ ලෙස ගැනීම පහසු වේ.

නිදසුන 1

වෘත්තයක අරය 10 cm වේ. එහි පරිධිය සොයන්න. (= 3.14 ලෙස ගන්න)

වෘත්තයේ අරය (r) $= 10$ cm

වෘත්තයේ පරිධිය (c) $= 2\ r$

$= 2 \times 3.14 \times 10$ cm

$= \underline{\underline{62.8 \text{ cm}}}$

නිදසුන 2

වෘත්තයක අරය 3.5 cm වේ. එහි පරිධිය සොයන්න. ($= \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න)

වෘත්තයේ අරය (r) $= 3.5$ cm

වෘත්තයේ පරිධිය (c) $= 2\ r$

$= 2 \times \frac{22}{\cancel{7}_{2}} \times \cancel{3.5}^{1}$ cm

$= \underline{\underline{22 \text{ cm}}}$

නිදසුන 3

වෘත්තයක පරිධිය 44 cm නම් එහි අරය සොයන්න. ($= \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න)

වෘත්තයේ පරිධිය (c) $= 44$ cm

c $= 2\ r$ නිසා

$2\ r = 44$ cm

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$ cm

$$\frac{44}{7} \times r = 44\text{ cm}$$

$$\cancel{\frac{44}{7}} \times \cancel{\frac{7}{44}} \times r = \frac{7}{\cancel{44}} \times \cancel{44}\text{ cm}$$

$$r = \underline{\underline{7\text{cm}}}$$

නිදසුන 4

වෘත්ත දෙකක අරයන් අතර අනුපාතය 2 : 3 වේ. ඒවායේ පරිධීන් අතර අනුපාතය සොයන්න.

වෘත්ත දෙකෙහි අරයන් අතර අනුපාතය = 2 : 3

∴ පළමු වෘත්තයේ අරය $2x$ නම් දෙවන වෘත්තයේ අරය $3x$ වේ.

එවිට පළමු වෘත්තයේ පරිධිය $= 2\ r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times (2x)$$

දෙවන වෘත්තයේ පරිධිය $= 2\ r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times (3x)$$

පරිධීන් අතර අනුපාතය $= 2 \times \frac{22}{7} \times (2x) : 2 \times \frac{22}{7} \times (3x)$

$= 2 : 3$

වෘත්ත 2 ක අරයන් අතර අනුපාතයත් ඒවායේ පරිධීන් අතර අනුපාතයත් සමාන වේ.

අභ්‍යාසය 17.1

(1) පහත දී ඇති මිනුම්වලට අදළ ව එක් එක් වෘත්තයේ පරිධිය ගණනය කරන්න. (= 3.14 ලෙස ගන්න)

(i) අරය 20 cm (iii) විෂ්කම්භය 12 cm
(ii) අරය 9 cm (iv) විෂ්කම්භය 15.2 m

(2) පහත මිනුම්වලට අදළ ව එක් එක් වෘත්තයේ පරිධිය ගණනය කරන්න. ($= \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න)

(i) අරය 28 cm (iii) විෂ්කම්භය 10.5 cm
(ii) අරය 3.5 cm (iv) විෂ්කම්භය 19.6 cm

(3) පහත දී ඇති පරිධිය සහිත වෘත්තවල අරයන් ගණනය කරන්න.

(i) පරිධිය 88 cm (iii) පරිධිය 66 cm

(ii) පරිධිය 220 cm (iv) පරිධිය 330 m

(4) මෝටර් රථයක රෝදයක විෂ්කම්භය 63 cm වේ. 2 kmක් දුර ගෙවා යාමේ දී මෙම රෝදය කැරකෙන පූර්ණ වට ගණන කීය ද?

(5) ඔරලෝසුවක මිනිත්තු කටුව 4.2 cm ක් දිග ය. පහත සඳහන් එක් එක් කාලය තුළ දී එම කටුවේ තුඩ ගෙවා යන දුර වෙන වෙන ම කොපමණ ද?

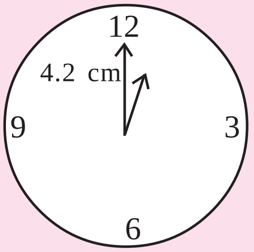
(i) මිනිත්තු 60ක දී

(ii) මිනිත්තු 120ක දී

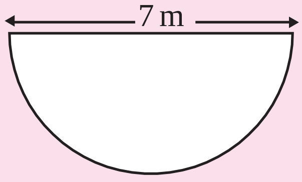
(iii) මිනිත්තු 30ක දී

(iv) මිනිත්තු 15ක දී

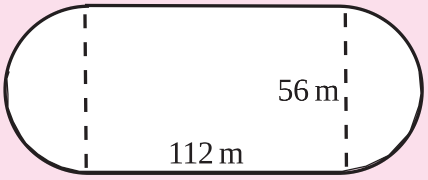
(v) මිනිත්තු 45ක දී



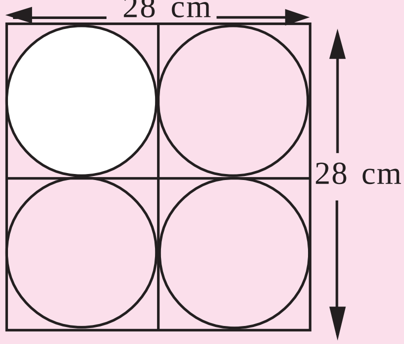
(6) රූපයේ දැක්වෙන්නේ අර්ධ වෘත්තාකාර වේදිකාවකි. එහි විෂ්කම්භය 7m වේ. මෙහි වක්‍රාකාර කොටස දිගේ ලෝහ පටියක් සවිකර ඇත. එම ලෝහ පටියේ දිග සොයන්න.



(7) රූපයේ දැක්වෙන්නේ ධාවන පථයක ඇතුළත සීමාව දැක්වෙන දළ සැලැස්මකි. මෙය ඍජුකෝණාස්‍ර කොටසකින් හා අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකකින් සමන්විත ය. මෙහි ඍජුකෝණාස්‍ර කොටසේ දිග 112 m වන අතර පළල 56 m ක් වේ. මෙම ධාවන පථයේ ඇතුළත සීමාවේ දිග සොයන්න.

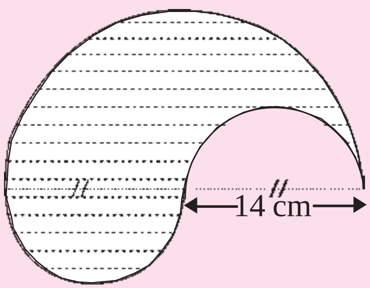


(8) ජනේලයක සවි කර ඇති යකඩ රාමුවක (grill) සැලැස්මක් පහත රූපයේ දැක්වේ. මේ සඳහා යොදාගෙන ඇති කම්බිවල දිග සොයන්න.

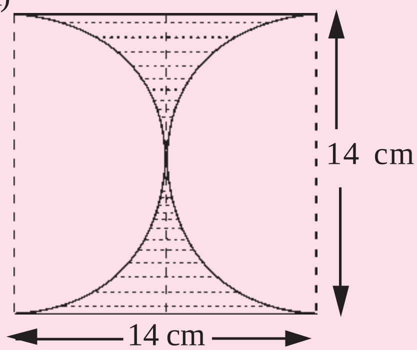


(9) පහත රූපවල අඳුරු කර ඇති කොටස්වල පරිමිතිය සොයන්න. සියලු ම රූපවල වක්‍රාකාර කොටස් අර්ධවෘත්ත වේ.

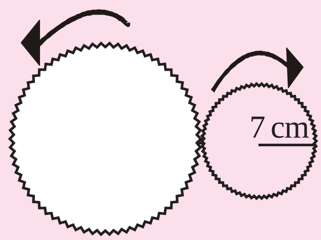
(i) විශාල අර්ධ වෘත්තයේ අරය 14 cm කි.



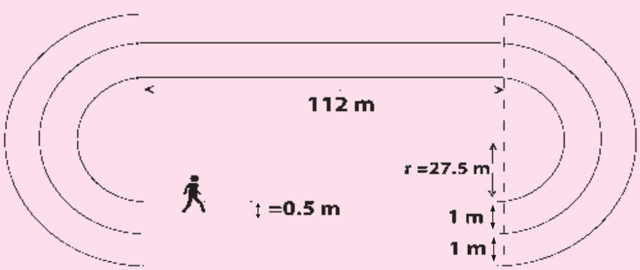
(ii)



(10) රූපයේ දැක්වෙන්නේ එක්තරා යන්ත්‍රයක කොටසකි. මෙහි එකිනෙකට ස්පර්ශව ඇති අරයන් වෙනස් වූ වෘත්තාකාර රෝද දෙකක් තිබේ. එක් රෝදයක් කැරකෙන විට අනෙක් රෝදය ද කැරකේ. මෙහි විශාල රෝදය එක් වටයක් කැරකීමේ දී කුඩා රෝදය කැරකෙන වට ගණන කීය ද?



(11)



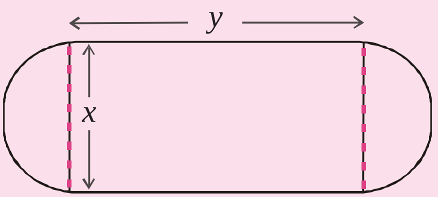
මෙහි දැක්වෙන්නේ ධාවන පථයක සැලැස්මකි. මෙය සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසක් හා අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් 2කින් සමන්විතය. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ දිග 112 m වන අතර වෘත්තාකාර කොටසේ අරය 27.5 m වේ. ධාවන මං තීරුවක් 1 m ක් පළල වන අතර සෑම විට ම ධාවකයන් ධාවන මං තීරුවේ හරි මැදින් ධාවනය කරන බව උපකල්පනය කරන්න.

(i) පළමු මං තීරුවේ ධාවනය කරන ධාවකයා පසුකරන වෘත්තාකාර කොටසේ අරය කීය ද?

(ii) පළමු මං තීරුවේ ධාවකයා එක් වටයක් යාමේ දී ධාවනය කරන දුර සොයන්න.

(iii) අටවන මං තීරුවේ දුවන තරගකරුවා, තරගය ආරම්භයේ දී පළමු මං තීරුවේ දුවන තරගකරුවා දුවන දුර ම දිවීමට නම්, පළමු මං තීරුවේ තරගකරුවාට වඩා කොපමණ දුරක් ඉදිරියෙන් තරගය ඇරඹිය යුතු ද?

(12)



නිවාසාන්තර ක්‍රීඩා තරග සඳහා 400 m ධාවන පථයක් සැකසීමට ඔබට පවරා ඇත. එය ඉහත රූපයේ අයුරින් සෘජුකෝණාස්‍ර කොටසක් හා අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකකින් සමන්විත විය යුතු නම්, එහි x හා y සඳහා ගතහැකි අගය යුගල තුනක් සොයන්න.

පයිතගරස් සම්බන්ධය 18

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාද අතර සම්බන්ධතා හඳුනා ගැනීම
- පයිතගරස් සම්බන්ධය ගොඩනැගීම
- පයිතගරස් සම්බන්ධය ඇසුරෙන් ගැටලු විසඳීම
- එදිනෙද කටයුතුවල දී පයිතගරස් සම්බන්ධය යොද ගැනීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

18.1 සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ

පණ්ඩිතරත්න මහතා දක්ෂ ගෘහ නිර්මාණ ශිල්පියෙකි. ඔහු නිතර ම ගමේ වැඩ කටයුතුවලට මුල් තැනක් දී කටයුතු කරයි. ඒ නිසා ම හැම දෙනා අතර ම ඔහු ජනප්‍රිය පුද්ගලයකු බවට පත්ව ඇත.

අලුත් නිවසක් සෑදීම ආරම්භ කරන විට මුලින් ම කරන්නේ නිවසේ සැලැස්ම භූමිය මත ලකුණු කිරීමයි. එම කාර්යය " ලණු ගැසීම" හෝ "පාද බෙදීම" ලෙස ව්‍යවහාරයේ පවතී.

පණ්ඩිතරත්න මහතා ගමේ ළමයින් තිදෙනෙකු වන උපුල්, යොමාල් හා භානුක ද සහය කරගනිමින් නව නිවසක් සඳහා පාද බෙදීමක් කරන ලද අවස්ථාවක් රූපයේ දැක්වේ.

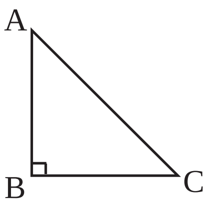
පණ්ඩිතරත්න මහතාගේ උපදෙස් අනුව, උපුල් හා යොමාල් මාලිමා යන්ත්‍රය උපයෝගි කරගනිමින් උතුරු දකුණු දිශා ඔස්සේ ලණුවක් ඇද, එම ලණුව මත සිටගත්හ. භානුක අතට මිනුම් පටියේ මුල් කෙළවරේ මුද්ද ලබා දුන් පණ්ඩිතරත්න මහතා මිනුම් පටිය දිග හරිමින් එහි 3 m ලක්ෂ්‍යය උපුල්ටත්, 7 m ලක්ෂ්‍යය යොමාල්ටත්, දෙමින් 12 m ලක්ෂ්‍යය නැවත භානුකටත් දුන්නේ ය. උපුල් හා යොමාල් ලණුව මත ම සිටින සේත් මිනුම් පටිය

හොඳින් ඇදී පවතින සේත් තිදෙනා ම සකස්වෙමින් රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කර ගත්හ. එවිට භානුක හා උපුල් අතර දුර 3 m ද, උපුල් හා යොමාල් අතර දුර 4 m ද, යොමාල් හා භානුක අතර දුර 5 m ද වේ. මෙම සකස් වීමෙන් පසු ළමුන් තිදෙනා සිටින ලක්ෂ්‍ය මත කූඤ්ඤ සවිකිරීමට පණ්ඩිතරත්න මහතා නියම කළේ ය. එම කරන ලද කාර්යය ඔහු ළමුන්ට විස්තර කළේ මෙසේ ය.

"පුතාලා දන්නවා ද මේ මොකක්ද කළේ කියලා" පණ්ඩිතරත්න මහතා ඇසුවේ ය.
" නැහැ මාමේ"

ග්‍රීක ජාතික ගණිතඥ
පයිතගරස්

" අලුතින් ඉදිකරන නිවසේ මුල්ලක් ලබා ගැනීමයි මම කළේ. ඔය තුන්දෙනා ටේප් එක අල්ලාගෙන සිටි අවස්ථාවේ ත්‍රිකෝණයක් හැදුනා නේ ද? ඒ ත්‍රිකෝණයේ පාදවල දිග ඕනෑ ම ඒකකයකින් 3, 4, 5 විදියට ලකුණු කළ විට උපුල් සිටි තැන සෘජුකෝණයක් ලැබෙනවා. ත්‍රිකෝණයේ කෙටි පාද දෙක අතරේ කෝණය සෘජුකෝණයක් වෙනවා. වාස්තු විද්‍යාවේ දී අපේ මුතුන් මිත්තන් ඈත අතීතයේ සිට ම සෘජුකෝණී මුළු ලබා ගැනීමට මේ ක්‍රමය යොදාගෙන තිබෙනවා. ක්‍රිස්තු වර්ෂ ආරම්භයට අවුරුදු පන්සිය ගණනකට පෙර පයිතගරස් කියන ග්‍රීක් ජාතික ගණිතඥයා මේ ආකාරයට සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල පාද අතර සම්බන්ධතාවය ඉදිරිපත් කළ බව පොත පතේ සඳහන් වෙනවා" පණ්ඩිතරත්න මහතා පැහැදිලි කිරීම අවසන් කළේ ය.

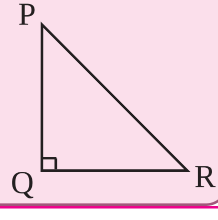


ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C$ සෘජුකෝණයකි. එබැවින් එම ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකි. එම ත්‍රිකෝණයේ සෘජුකෝණය අඩංගු පාද AB හා BC වේ. ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ සියල්ලේ ම එකතුව 180° නිසා සෘජුකෝණය හැර ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි කෝණ දෙකේ ම එකතුව 90° කි. එවිට විශාල ම කෝණය වන්නේ $A\hat{B}C$ යි. එම නිසා ඊට සම්මුඛ ව තිබෙන පාදය වන AC පාදය ත්‍රිකෝණයේ විශාල ම පාදයයි.

සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක සෘජුකෝණයට සම්මුඛ පාදය එහි විශාල ම පාදයයි. එය **කර්ණය** ලෙස හැඳින්වේ.

ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ කර්ණය AC වේ.

අභ්‍යාසය 18.1



(1) රූපයේ දැක්වෙන PQR ත්‍රිකෝණයේ $P\hat{Q}R$ සෘජුකෝණයකි.

(i) සෘජුකෝණය අඩංගු පාද නම් කරන්න.
(ii) ත්‍රිකෝණයේ දිග ම පාදය නම් කරන්න.
(iii) කර්ණය නම් කරන්න.

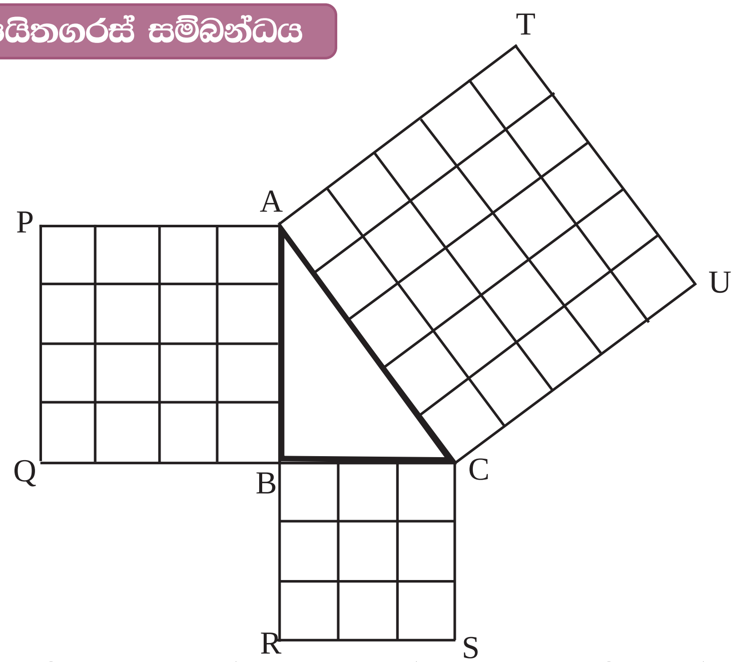
(2) (i) $K\hat{M}L = 90^{o}$ වූ KLM සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ දළ සටහනක් අඳින්න.
(ii) එම ත්‍රිකෝණයේ කර්ණය නම් කරන්න.

(3) (i) පාදවල දිග 6 cm , 8 cm හා 10 cm වූ ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
(ii) කෝණමානය භාවිතයෙන් එම ත්‍රිකෝණයේ කෝණ මනින්න.
(iii) කෝණ අනුව එම ත්‍රිකෝණය කවර වර්ගයේ ත්‍රිකෝණයක් ද?

(4) පහත දැක්වෙන අවස්ථාවල ලැබෙන සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයන් හි දළ සටහන් අඳින්න.
(i) වොලිබෝල් පිටියේ එක් ශීර්ෂයක සිට ඊට සම්මුඛ ශීර්ෂයට සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ලණුවක් ඇදීමේ දී ලැබෙන ත්‍රිකෝණයක්
(ii) සිරස් විදුලි පහන් කණුවක 7m උසින් වූ A හි ගැට ගසා ඇති කම්බියක් තිරස් පොළවේ Q හි වූ කුඤ්ඤයකට හොඳින් ඇදෙන සේ සවිකර තිබෙන විට ලැබෙන ත්‍රිකෝණය
(iii) AB ඉණිමගේ B කෙළවර සිරස් බිත්තියකටත් A කෙළවර තිරස් පොළවේත් තිබෙන පරිදි හේත්තු කර ඇති විට ලැබෙන ත්‍රිකෝණය

(5) ඉහත (4) හි දී ලද ආකාරයේ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ අවට පරිසරයෙන් දක්නට ලැබෙන අවස්ථා පහක් සඳහන් කරන්න.

18.2 පයිතගරස් සම්බන්ධය



කොටු රූල් කඩදාසියක කොටු 3ක් හා කොටු 4ක් දිග වූ බාහු සහිත කෝණයක් ඇඳ බාහුවල කෙළවර යා කිරීමෙන් රූපයේ දැක්වෙන ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය ලැබී ඇත. කොටුරූල් කඩදාසියෙන් ම කපා ගත් පැත්තක දිග කොටු 3ක් වූ සමචතුරස්‍ර කොටසක් ද, පැත්තක දිග කොටු 4ක් වූ සමචතුරස්‍ර කොටසක් ද, වෙන වෙන ම කපා රූපයේ දැක්වෙන අන්දමට පාද මත අලවා ඇත. කවකටු පෙට්ටියේ වූ බෙදුම් කටුවෙන්

මැන ගත් විට ත්‍රිකෝණයේ කර්ණය වන AC කොටු 5ක් දිග බව දැකිය හැකි ය. පැත්තක දිග කොටු 5ක් වූ සමචතුරස්‍ර කොටසක් ද කොටුරුල් කඩදාසියෙන් කපා කර්ණය මත අලවා ඇත.

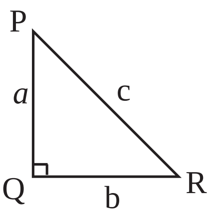
පැත්තක දිග කොටු 3 වූ BCSR සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = වර්ග ඒකක $3 \times 3 = 9$
පැත්තක දිග කොටු 4 වූ PABQ සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = වර්ග ඒකක $4 \times 4 = 16$
පැත්තක දිග කොටු 5 වූ ATUC සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = වර්ග ඒකක $5 \times 5 = 25$

ඒ අනුව
PABQ සමචතුරස්‍රයේ ව.ඵ. + **BCSR** සමචතුරස්‍රයේ ව.ඵ. = **ATUC** සමචතුරස්‍රයේ ව.ඵ.

PABQ හා BCSR යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ ඍජුකෝණය අඩංගු පාද මත වූ සමචතුරස්‍රයි. ATUC යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ කර්ණය මත වූ සමචතුරස්‍රයයි. එවිට ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ ඍජුකෝණය අඩංගු පාද මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රයන්ගේ වර්ගඵලවල එකතුව කර්ණය මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලයට සමාන වන බව පැහැදිලි වේ. මෙම සම්බන්ධතාවය ඕනෑ ම ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකට ගැළපෙන අතර එයට පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය යයි කියනු ලැබේ.

මේ අනුව පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය මෙසේ ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

> **පයිතගරස් සම්බන්ධය**
>
> ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය ඍජුකෝණය අඩංගු පාද මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලවල එකතුවට සමාන වේ.



PQR ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකි. PR එහි කර්ණය වේ.

PQ පාදය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= PQ \times PQ = PQ^2$
QR පාදය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= QR \times QR = QR^2$
PR කර්ණය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= PR \times PR = PR^2$

පයිතගරස් සම්බන්ධය අනුව; $\boxed{PR^2 = PQ^2 + QR^2}$

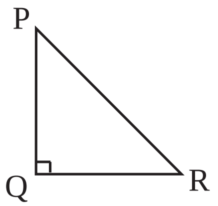
PQ පාදය a ලෙසත්, QR පාදය b ලෙසත්, PR කර්ණය c ලෙසත් දක්වුව හොත් $a^2 + b^2 = c^2$ ලෙස පයිතගරස් සම්බන්ධය දක්විය හැකි ය. ඉහතින් පැහැදිලි කළ පරිදි මෙම සම්බන්ධතාවයට ගැළපෙන සංඛ්‍යා ත්‍රිත්ව රාශියක් තිබේ. 3, 4, 5 එවැනි ත්‍රිත්වයකි.

$6^2 + 8^2 = 10^2$ නිසා 6, 8, 10 ද එවන් ත්‍රිත්වයක් වේ. මෙවැනි ත්‍රිත්ව, **පයිතගරස් ත්‍රික** ලෙස හැඳින්වේ.

ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල පාදවල දිග සෙවීමටත් ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වන්නේ දැයි සොයා ගැනීමටත් පයිතගරස් සම්බන්ධය යොදා ගත හැකි ය.

නිදසුන 1

PQR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ PQ = 6 cm, QR = 8 cm නම් PR පාදයේ දිග සොයන්න.
පයිතගරස් සම්බන්ධය අනුව;



$$\begin{aligned} PR^2 &= PQ^2 + QR^2 \\ &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \\ PR &= \sqrt{100} \\ PR &= \underline{\underline{10\text{ cm}}} \end{aligned}$$

නිදසුන 2

ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිග 2 cm, 4 cm හා 5 cm වේ. මෙම ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් ද? පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

ත්‍රිකෝණයේ දිගම පාදයේ දිග $= 5\text{ cm}$

එම පාදය මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 5\text{ cm} \times 5\text{ cm} = 25\text{ cm}^2$

කෙටි පාද මත සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵල ඓක්‍යය $= 2^2 + 4^2\text{ cm}^2$

$= 4 + 16\text{ cm}^2$

$= 20\text{ cm}^2$

කෙටි පාදවල වර්ගවල ඓක්‍යය දිග ම පාදයේ වර්ගයට සමාන නොවන නිසා ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් නොවේ.

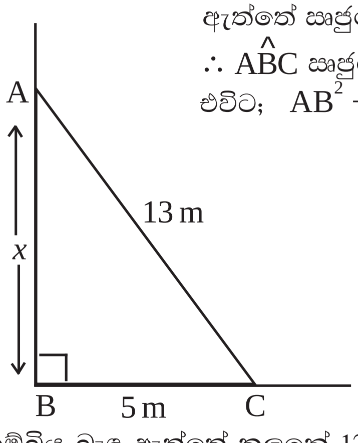
නිදසුන 3

සිරස් කුලුනක A ලක්ෂ්‍යයේ සවි කරන ලද 13 m දිග කම්බියක් හොඳින් ඇදෙන සේ කුලුනේ පාමුල සිට 5m දුරින් පොළොවේ වූ C ලක්ෂ්‍යයට සවිකර ඇත. කම්බිය කුලුනට සවිකර ඇත්තේ පොළොව මට්ටමේ සිට කවර උසකින් ද?

කම්බිය බැඳ ඇත්තේ පොළොව මට්ටමේ සිට x උසින් යයි සිතමු. කුලුන සිරස් ද පොළොව තිරස් ද නිසා කුලුණ හා පොළොව අතර ඇත්තේ සෘජුකෝණයකි.

$\therefore A\hat{B}C$ සෘජුකෝණයකි.

එවිට; $AB^2 + BC^2 = AC^2$ (පයිතගරස් සම්බන්ධය අනුව)



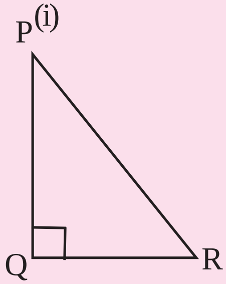
$$\begin{aligned} x^2 + 5^2 &= 13^2 \\ x^2 + 25 &= 169 \\ x^2 &= 169 - 25 \\ x^2 &= 144 \\ x &= \sqrt{144} \\ x &= 12 \end{aligned}$$

කම්බිය බැඳ ඇත්තේ කුලුනේ 12 m උසිනි.

අභ්‍යාසය 18.2

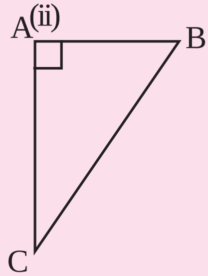
(1) පහත දැක්වෙන රූප සටහන්වලට අනුව හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

(i)



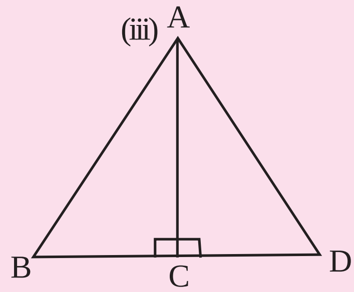
$PR^2 = \ldots. + \ldots.$

(ii)



$BC^2 = \ldots. + \ldots.$

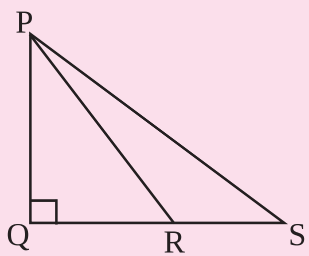
(iii)



$AB^2 = \ldots. + \ldots.$

$\ldots. = AC^2 + CD^2$

(iv)



$PR^2 = \ldots. + \ldots.$

$PS^2 = \ldots. + \ldots.$

(2)

සංඛ්‍යාව	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
වර්ගය	1	4	...	...	...	...	...	...	...	...	

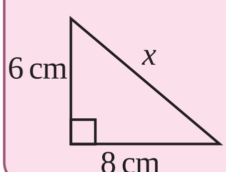
(i) ඉහත දැක්වෙන වගුව පිළිවෙළින් 20 තෙක් සංඛ්‍යා සඳහා දීර්ඝ කරමින් සම්පූර්ණ කරන්න.

(ii) වර්ග සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව, වර්ග සංඛ්‍යාවක් ම වන අවස්ථා එම වගුව තුළින් තෝරන්න.

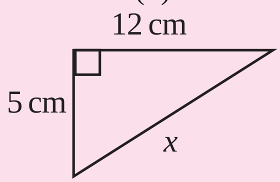
(iii) වගුව ඇසුරෙන් පයිතගරස් ත්‍රික පහක් ලියන්න.

(3) පහත දැක්වෙන රූපවල x මගින් දැක්වෙන දිග සොයන්න.

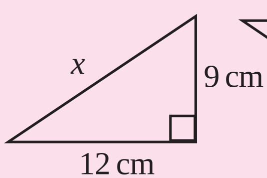
(i)



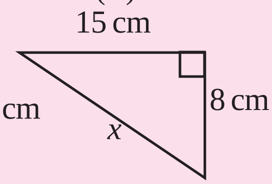
(ii)

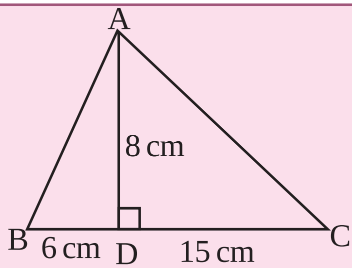


(iii)



(iv)



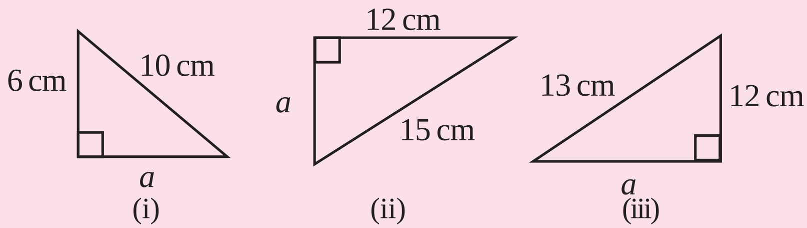
(4) 

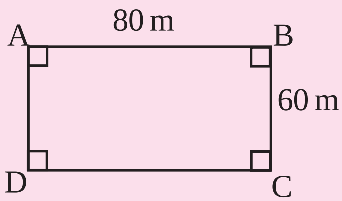
රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව

(i) AB හි දිග සොයන්න.

(ii) AC හි දිග සොයන්න.

(5) පහත දැක්වෙන රූපසටහන්වල a මගින් දැක්වෙන දිග සොයන්න.



(6) 

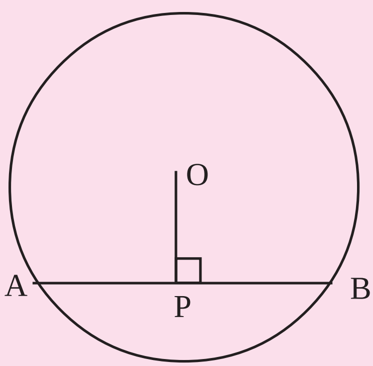
රූපයේ දැක්වෙන්නේ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ක්‍රීඩා පිටියක මිනුම් දැක්වෙන දළ සටහනකි. එහි A සිට සරල රේඛීය මාර්ගයක් ඔස්සේ C කරා යන්නෙකු ගමන් කරන දුර සොයන්න.

(7) ළමයෙක් P ලක්ෂ්‍යයේ සිට උතුරු දිශාවට 9 m ගොස් එතැනින් නැගෙනහිර දිශාවට හැරී 12 mක් ගමන්කර Q වෙත ළඟා වේ.

(i) ඉහත තොරතුරු ඇතුළත් රූප සටහනක් අඳින්න.

(ii) P සිට Q ට ඇති කෙටි ම දුර සොයන්න.

(8) රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. OP, AB ට ලම්බ වන අතර AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P ද, OP = 3 cm හා AB = 8 cm ද වේ.



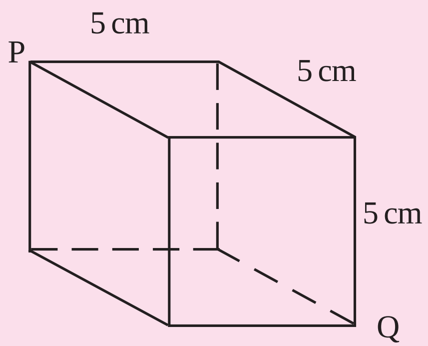
(i) PB හි දිග සොයන්න.

(ii) වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

(9) පහත දැක්වෙන වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

ත්‍රිකෝණය	පළමු පාදය	දෙවන පාදය	දිග ම පාදය	පළමු පාදයේ වර්ගය	දෙවන පාදයේ වර්ගය	දිග ම පාදයේ වර්ගය	සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වේ/ නොවේ
ABC	3	5	7				
PQR	5	8	10				
KLM	6	8	10				
XYZ	9	12	15				
DEF	6	12	13				
GHI	7	8	10				

(10) සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාද මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රයන්හි වර්ගඵලය අතර සම්බන්ධතාවට සමාන සම්බන්ධතාවක් පාද මත සමපාද ත්‍රිකෝණ ඇඳීමෙන් ලැබේ ද යි සොයා බලන්න.



(11) රූපයේ දැක්වෙන්නේ පැත්තක දිග 5cm වූ ඝනක හැඩැති ලී කුට්ටියකි. එහි P ශීර්ෂයේ සිටින කුහුඹුවෙකුට Q ශීර්ෂය කරා යා යුතුව තිබේ. කුහුඹුවාට යා හැකි කෙටි ම ගමන් මාර්ගය රූප සටහනකින් පෙන්වන්න.

(ඉඟිය ඝනකය සාදන ලද පතරම පිළිබඳ අවධානය යොමු කරන්න)

19 ප්‍රස්තාර

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ශ්‍රිත හඳුනාගැනීම
- $y = mx$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීම
- $y = mx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීම
- $y = mx$ හා $y = mx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි ලක්ෂණ පිළිබඳ අවබෝධයක් ලබා ගැනීම
- $Ax + By = C$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීම
- ප්‍රස්තාරයක අනුක්‍රමණය හා අන්තඃඛණ්ඩය හඳුනා ගැනීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

ප්‍රස්තාර යටතේ ඔබ මීට පෙර ශ්‍රේණිවල දී උගත් කරුණු සිහිපත් කර ගැනීම සඳහා පහත සඳහන් අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

අභ්‍යාසය 19.1

(1) (i) x හා y අක්ෂ ඔස්සේ -5 සිට $+5$ තෙක් අගයන් ඇතුළත් වන ඛණ්ඩාංක තලයක් අඳින්න.

(ii) ඉහත දී ඇඳි ඛණ්ඩාංක තලය මත පහත සඳහන් ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.

A (2, 5) , B(4, 1) , C (–1 , 3), D(– 4 , 0)
E (–2, –3) , F(0, –4) , G (2 , –3), H(5 , – 4)
I (4, 0) , J(0, 5)

(2) (a) x හා y අක්ෂ ඔස්සේ -5 සිට 5 තෙක් අගයන් ඇතුළත් ඛණ්ඩාංක තලයක් ඇඳ ඒ මත පහත සඳහන් සමීකරණවලින් දැක්වෙන සරල රේඛා අඳින්න.

(i) $x = 4$ (ii) $x = -1$ (iii) $y = 3$ (iv) $y = -4$

(b) ඉහත ඇඳි සරල රේඛා ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන තල රූපයේ ශීර්ෂයන්හි ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(3) පහත සඳහන් සමීකරණ මගින් දැක්වෙන සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ ඛණ්ඩාංක ප්‍රස්තාර ඇඳීමෙන් තොරව ලබා ගන්න.

$x = 5,$ $x = -1$ $y = 2$ $y = -3$

19.1 ශ්‍රිත

මීට ඉහත දී ඔබ වීජීය ප්‍රකාශන ගොඩ නැගීම පිළිබඳ ව උගෙන ඇත.
ඒ අනුව,

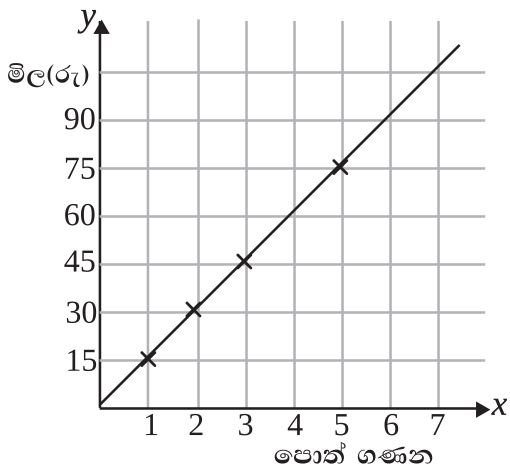
* පොතක මිල රු 15ක් වූ විට එවැනි පොත් කට්ටල කිහිපයක් ගැනීමේ දී පොත් ගණන හා ඒවායේ මිල අතර සම්බන්ධතාව ගොඩ නගමු.

පොත් ගණන		මිල (රු)
1	$\longrightarrow$	15
2	$\longrightarrow$	30
3	$\longrightarrow$	45
5	$\longrightarrow$	75
x	$\longrightarrow$	y

මෙහි දී පොත් ගණන x වන විට, ඒවායේ මිල $15x$ වන බැවින්,
$y = 15x$ වේ.

මෙහි පොත් ගණන (x) එක් රාශියක් වන අතර මිල (y) අනෙක් රාශිය වේ. මෙලෙස රාශි දෙකක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවක් ශ්‍රිතයක් ලෙස හඳුන්වමු. මෙහි පොත් ගණන එනම් x වල වෙනස්වීම අනුව මිල, එනම් y රඳා පවතින බව ද පැහැදිලි ය.

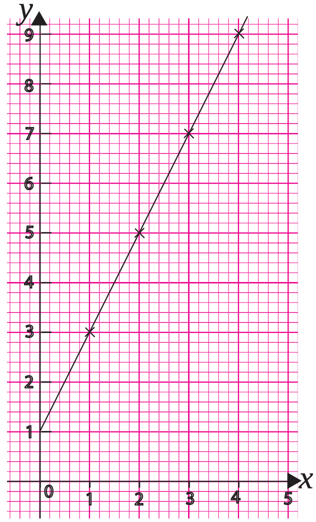
මෙම තොරතුරු බණ්ඩාංක තලයක පහත සඳහන් ආකාරයට ප්‍රස්තාරික ව දැක්විය හැකි ය.



පහත සඳහන් අවස්ථාව ද සලකා බලමු.

පෙට්ටියක ස්කන්ධය 1 kg කි. එම පෙට්ටියට 2 kg බැගින් ස්කන්ධය ඇති පාර්සල් අසුරනු ලැබේ. එවිට පාර්සල් ගණන හා මුළු ස්කන්ධය අතර සම්බන්ධතාවක් පහත පරිදි වගු ආකාරයට දැක්විය හැකි වේ.

පාර්සල් සංඛ්‍යාව		ස්කන්ධය (kg)	
0	$\longrightarrow$	$0 + 1$	$= 1$
1	$\longrightarrow$	$(2 \times 1 + 1)$	$= 3$
2	$\longrightarrow$	$(2 \times 2 + 1)$	$= 5$
3	$\longrightarrow$	$(2 \times 3 + 1)$	$= 7$
4	$\longrightarrow$	$(2 \times 4 + 1)$	$= 9$
x	$\longrightarrow$	$(2 \times x + 1)$	$= 2x + 1$



පාර්සල් x සංඛ්‍යාව අසුරා ඇති විට මුළු ස්කන්ධය y නම් $y = 2x + 1$ වේ.

මෙහි පාර්සල් සංඛ්‍යාව (x) එක් රාශියක් වන අතර ස්කන්ධය (y) අනෙක් රාශිය වේ. $y = 2x + 1$ යනු එම රාශි දෙක අතර සම්බන්ධය වේ. එබැවින් $y = 2x + 1$ ශ්‍රිතයකි. එහි මුළු ස්කන්ධය එනම් y රාශිය පාර්සල් ගණන එනම් x මත රඳා පවතී.

රාශීන් දෙකක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවයකට ශ්‍රිතයක් යැයි කියනු ලබන අතර එහි එක් රාශියක අගය අනෙක් රාශියේ අගය මත රඳා පවතී.

ඉහත දී ගොඩනගන ලද $y = 15x$ හා $y = 2x + 1$ යන ශ්‍රිතවල x හි දර්ශකය 1 (එක) බැවින් ඒවා "**ඒකජ ශ්‍රිත**" ලෙස හඳුන්වයි.

නිදසුන 1

පහත සඳහන් ඒකජ ශ්‍රිතයන්හි දී ඇති x අගයන්ට අනුරූප y අගය කුලකය සොයා පටිපාටිගත යුගල ලෙස ලියන්න.

(i) $y = 3x$ (x හි අගය -2, -1, 0, 1, 2)

(ii) $y = \frac{1}{2}x + 1$ (x හි අගය -4, -2, 0, 2, 4)

(i) $y = 3x$

x	$3x$	y
-2	$3 \times (-2)$	-6
-1	$3 \times (-1)$	-3
0	3×0	0
1	3×1	3
2	3×2	6

(-2 , -6) , (-1 , -3) , (0 , 0) , (1 , 3) , (2 , 6)

(ii) $y = \frac{1}{2}x + 1$

x	$\frac{1}{2}x + 1$	y
-4	$\frac{1}{2} \times (-4) + 1$	-1
-2	$\frac{1}{2} \times (-2) + 1$	0
0	$\frac{1}{2} \times 0 + 1$	1
2	$\frac{1}{2} \times 2 + 1$	2
4	$\frac{1}{2} \times 4 + 1$	3

(-4 , -1), (-2 , 0), (0 , 1), (2 , 2), (4 , 3)

අභ්‍යාසය 19.2

(1) පහත සඳහන් ශ්‍රිත අතරින් ඒකජ ශ්‍රිත තෝරා ලියන්න.

(i) $y = 3x$, (ii) $y = x^2$, (iii) $2y = 3x$, (iv) $y = \frac{1}{2}x$

(v) $y^2 = 2x$, (vi) $y = x^2 + 3x + 1$, (vii) $y = 3x - 2$, (viii) $y = x(x+1)$

(ix) $2y - 3x = 0$, (x) $3x + 4y = 12$, (xi) $3x - y + 1 = 0$

(2) පහත සඳහන් ශ්‍රිතයන්හි දී ඇති x අගයයන්ට අනුරූපව y හි අගය සොයා පටිපාටිගත යුගල ලෙස ලියන්න.

(i) $y = 2x$ (x හි අගයන් $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ වේ.)

(ii) $y = \frac{2}{3}x$ (x හි අගයන් $-6, -3, 0, 3, 6$ වේ.)

(iii) $y = 2x + 1$ (x හි අගයන් $-2, -1, 0, 1, 2$ වේ.)

(iv) $y = \frac{3}{2}x - 1$ (x හි අගයන් $-4, -2, 0, 2, 4$ වේ.)

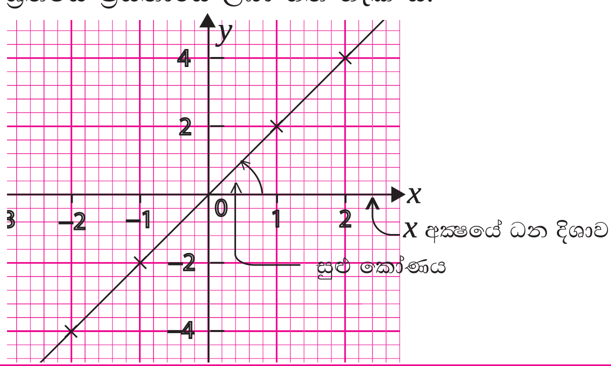
19.2 $y = mx$ ආකාරයේ ශ්‍රිත

උදා $y = 2x$ ශ්‍රිතය සලකමු.

මෙහි ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා අගය වගුවක් ගොඩනගා ගනිමු.

x	$2x = y$	(x, y)
-2	$2 \times (-2) = -4$	$(-2, -4)$
-1	$2 \times (-1) = -2$	$(-1, -2)$
0	$2 \times 0 = 0$	$(0, 0)$
1	$2 \times 1 = 2$	$(1, 2)$
2	$2 \times 2 = 4$	$(2, 4)$

ඉහත දී ගොඩනගා ගත් පටිපාටිගත යුගල පහත පරිදි ඛණ්ඩාංක තලය මත ලකුණු කර යා කිරීමෙන් $y = 2x$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ලබා ගත හැකි ය.

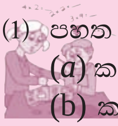


මෙම ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ පිළිබඳ ව සොයා බලමු.

ප්‍රස්තාරයෙන් සරල රේඛාවක් ලැබී ඇත. එම සරල රේඛාව,

- ✸ (0 , 0) හරහා එනම් මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි.
- ✸ x අක්ෂයේ ධන දිශාව සමඟ සුළු කෝණයක් සාදයි.

ක්‍රියාකාරකම 1



(1) පහත සඳහන් ශ්‍රිත අතරින්

(a) කාණ්ඩයේ ශ්‍රිතයන්හි ප්‍රස්තාර එක් ඛණ්ඩාංක තලයකත්

(b) කාණ්ඩයේ ශ්‍රිතයන්හි ප්‍රස්තාර වෙනත් ඛණ්ඩාංක තලයකත් අඳින්න.

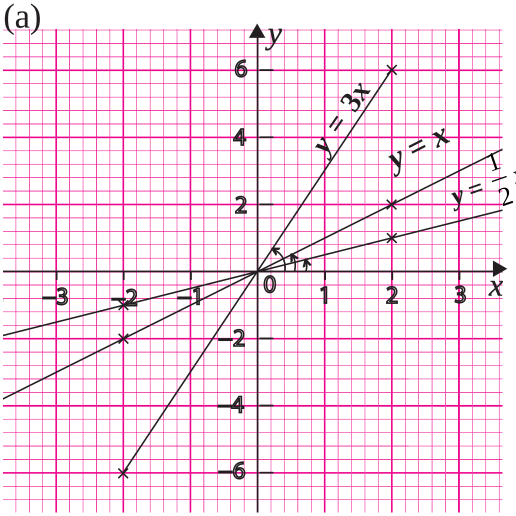
(a) $y = x, \;\; y = 3x, \;\;\; y = \frac{1}{2}x$

(b) $y = -x, y = -3x, \;\; y = -\frac{1}{2}x$

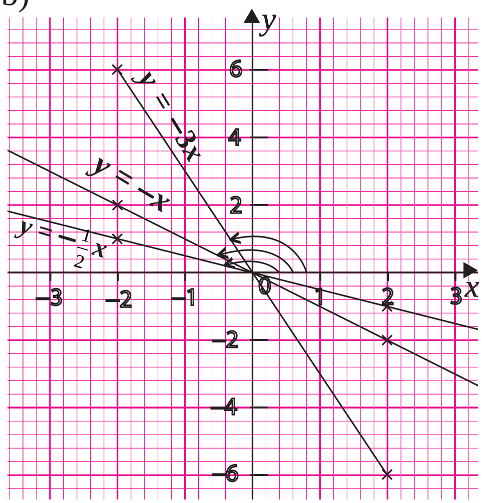
ඉහත සඳහන් ශ්‍රිතවල x හි සංගුණකය වන m අනුව එක් එක් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර x අක්ෂයේ ධන දිශාව සමඟ සාදන කෝණ වෙනස්වන ආකාරය පැහැදිලි කරන්න.

මෙම ක්‍රියාකාරකම අනුව ඔබට රූපයේ දක්වා ඇති ආකාරයේ ප්‍රස්තාර ලැබෙනු ඇත.

(a)



(b)



m හි අගයන් 1, 3 හා $\frac{1}{2}$ වේ. ඒවා $\frac{1}{2} < 1 < 3$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

m හි අගයන් $-1, -3, -\frac{1}{2}$ වේ. ඒවා $-3 < -1 < -\frac{1}{2}$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

ඉහත අවස්ථා දෙකෙහි දී ම ශ්‍රිතවල m හි අගය වැඩිවන විට එම ප්‍රස්තාර x අක්ෂයේ ධන දිශාව සමග සාදන කෝණ ද විශාල වන බව පෙනේ.

එමෙන් ම m හි අගය ධන වන විට ඉහත පරිදි සාදන කෝණ සුළු කෝණ ද m හි අගය ඍණ වන විට මහා කෝණ ද වේ.

> $y = mx$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක m මගින් එම ශ්‍රිතයට අනුරූප ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණයෙහි අගය ලැබේ.

ඒ අනුව, $y = 3x$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයෙහි අනුක්‍රමණය 3 වේ.

$y = -\frac{1}{2}x$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයෙහි අනුක්‍රමණය $-\frac{1}{2}$ වේ.

නිදසුන 2

(a) පහත සඳහන් ශ්‍රිතයන්හි ප්‍රස්තාර එක ම බණ්ඩාංක තලයක අඳින්න.
(x සඳහා $2, 0, -2$ යොදා ගන්න.)

(i) $y = \frac{1}{2}x$ (ii) $y = x$

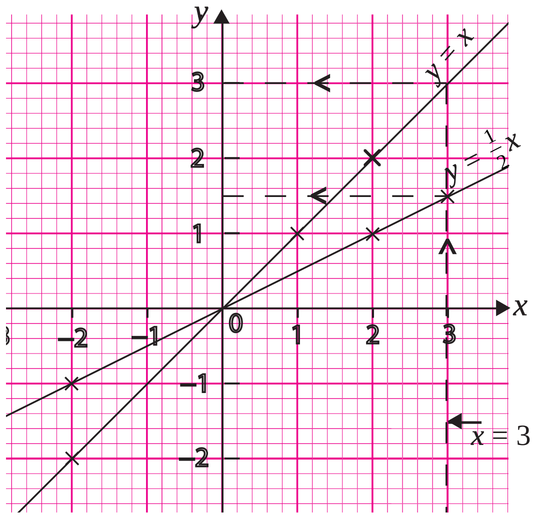
(b) (i) $x = 3$ වන විට ඉහත එක් එක් ශ්‍රිතයේ y හි අගය, ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් සොයන්න.
(ii) $x = 3$ ඉහත ශ්‍රිතයන්හි ආදේශ කිරීමෙන්, ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් ලබාගත් පිළිතුරු නිවැරදි බව තහවුරු කරන්න.

(a) (i) $y = \frac{1}{2}x$

x	$\frac{1}{2}x$	y	
-2	$\frac{1}{2} \times -2$	-1	$(-2, -1)$
0	$\frac{1}{2} \times 0$	0	$(0, 0)$
2	$\frac{1}{2} \times 2$	1	$(2, 1)$

(ii) $y = x$

x	y	
-2	-2	$(-2, -2)$
0	0	$(0, 0)$
2	2	$(2, 2)$



(b) (i) x හි අගය 3 වන විට, y හි අගය ලබා ගැනීම සඳහා $x = 3$ රේඛාව ඇඳ එය ඉහත ප්‍රස්තාර දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංක ලබා ගත යුතු වේ.

එවිට $y = x$ ශ්‍රිතයේ x හි අගය 3 වන විට, y හි අගය 3 ද,

$y = \frac{1}{2}x$ ශ්‍රිතයේ x හි අගය 3 වන විට, y හි අගය $1\frac{1}{2}$ ද වේ.

(ii) $x = 3$ ඉහත ශ්‍රිත දෙකෙහි ආදේශ කළ විට

$y = x$ ශ්‍රිතයේ y හි අගය $= 3$ හා

$y = \frac{1}{2}x$ ශ්‍රිතයේ y හි අගය $= \frac{1}{2} \times 3$

$= \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ වේ.

ප්‍රස්තාරිකව ලද අගයන් ම මෙහි දී ලැබී ඇත.

නිදසුන 3

$(0 , 0)$ හා $(2 , 6)$ හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

අවශ්‍ය සරල රේඛාව $(0 , 0)$ හරහා යන බැවින් මෙම රේඛාවේ සමීකරණය $y = mx$ ආකාරය ගනී.

සරල රේඛාවක් මත වූ සියලු ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක එම රේඛාවේ සමීකරණයට ගැළපෙන (තෘප්ත කරන) බැවින් $(2 , 6)$ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $y = mx$ සමීකරණය තෘප්ත කරයි.
$\therefore$ $x = 2$ හා $y = 6$ මෙම සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්

$$
\begin{aligned}
y &= mx \\
\therefore\ 6 &= m \times 2 \\
\frac{m \times 2}{2} &= \frac{6}{2} \\
m &= 3
\end{aligned}
$$

$\therefore$ සරල රේඛාවේ සමීකරණය $y = 3x$ වේ.

අභ්‍යාසය 19.3

(1) (i) x සඳහා $-2, -1, 0, 1, 2$ යන අගයයන් ගෙන $y = 3x$ හි ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට අගය වගුවක් ගොඩනගන්න.

(ii) x හා y අක්ෂ ඔස්සේ -6 සිට $+6$ තෙක් විහිදෙන ඛණ්ඩාංක තලයක් අඳින්න.

(iii) ඉහත ඇඳි ඛණ්ඩාංක තලය මත $y = 3x$ හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iv) මෙම ප්‍රස්තාරය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් $\left(1\frac{1}{2}, y\right)$ නම්, y හි අගය, ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් ලබාගන්න.

(2) (i) $y = \frac{5}{2}x$ හි ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

x	$\frac{5}{2}x$	y
-2	....	....
0	....	....
2	....	....

(ii) සම්පූර්ණ කරන ලද වගුව ඇසුරින් ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iii) $x = 3$ වන විට, y හි අගය ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් සොයන්න.

(3) (i) x සඳහා $-2, 0, 2$ හා 4 යන අගයයන් ගෙන $y = \frac{1}{2}x$, $y = 1\frac{1}{2}x$, $y = \frac{3}{4}x$ හි ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා අගය වගු ගොඩනගන්න.

(ii) ඉහත ප්‍රස්තාර එකම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳින්න.

(iii) x අක්ෂයේ ධන දිශාව සමඟ සාදන කෝණවල විශාලත්වය අනුව ආරෝහණ පටිපාටියට සිටින සේ ඉහත ශ්‍රිත ලියා දක්වන්න.

(iii) ප්‍රස්තාරවල අනුක්‍රමණ ආරෝහණ පටිපාටියට සිටින සේ ඉහත ශ්‍රිත ලියන්න.

(4) (i) $3y = 4x$ ශ්‍රිතයේ y උක්ත කරන්න.

(ii) ඉහත ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා අගය වගුවක් ගොඩනගන්න.
(x සඳහා $-3, 0, 3, 6$ යොදා ගන්න.)

(iii) ඉහත ගොඩනැගූ අගය වගුව අනුව ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iv) මෙම ප්‍රස්තාරය මත $(x, -8)$ ලක්ෂ්‍යය පිහිටයි නම් x හි අගය, ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් සොයන්න.

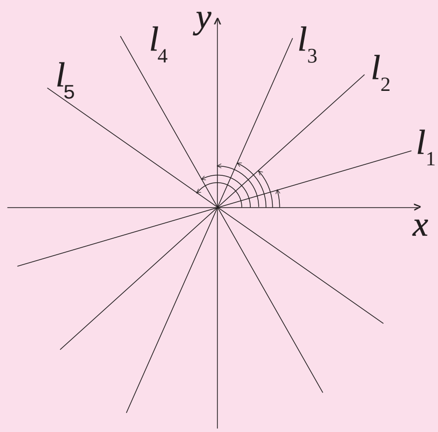
(5) x සඳහා $-2, 0, 2, 4$ යන අගයන් ගෙන, $y = -\frac{1}{2}x$, $y = -x$, $y = -\frac{3}{2}x$ හි ප්‍රස්තාර එක ම බණ්ඩාංක තලයක අඳින්න.

(6) පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථා සඳහා දී ඇති ලක්ෂ්‍ය යුගලය යා කරන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

(i) (0, 0) හා (3, 6) (ii) (0, 0) හා (4, 2) (iii) (0, 0) හා (3, 1)
(iv) (0, 0) හා (–2, 4) (v) (0, 0) හා (–1, –3) (vi) (0, 0) හා (4, –4)

(7) පහත දක්වා ඇති වගුව පිටපත්කර, දී ඇති රූපය ඇසුරින් එක් එක් සරල රේඛාවට ගැළපෙන ශ්‍රිතය තෝරා යා කරන්න.

සරල රේඛාව	ශ්‍රිතය
l_1	$y = -3x$
l_2	$y = 2x$
l_3	$y = \frac{1}{2}x$
l_4	$y = -x$
l_5	$y = 3x$



(8) පහත සඳහන් ශ්‍රිත $y = mx$ ආකාරයට ලියා, ඒ එක එකෙහි අනුක්‍රමණය ලියා දක්වන්න.

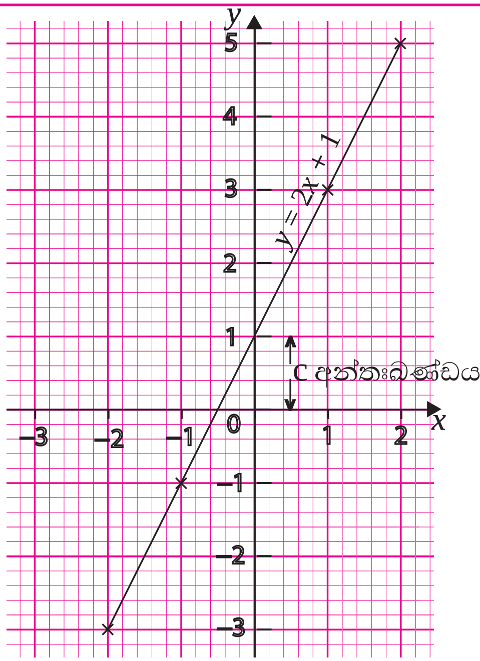
(i) $4y = 3x$ (ii) $2y = -x$ (iii) $2y = x$
(iv) $3y = -2x$ (v) $3x + 4y = 0$

19.3 y = mx + c ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර

$y = 2x + 1$ ශ්‍රිතය සලකා බලමු. මෙහි $m = 2$ හා $c = 1$ වේ. මෙහි දී x හි දෙගුණයට එකක් එකතු කිරීමෙන් y ලැබී ඇත. මෙම ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා අගය වගුවක් ගොඩනගමු.

x	$2x + 1$	y	පටිපාටිගත යුගල
-2	$2 \times (-2) + 1$	-3	$(-2, -3)$
-1	$2 \times (-1) + 1$	-1	$(-1, -1)$
0	$2 \times 0 + 1$	1	$(0, 1)$
1	$2 \times 1 + 1$	3	$(1, 3)$
2	$2 \times 2 + 1$	5	$(2, 5)$

මෙම අගය වගුවට අනුව, $y = 2x + 1$ හි ප්‍රස්තාරය පහත දක්වේ.



මෙම ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

- සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයක් ලැබී ඇත.
- එම සරල රේඛාව මගින් y අක්ෂය $(0\ ,\ 1)$ හි දී ඡේදනය වේ.
- එම සරල රේඛාව x අක්ෂයේ ධන දිශාව සමග වාමාවර්ත ව සුළු කෝණයක් සාදයි.

$y = 2x + 1$ සමීකරණයේ c නිරූපණය කරන අගය 1 වන අතර, සරල රේඛාව y අක්ෂය ඡේදනය වන $(0\ ,\ 1)$ ලක්ෂ්‍යයට මූල ලක්ෂයේ සිට ඇති දුර ද ඒකක 1ක් වේ. එම දුර ප්‍රස්තාරයේ **අන්තඃඛණ්ඩය** ලෙස හඳුන්වයි.

> $y = \mathrm{m}x + \mathrm{c}$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය m මගින් ද අන්තඃඛණ්ඩය c මගින් ද දැක්වේ.

නිදසුන 4

(i) $y = \frac{1}{2}x - 2$ හා $y = \frac{1}{2}x + 2$ හි ප්‍රස්තාර එක ම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳින්න.

(ii) ඉහත ඇඳි එක් එක් ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය, අන්තඃඛණ්ඩය හා y අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

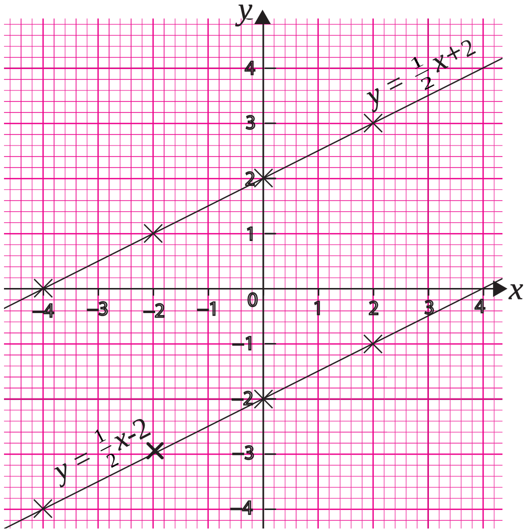
(iii) ඉහත ශ්‍රිත දෙක හා ඒවායේ ප්‍රස්තාර දෙකෙහි දක්නට ලැබෙන විශේෂ ලක්ෂණ ලියන්න.

$y = \frac{1}{2}x - 2$

x	$\frac{1}{2}x - 2$	y
-4	$\frac{1}{2} \times (-4) - 2$	-4
-2	$\frac{1}{2} \times (-2) - 2$	-3
0	$\frac{1}{2} \times 0 - 2$	-2
2	$\frac{1}{2} \times 2 - 2$	-1
4	$\frac{1}{2} \times 4 - 2$	0

$y = \frac{1}{2}x + 2$

x	$\frac{1}{2}x + 2$	y
-4	$\frac{1}{2} \times (-4) + 2$	0
-2	$\frac{1}{2} \times (-2) + 2$	1
0	$\frac{1}{2} \times 0 + 2$	2
2	$\frac{1}{2} \times 2 + 2$	3
4	$\frac{1}{2} \times 4 + 2$	4



(ii)

ශ්‍රිතය	අනුක්‍රමණය	අන්තඃඛණ්ඩය	y අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය
$y = \frac{1}{2}x - 2$	$\frac{1}{2}$	-2	$(0, -2)$
$y = \frac{1}{2}x + 2$	$\frac{1}{2}$	$+2$	$(0, 2)$

(iii) ✷ ප්‍රස්තාර දෙකෙහි අනුක්‍රමණය සමාන වේ.
✷ ප්‍රස්තාර දෙකෙන් ලැබෙන සරල රේඛා එකිනෙකට සමාන්තර වේ.

නිදසුන 5

(0 , 3) හා (2 , 7) ලක්ෂ්‍ය යා කරන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

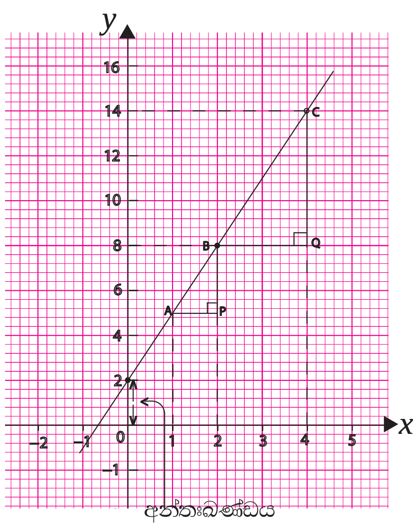
රේඛාව (0 , 3) හරහා යන බැවින් එහි සමීකරණයේ c හි අගය 3 වේ.
∴ සරල රේඛාව $y = mx + 3$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.
මෙම රේඛාව (2 , 7) හරහා යන බැවින් $x = 2$ හා $y = 7$ අගයයන් ඉහත සමීකරණය තෘප්ත කරයි.

$$\begin{aligned}
\therefore\quad 7 &= m \times 2 + 3\\
7 &= 2m + 3\\
7-3 &= 2m\\
\frac{4}{2} &= \frac{2m}{2}\\
2 &= m
\end{aligned}$$

∴ සමීකරණය $y = 2x + 3$ වේ.

19.4 සරල රේඛාවක අනුක්‍රමණය හා අන්තඃඛණ්ඩය ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් ලබා ගැනීම

$y = 3x + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය රූපයේ දක්වා ඇත.



මෙම සරල රේඛාව මත පිහිටි A = (1, 5), B = (2, 8) හා C = (4, 14) යන ලක්ෂ්‍ය හරහා y අක්ෂයට හා x අක්ෂයට සමාන්තර රේඛා ඇඳීමෙන් APB හා BQC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ ලබා ගනිමු.

එවිට APB Δ හි BP දිග $= 8 - 5 = 3$
PA දිග $= 2 - 1 = 1$

$$\frac{BP}{PA} = \frac{3}{1} = 3$$

BQC Δ හි

$$\frac{QC}{BQ} = \frac{14-8}{4-2} = \frac{6}{2} = 3$$

මේ අනුව, ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි ම y අක්ෂයට සමාන්තර පාදයේ දිග හා x අක්ෂයට සමාන්තර පාදයේ දිග අතර අනුපාතය නියතයක් වන අතර එය 3 වේ.
එසේ ම $y = 3x + 2$ සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණය ද 3 කි.

$\therefore$ ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $=$ $\dfrac{y \text{ ඛණ්ඩාංක දෙකෙහි වෙනස}}{\text{අනුරූප } x \text{ ඛණ්ඩාංක දෙකෙහි වෙනස}}$ වේ.

y අක්ෂය (O,2) ලක්ෂ්‍යයේ දී ඡේදනය වන බැවින් අන්තඃඛණ්ඩය 2 වේ.

නිදසුන 6

(2 , 7) හා (4 , 13) ලක්ෂ්‍ය යා කරන සරල රේඛාවේ,
(i) අනුක්‍රමණය සොයන්න.
(ii) ඉහත රේඛාවේ අන්තඃඛණ්ඩය සොයා, එම රේඛාවේ සමීකරණය (ශ්‍රිතය) ලියා දක්වන්න.

(i) අනුක්‍රමණය

$$m = \frac{13-7}{4-2} \qquad \begin{matrix} (4 & & 13) \\ \downarrow & & \downarrow \\ (2 & & 7) \end{matrix}$$

$$m = \frac{6}{2}$$

$$m = \underline{\underline{3}}$$

(ii) සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= 3$ බැවින් එහි ශ්‍රිතය $y = 3x + c$ ලෙස ලිවිය හැකි ය. මීට පෙර උගෙන ඇති ආකාරයට මෙම රේඛාව මත (2 , 7) ලක්ෂ්‍යය ඇති බැවින්, එම ඛණ්ඩාංක ඉහත ශ්‍රිතය තෘප්ත කරයි.

$$\begin{aligned} y &= 3x + c \\ \therefore 7 &= 3 \times 2 + c \\ 6 + c &= 7 \\ \underline{\underline{c}} &\underline{\underline{= 1}} \end{aligned}$$

$\therefore$ ශ්‍රිතය $\underline{\underline{y = 3x + 1}}$

නිදසුන 7

(–1 , 5) හා (2 , –1) ලක්ෂ්‍ය යා කරන සරල රේඛාවේ
(i) අනුක්‍රමණය සොයන්න.
(ii) අන්තඃඛණ්ඩය හා ශ්‍රිතය සොයන්න.

(i) අනුක්‍රමණය m

$$m = \frac{5-(-1)}{-1-2} \qquad \begin{matrix} (-1 & & 5) \\ \downarrow & & \downarrow \\ (2 & & -1) \end{matrix}$$

$$m = \frac{5+1}{-1-2}$$

$$m = \frac{6}{-3} = -2$$

$$\therefore \underline{\underline{m = -2}}$$

(ii) $m = -2$ නිසා සරල රේඛාවේ සමීකරණය $y = -2x + c$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.
(2 , -1) ලක්ෂ්‍යය මෙම සමීකරණය තෘප්ත කරයි.

$$\begin{aligned} y &= -2x + c \\ \therefore \quad -1 &= -2 \times 2 + c \\ -1 &= -4 + c \\ -1 + 4 &= c \\ c &= 3 \\ \therefore \text{ ශ්‍රිතය } \quad y &= \underline{\underline{-2x + 3}} \text{ වේ.} \end{aligned}$$

අභ්‍යාසය 19.4

(1) පහත දැක්වෙන වගුව පිටපත් කර සම්පූර්ණ කරන්න.

ශ්‍රිතය	$y = mx + c$ ආකාරය	අනුක්‍රමණය	අන්තඃඛණ්ඩය
$2y = 3x + 2$	$y = \frac{3}{2}x + 1$	$\frac{3}{2}$	1
$5y = x + 1$	....	....	....
$2y = 4x - 3$	....	....	....
$x + 2y - 3 = 0$	....	....	....
$\frac{1}{2}y + 3x = 1$	....	....	....

(2) (i) පහත සඳහන් ශ්‍රිතයන්හි ප්‍රස්තාර එක ම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳින්න. (x සඳහා −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3 යන අගයයන් ගන්න)
(a) $y = 2x$ (b) $y = 2x + 1$ (c) $y = 2x - 3$
(ii) ඉහත ශ්‍රිතයන්හි දක්නට ලැබෙන පොදු ලක්ෂණයක් ලියන්න.
(iii) ප්‍රස්තාරවලින් ලැබෙන සරල රේඛා සමාන්තර වන්නේ ද?
(iv) "අනුක්‍රමණය සමාන වන සරල රේඛා සමාන්තර වේ." මෙම ප්‍රකාශනය සත්‍ය වන්නේ ද?

(3) (a) (i) $y = 2x + 1$, $y = -\frac{1}{2}x + 1$ මෙම ශ්‍රිතයන්හි ප්‍රස්තාර එක ම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳින්න. (x සඳහා −4, −2, 0, 2, 4 යන අගයයන් ගන්න.)
(ii) මෙම ප්‍රස්තාර දෙකෙහි, අනුක්‍රමණවල ගුණිතය ලබා ගන්න.
(iii) ප්‍රස්තාර දෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන කෝණය කුමන වර්ගයේ කෝණයක් ද?

(b) (i) $y = -3x$ හා $y = \frac{1}{3}x + 1$ ශ්‍රිත දෙකෙහි ප්‍රස්තාර වෙනත් ඛණ්ඩාංක තලයක අඳින්න.

(ii) මෙම ප්‍රස්තාර දෙකෙහි, අනුක්‍රමණවල ගුණිතය හා ප්‍රස්තාර දෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන කෝණය සඳහා ඉහත a හි දී ලැබූ ප්‍රතිඵලය ම ලැබේ ද යි පරීක්ෂාකර බලන්න.

(c) "අනුක්‍රමණ දෙකෙහි ගුණිතය (-1) වන විට එම ප්‍රස්තාර දෙක එකිනෙකට ලම්බව ඡේදනය වේ." මෙම ප්‍රකාශය පිළිබඳව ඔබේ අදහස් ලියන්න.

(4) පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාව යටතේ දී ඇති ලක්ෂ්‍ය යුගලය යා කරන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

(i) $(0 , 1)$ හා $(2 , 9)$ (ii) $(0 , -3)$ හා $(1 , 2)$

(iii) $(0 , 2)$ හා $(-3 , -1)$ (iv) $(0 , -\frac{1}{2})$ හා $(4 , 7\frac{1}{2})$

(v) $(2 , 0)$ හා $(5 , 9)$ (vi) $(-3 , -5)$ හා $(2 , 0)$

(5) (i) $y = 3x + 2$ ශ්‍රිතයේ y හි අගය 0 වන විට x හි අගය සොයන්න.

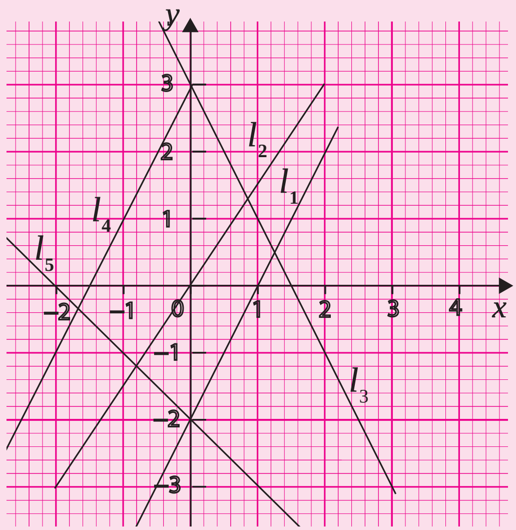
(ii) ඉහතින් ලද අගය ද යොදාගනිමින් $y = 3x + 2$ හි ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පහත දී ඇති පටිපාටිගත යුගල දෙක සම්පූර්ණ කර ලියන්න.
(0, —), (— , 0)

(iii) ඉහත සම්පූර්ණ කළ පටිපාටිගත යුගල අනුව $y = 3x + 2$ හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iv) P (1 , t) හා Q (m , 8) යන ලක්ෂ්‍ය දෙක $y = 3x + 2$ රේඛාව මත පිහිටයි නම් ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් t හා m සොයන්න.

(6) පහත සඳහන් වගුව පිටපත් කර රූපයේ දක්වා ඇති ප්‍රස්තාර අනුව ගැළපෙන සමීකරණ තෝරා යා කරන්න.

ප්‍රස්තාරය	සමීකරණය
l_1	$y = 2x + 3$
l_2	$y = -2x + 3$
l_3	$y = 2x - 2$
l_4	$y = -\frac{4}{3}x - 2$
l_5	$y = \frac{3}{2}x$



19.5 $ax + by = c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර

$2x + 3y = 6$ ශ්‍රිතය සලකමු.

මෙහි y උක්ත කළ විට පහත පරිදි ලැබේ.

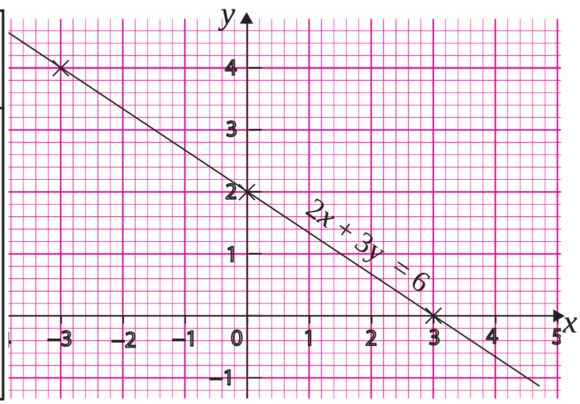
$$3y = -2x + 6$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

මෙය $y = mx + c$ ආකාරය ගනී.

මෙම ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා අගය වගුවක් ගොඩනගමු.

x	$-\frac{2}{3}x + 2$	y
-3	$-\frac{2}{3} \times -3 + 2$	4
0	$-\frac{2}{3} \times 0 + 2$	2
3	$-\frac{2}{3} \times 3 + 2$	0



$(-3, 4), (0, 2), (3, 0)$

ඉහත $2x + 3y = 6$ හි ප්‍රස්තාරය රූපයේ පරිදි ලැබේ.

නිදසුන 8

(i) $3y - 2x = 6$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(ii) මෙම ප්‍රස්තාරය x අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයේ x ඛණ්ඩාංකය කුමක් ද?

(iii) මෙම ප්‍රස්තාරය y අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයේ y ඛණ්ඩාංකය කුමක් ද?

(iv) මෙම ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය හා අන්තඃඛණ්ඩය ලියන්න.

(i) $$3y = 2x + 6$$

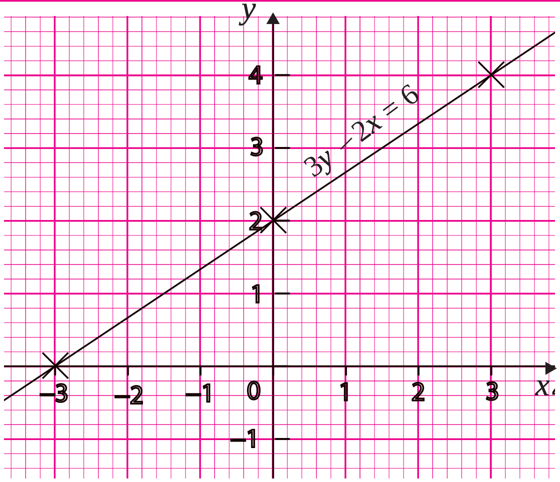
$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

x	$\frac{2}{3}x + 2$	y
-3	$\frac{2}{3} \times (-3) + 2$	0
0	$\frac{2}{3} \times 0 + 2$	2
3	$\frac{2}{3} \times 3 + 2$	4

(ii) −3

(iii) 2

(iv) m $= \frac{2}{3}$, c = 2



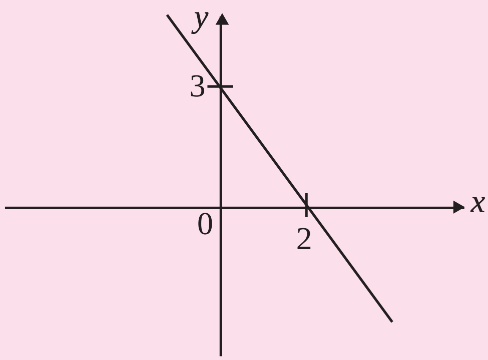
අභ්‍යාසය 19.5

(1) පහත දැක්වෙන ශ්‍රිතයන්හි සමීකරණ y = mx + c ආකාරයට පත් කර ඒවායේ ප්‍රස්තාර අඳින්න.

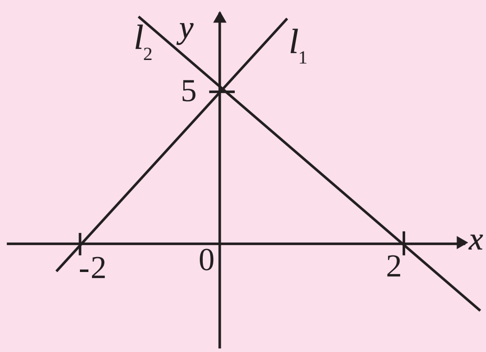
(i) $2x + y = 2$ (ii) $x + 2y = 2$

(2) $2x - 3y = 6$ හා
$3x - 2y = 6$ හි ප්‍රස්තාර එක ම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳින්න.

(3) රූපයේ දක්වා ඇති සරල රේඛාවේ සමීකරණය $3x + 2y = C$ නම්, C හි අගය සොයන්න.



(4) රූපයේ දක්වා ඇති l_1 හා l_2 රේඛාවල සමීකරණ $Ax + By = c$ ආකාරයට ලියන්න.



(5) (i) $2x + 3y = 8$

$3x - y = 1$ මෙම සමීකරණ යුගලයේ ප්‍රස්තාර එක ම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳින්න.

(ii) ඉහත ඇඳි ප්‍රස්තාර දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(iii) ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ x ඛණ්ඩාංකය හා y ඛණ්ඩාංක ඉහත සමීකරණ යුගලයේ x හා y සඳහා පිළිවෙළින් ආදේශ කර එම සමීකරණ තෘප්ත කරන්නේ දැ යි පරීක්ෂා කර ලියන්න.

(6) (i) $3x + 5y = 15$ සමීකරණයේ $x = 0$ වන විට y හි අගය ද, $y = 0$ වන විට x හි අගය ද සොයන්න.

(ii) ඉහත (i) හි දී ලබාගත් පිළිතුරු අනුව පහත දී ඇති පටිපාටිගත යුගල සම්පූර්ණ කර ලියන්න.

(0 , —) (— , 0)

(iii) සම්පූර්ණ කළ පටිපාටිගත යුගල දෙක ඇසුරින් $3x + 5y = 15$ හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iv) ඉහත ප්‍රස්තාරය ඇඳි ඛණ්ඩාංක තලය මත ම පහත සඳහන් ශ්‍රිතයන්හි ප්‍රස්තාර ද අඳින්න.

$3x - 5y = 15$

$5y - 3x = 15$

$-3x - 5y = 15$

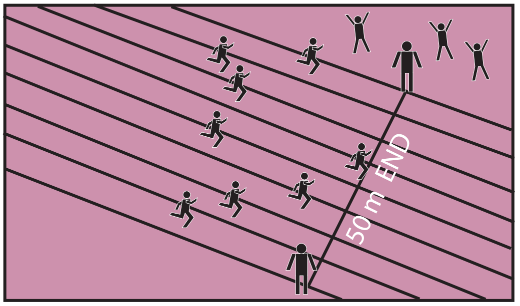
අසමානතා 20

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ✸ කාටීසිය තලය මත පිහිටි පෙදෙස් හඳුනා ගැනීම
- ✸ කාටීසිය තලයේ පෙදෙස් නම් කිරීම සඳහා අසමානතා භාවිත කිරීම
- ✸ ලක්ෂ්‍යයක්, එහි පිහිටීම අනුව කුමන අසමානතාවක් තෘප්ත කරන්නේ දැයි පෙන්වීමට හේතු දැක්වීම
- ✸ අසමානතා ප්‍රස්තාරිකව නිරූපණය කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

20.1 අසමානතා



50 m දුර දිවීමේ තරගයක් නිමකරමින් එහි පළමුවැනියා ජයග්‍රහණය ලබන විට ඔහු විසින් දිවගොස් ඇති දුර ප්‍රමාණය 50 m කි. ඒ වන විට අනිත් තරග කරුවන් දිවගොස් ඇත්තේ 50 mට අඩු දුරකි.

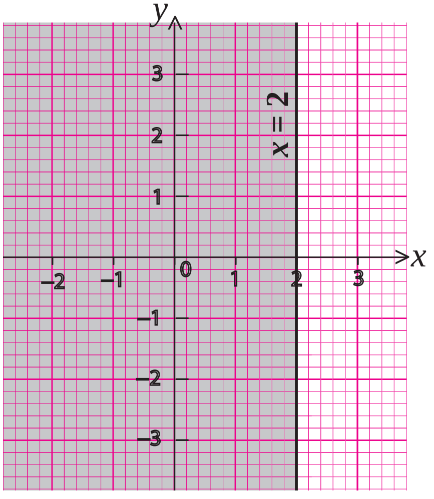
ඒ වන විට ඕනෑ ම ක්‍රීඩකයෙකු දිව ගොස් ඇති දුර ප්‍රමාණය මීටර් x යැයි සැලකුව හොත්

$x \leq 50$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

$x < 50$, $x > 50$, $x \leq 50$, $x \geq 50$ වැනි ප්‍රකාශ අසමානතා නමින් හඳුන්වන බව අපි දනිමු.

x යනු වෙනස් විය හැකි හෙවත් විචල්‍ය අගයකි.

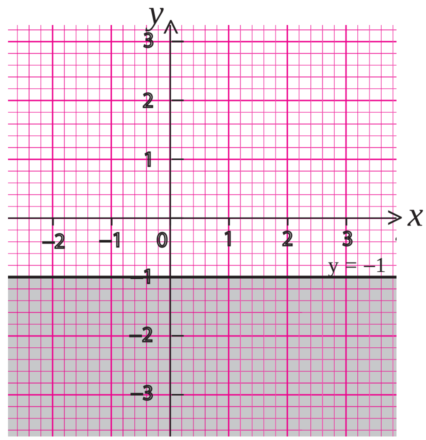
20.2 කාටීසිය තලය මත පෙදෙස්



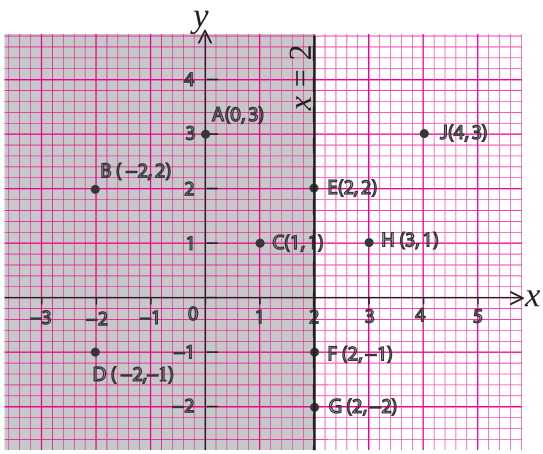
කාටීසිය තලයක දළ සටහනක් රූපයෙහි දැක් වේ. $x = 2$ රේඛාව එහි ප්‍රස්තාරගත කර ඇත. මෙම රේඛාව මගින් රේඛාවට වමෙන් පිහිටි අඳුරු කළ පෙදෙස, රේඛාව මත පෙදෙස සහ රේඛාවට දකුණින් පිහිටි අඳුරු නොකළ පෙදෙස යනුවෙන් පෙදෙස් තුනකට ඛණ්ඩාංක තලය වෙන්කර ඇත.

මෙම රූපයෙහි දැක්වෙන කාටීසීය තලය $y = -1$ රේඛාව මගින් එම රේඛාවට ඉහළින් පිහිටි පෙදෙස, රේඛාවට අයත් පෙදෙස සහ රේඛාවට පහළින් පිහිටි පෙදෙස යනුවෙන් පෙදෙස් තුනකට බෙදිය හැකි ය.

සරල රේඛාවකින් කාටීසීය තලය නිශ්චිත පෙදෙස් තුනකට බෙදේ.



20.3 ඛණ්ඩාංක තලයේ පෙදෙස් නම් කිරීම සඳහා අසමානතා යොදා ගැනීම



රූපයේ දැක්වෙන A,B,C,D,E,F,G, H හා J යන ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංක පරීක්ෂා කරන්න.

රූපයේ කැඩි රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය 2 වේ. එම රේඛාවට අයත් පෙදෙස තෘප්ත කරන සම්බන්ධතාවය $x = 2$ වේ.

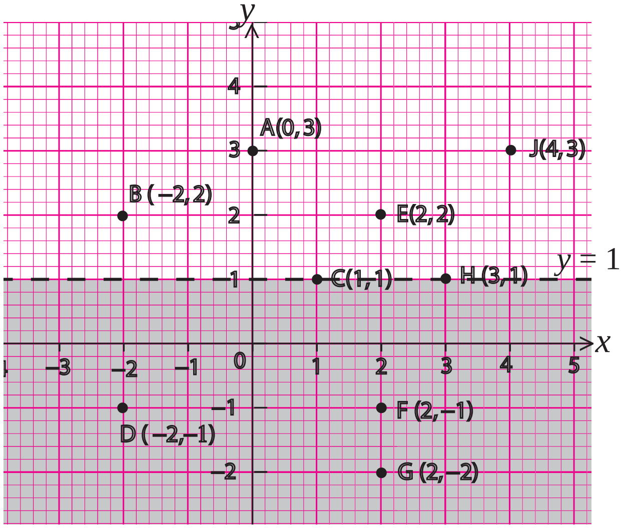
රේඛාවෙහි වම් පැත්තේ පිහිටි අඳුරුකර දැක්වෙන පෙදෙසේ ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය 2 ට අඩු ය. ඒ අනුව අඳුරු කළ පෙදෙස $x < 2$ යන අසමානතාව තෘප්ත කෙරේ.

අඳුරු නොකළ පෙදෙසේ H, J යන ලක්ෂ්‍ය මෙන් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක x අගය පරීක්ෂා කරන්න. එහි සියල්ල දෙකට වැඩි වේ. ඒ අනුව ලක්ෂ්‍යවල x හි ඛණ්ඩාංක අනුව කැඩි රේඛාවෙන් දකුණට ඇති පෙදෙස $x > 2$ යන අසමානතාව තෘප්ත කෙරේ.

කැඩි රේඛාව අඳුරු කළ හෝ නොකළ පෙදෙස්වලට අයත් නොවේ. පෙදෙස් වෙන් කරනු ලබන මෙම රේඛාව අඳුරු කළ පෙදෙසට අයත් වේ නම් එය ඝන රේඛාවකින් දක්වනු ලැබේ. ඉහත රූපය අනුව,

එක් එක් පෙදෙස දැක්වෙන සම්බන්ධය	එම පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍යයන්
$x < 2$	A, B, C, D
$x = 2$	E, F, G
$x > 2$	H, J

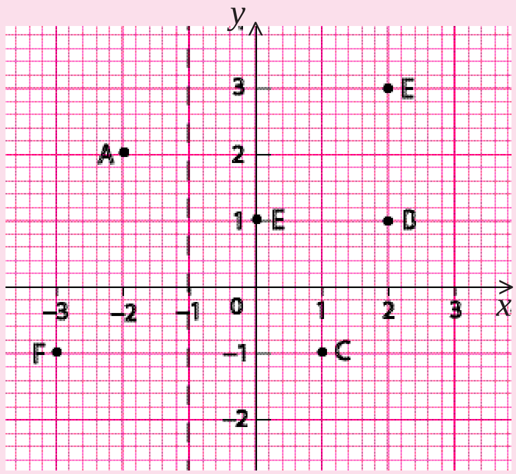
පහත රූපයෙහි දැක්වෙන ඛණ්ඩාංක තලයේ ලකුණු කර ඇති ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංක පරීක්ෂා කරන්න. කැඩි රේඛාවට අයත් ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකය 1 බැවින් ඊට අයත් පෙදෙස $y = 1$ වන පෙදෙස ලෙස නම් කෙරේ. ඊට පහළින් ඇති අඳුරු කළ පෙදෙස $y < 1$ වේ. කැඩි රේඛාවට ඉහළින් ඇති අඳුරු නොකළ පෙදෙස $y > 1$ වේ.



අභ්‍යාසය 20.1

(1) (i) දී ඇති ඛණ්ඩාංක තලයේ දැක්වෙන කැඩි රේඛාවට අයත් පෙදෙස නම් කරන්න.

(ii) $x > -1$, $x < -1$ යන අසමානතා තෘප්තකරන පෙදෙස්වලට අයත් ලක්ෂ්‍යවල ඉංග්‍රීසි අක්ෂර ලියන්න.



(2) කාටිසීය තලය මත ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇති ආකාරය ඔබේ මතකයට ගෙන පහත දැක්වෙන ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

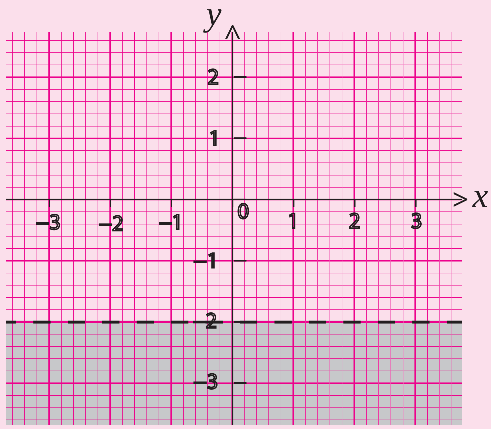
(i) $x < 3$ යන අසමානතාව තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය පහක x ඛණ්ඩාංක පමණක් ලියන්න.

(ii) $y > -3$ යන අසමානතාව තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය තුනක y ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(iii) $x < 3$ සහ $y > -3$ යන අසමානතා දෙක ම තෘප්ත කරන පෙදෙසක ඛණ්ඩාංකයක් ලියන්න.

(3) (i) රූපයේ දැක්වෙන කාටිසීය තලයේ අඳුරු කළ පෙදෙස දැක්වීමට අසමානතාවක් ලියන්න.

(ii) එම පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය තුනක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.



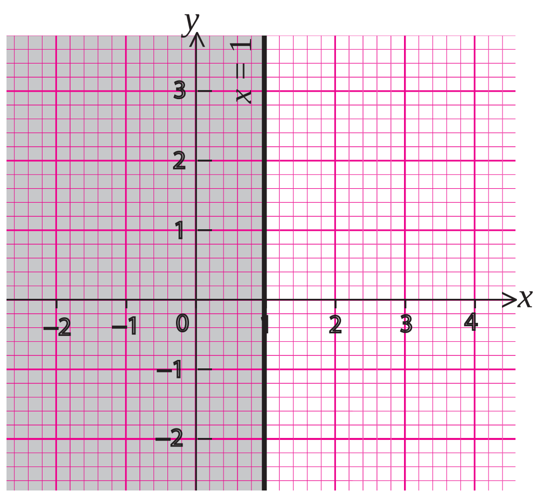
(4) සුදුසු පරිදි අක්ෂ තෝරා ගෙන අඳින ලද ඛණ්ඩාංක තලයක,

(i) $x > -1$

(ii) $y < 2$ යන අසමානතා වෙන වෙන ම ප්‍රස්තාරිකව නිරූපණය කරන්න.

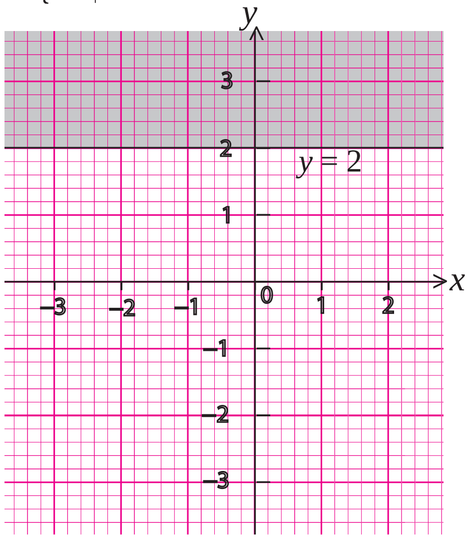
20.4 $x \gtreqless a$ සහ $y \gtreqless b$ පෙදෙස්

මෙම ඛණ්ඩාංක තලයේ $x \leq 1$ පෙදෙස අඳුරු කර ඇත. මේ සඳහා $x < 1$ පෙදෙස ද, $x = 1$ රේඛාව ද අඳුරුකළ යුතු ය. $x = 1$ රේඛාව ඝන රේඛාවකින් ඇඳ $x < 1$ පෙදෙස අඳුරු කළවිට $x \leq 1$ පෙදෙස දක් වේ.



නොමිලේ බෙදා හැරීම පිණිසයි.

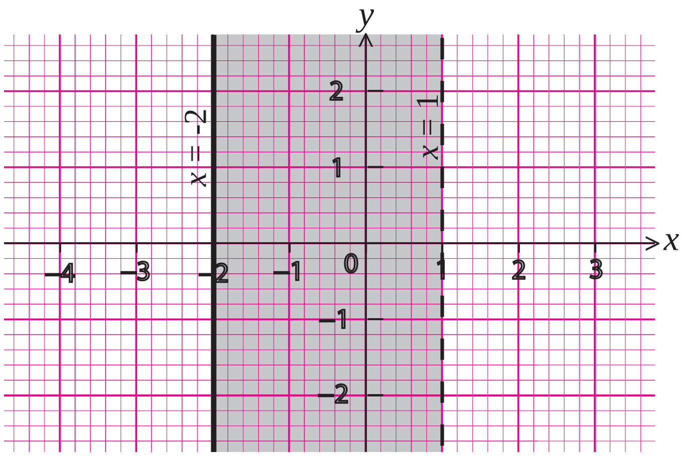
පහත රූපයේ දැක්වෙන ඛණ්ඩාංක තලයේ $y \geq 2$ පෙදෙස අඳුරුකර ඇත. එම පෙදෙසට $y > 2$ හා $y = 2$ යන පෙදෙස් අයත් වේ.



නිදසුන 1

රූපයේ අඳුරුකර ඇති පෙදෙස දැක්වෙන අසමානතාව ලියන්න.

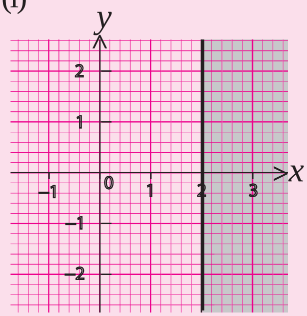
$x < 1$ හා $x \geq -2$ යන අසමානතා දෙකට ම ගැළපෙන ප්‍රදේශ අඳුරු කර ඇත. එබැවින් අඳුරුකර ඇති ප්‍රදේශය $-2 \leq x < 1$ ලෙස දක්වමු.



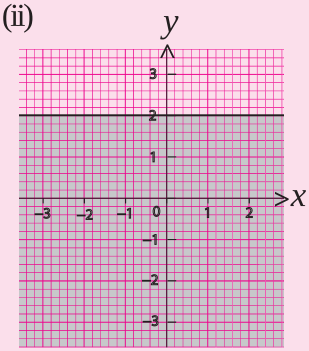
අභ්‍යාසය 20.2

(1) පහත දී ඇති එක් එක් ඛණ්ඩාංක තලයේ අඳුරුකර ඇති පෙදෙස දැක්වෙන අසමානතාව ලියන්න.

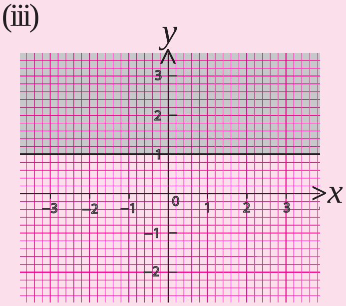
(i)



(ii)



(iii)



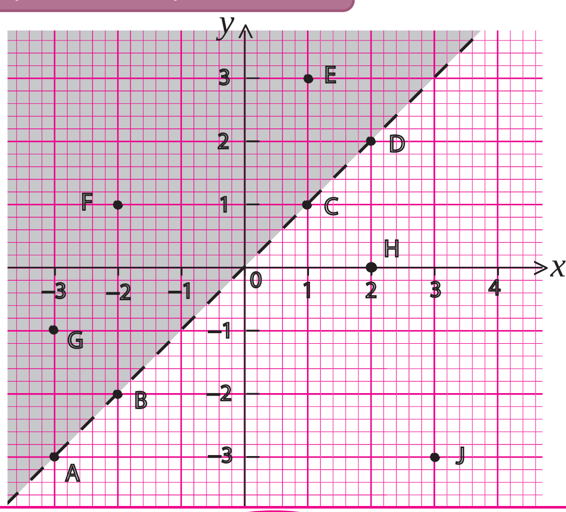
(2) කාටීසිය තලයක් ඇඳ එහි $x \geq 1$ යනුවෙන් දැක්වෙන පෙදෙස අඳුරු කරන්න. එම පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(3) $x \geq -2$ සහ $y \geq -1$ යන අසමානතාවලින් දැක්වෙන පෙදෙස් එක ම ඛණ්ඩාංක තලයක දක්වන්න. එම අසමානතා දෙක ම තෘප්තකරන ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එය A යනුවෙන් නම් කරන්න.

(4) $x \leq 1$ සහ $y \leq 2$ යන අසමානතාවලින් දැක්වෙන පෙදෙස් ඛණ්ඩාංක තලයක දක්වන්න. එම අසමානතා දෙක ම තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය තුනක් නම් කර ඒවායේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(5) $x \geq 3$ සහ $y \leq 3$ යන අසමානතා දෙක ම තෘප්ත කරන ලක්‍ෂ්‍ය හතරක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

20.5 $y \gtreqless x$ ආකාරයේ අසමානතා



ඉහත රූපයේ දක්වෙන ඛණ්ඩාංක තලය හොඳින් පරීක්ෂා කරන්න. එහි කැඩි රේඛාවට අයත් ලක්ෂ්‍ය කිහිපයක ඛණ්ඩාංක මෙසේ ය.

ලක්ෂ්‍යය	A	B	C	D
x	−3	−2	1	2
y	−3	−2	1	2

එම ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංක හා y ඛණ්ඩාංක සමාන වේ. එම රේඛාව මත අනෙකුත් ලක්ෂ්‍ය සියල්ලෙහිම x ඛණ්ඩාංක හා y ඛණ්ඩාංක සමාන වේ. ඒ අනුව කැඩි රේඛාව අයත් පෙදෙස $y = x$ වේ.

අඳුරු කර ඇති පෙදෙසේ ලක්ෂ්‍ය කිහිපයක ඛණ්ඩාංක මෙසේ ය.

ලක්ෂ්‍යය	E	F	G
x	1	−2	−3
y	3	1	−1

E හි $3 > 1$, F හි $1 > -2$ හි G වල $-1 > -3$ බැවින් එම ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකය x ඛණ්ඩාංකයට වඩා විශාල වේ. එම ප්‍රදේශය පිහිටි වෙනත් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක ද y ඛණ්ඩාංකය x ඛණ්ඩාංකයට වඩා විශාල වේ.

එම නිසා එම ප්‍රදේශය $y > x$ වේ.

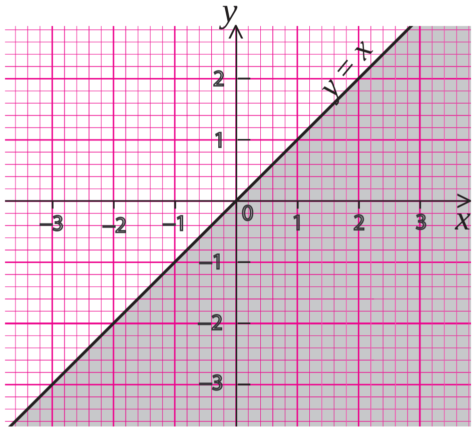
අඳුරු නොකළ පෙදෙසේ ලක්ෂ්‍ය කිහිපයක ඛණ්ඩාංක වගුවේ දක්වේ.

ලක්ෂ්‍ය	H	J
x	2	3
y	0	−3

H හි $0 < 2$, J හි $-3 < 3$ බැවින් එම ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංකය y ඛණ්ඩාංකයට වඩා විශාල වේ. අඳුරු නොකළ පෙදෙසේ වෙනත් ඕනෑ ම ලක්ෂයක x ඛණ්ඩාංකය y ඛණ්ඩාංකයට වඩා විශාල වේ. එම නිසා අඳුරු නොකළ පෙදෙස $y < x$ වේ.

නිදසුන 2

රූපයේ අඳුරුකර ඇති පෙදෙස දක්වෙන අසමානතාව ලියන්න.



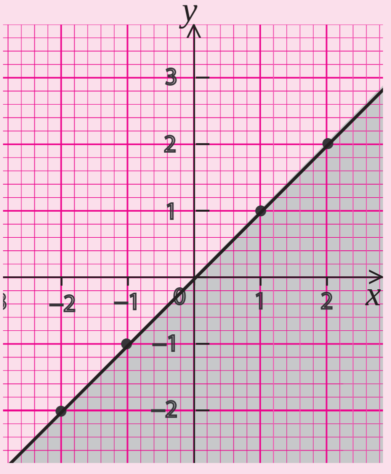
$y = x$ රේඛාව ඝන රේඛාවකි. එම රේඛාව මත හෝ අඳුරු කළ පෙදෙසට අයත් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක x හි අගය, y හි අගයට සමාන හෝ විශාල වේ.
එම නිසා අඳුරු කළ පෙදෙස $y \leq x$ වේ.

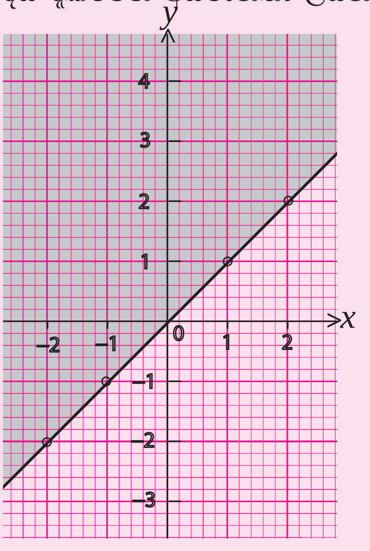
අභ්‍යාසය 20.3

(1) ඛණ්ඩාංක තලයක (i) $y = x$ රේඛාව අඳින්න.

(ii) එහි $y < x$ පෙදෙසේ වූ ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එහි ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(2) පහත දී ඇති කාටීසීය තලවල අඳුරු කළ පෙදෙස් දක්වෙන අසමානතා ලියන්න.





(3) $y \geq x$ අසමානතාවෙන් දක්වෙන පෙදෙස කාටීසීය තලයක අඳුරු කර දක්වන්න.

(4) ලක්ෂ්‍ය හතරක ඛණ්ඩාංක (-3,-3) (3 , 4) (-3,-1) (3 , 3) වේ. එම ලක්ෂ්‍යයන් කාටීසීය තලයක ලකුණු කර ඒවා අයත් පෙදෙස දක්වීමට අසමානතාවක් ලියන්න.

(5) කාටීසීය තලයක පිහිටි (2 , 3) ලක්ෂ්‍යය $y \leq x + 1$ යන අසමානතාව තෘප්තකරන බව පෙන්වීමට ඔබට හැකි ද? උත්සාහ කරන්න.

21

කුලක

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- පරිමිත කුලක, අපරිමිත කුලක සහ කුලකයක අනුපූරකය හඳුනා ගැනීම
- දෙන ලද කුලකයක උපකුලක ලියා දැක්වීම
- කුලක දෙකක ඡේදනයෙන් ලැබෙන කුලකයේ අවයව ලියා දැක්වීම
- කුලක දෙකක මේලයෙන් ලැබෙන කුලකයේ අවයව ලියා දැක්වීම
- කුලක දෙකක මේලය හා ඡේදනය අර්ථවත් ලෙස පැහැදිලි කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

21.1 පරිමිත කුලක හා අපරිමිත කුලක

පහත දැක්වෙන කුලක සලකා බලමු.

A = {පාද ගණන 8 ට අඩු වූ බහුඅස්‍ර}
B = {පෙරදිග සංගීතයේ දී හඳුනා ගන්නා ස්වර}
C = {1 ත් 10 ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා}
D = {ප්‍රථමක සංඛ්‍යා}
E = {වර්ග සංඛ්‍යා}

මෙම කුලක ලැයිස්තු ගත කිරීමක් ලෙස දක්වමින් ඒවායේ අවයව සංඛ්‍යා පහත පරිදි ලිවිය හැකි ය. මෙහි දී x නම් ඕනෑ ම කුලකයක අවයව ගණන $n(x)$ මගින් සටහන් කරන ලද බව ඔබ උගෙන ඇත.

A = {ත්‍රිකෝණය, චතුරස්‍රය, පංචාස්‍රය, ෂඩස්‍රය, සප්තාස්‍රය}	$n(A) = 5$
B = {ස, රි, ග, ම, ප, ධ, නි,}	$n(B) = 7$
C = {2, 4, 6, 8}	$n(C) = 4$
D = {2, 3, 5, 7, 11, 13, ---}	$n(D) = ?$
E = {1, 4, 9, 16, 25, ---}	$n(E) = ?$

ඉහත කුලකවල A,B හා C කුලකවල අවයව ගණන සඳහන් කළ හැකි නමුත් D හා E කුලකවල අවයව ගණන නිශ්චිත ව දැක්විය නොහැකි ය.

> කුලකයකට අයත් අවයව සංඛ්‍යාව නිශ්චිත ව ප්‍රකාශ කළ හැකි නම් එම කුලකය **"පරිමිත කුලකයක්"** ලෙසත්
> අවයව සංඛ්‍යාව නිශ්චිත ව ප්‍රකාශ කළ නොහැකි නම් එම කුලකය **"අපරිමිත කුලකයක්"** ලෙසත් හැඳින්වේ.

ඒ අනුව ඉහතින් දක්වන ලද කුලක අතරින් A,B හා C පරිමිත කුලක වේ. D හා E හි අවයව ගණන නිශ්චිත නොවන බැවින් ඒවා අපරිමිත කුලක වේ.
අපරිමිත කුලක ලැයිස්තුගත කිරීමේ දී අවයව කිහිපයක් ලියා තිත් පෙළක් යොදනු ලැබේ.

උදා P = {ගණන සංඛ්‍යා} නම්
P = {1, 2, 3, 4 ... }

අභ්‍යාසය 21.1

(1) පහත සඳහන් කුලක අතරින් පරිමිත කුලක හා අපරිමිත කුලක වෙන් කර ලියා දක්වන්න.

P = {ඉංග්‍රීසි භාෂාවේ අක්ෂර}
Q = {ප්‍රථමක සංඛ්‍යා}
R = {බහු අස්‍ර}
S = {දේදුන්නේ පාට}
T = {ඔබ පාසලේ දී ඉගෙන ගන්නා විෂයයන්}
U = {100ට අඩු ධන සංඛ්‍යා}
V = {ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා}

(2) (i) පරිමිත කුලක සඳහා නිදසුන් 5ක් ලියන්න.
(ii) ඉහත ලියන ලද එක් එක් කුලකයේ අවයව සංඛ්‍යාව වෙන් වශයෙන් ලියන්න.

(3) අපරිමිත කුලක සඳහා නිදසුන් 5ක් ලියන්න.

21.2 උප කුලක හා කුලක අනුපූරකය

ගුරුතුමිය මේ පන්තියේ ළමයි 32ක් ඉන්නවා. මේ අයගෙන් සංගීතය ඉගෙන ගන්න අය කී දෙනෙක් ඉන්නව ද?

සුමුදු දහතුන් දෙනයි ටීචර්.

ගුරුතුමිය ආ ඒ අයගෙන් කී දෙනෙක් වාදනයට සහභාගි වෙනව ද?

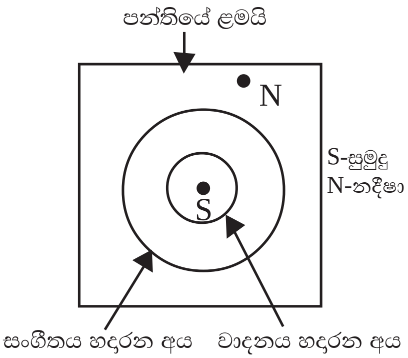
සුමුදු තුන් දෙනයි ටීචර්, ඉතිරි දහ දෙනා ම ගායනයට ඉන්නවා.

ගුරුතුමිය හොඳයි, එහෙනම් කවුරුත් හෙට හවස පුහුණුවට නවතින්න බලාගෙන එන්න.

නදීෂා මම නම් "අනුපූරකය" ට අයිති නිසා මට නවතින්න වෙන්නෙ නෑ.

සුමුදු ඒ මොකක් ද "අනුපූරකය" කිව්වේ?

නදීෂා අයියෝ ...., දැන් අපේ පන්තියේ ළමයි සර්වත්‍ර කුලකය කියල ගත්තා ම, සංගීතය ඉගෙන ගන්න ළමයි ඒකෙම තවත් කුලකයක් වෙනවනේ. එතකොට සංගීතය ඉගෙනගන්නේ නැති ළමයි තමයි "අනුපූරකය" ට අයිති වෙන්නේ. දැන් බලන්නකෝ, ඔන්න මම මේ කොටුවෙන් අපේ පන්තියේ ළමයි වට කරනවා. ඒක ඇතුළෙ ඉන්නවා සංගීතය ඉගෙන ගන්න අය. ඒ අය මම රවුමකින් වට කරනවා. දැන් ඔය රවුම ඇතුළේ ඉන්න, වාදනය කරන තුන්දෙනා කුඩා රවුමකින් වට කරනවා. එතකොට ඔයා ඉන්නේ කුඩා රවුම ඇතුළේ. මම ඉන්නේ ලොකු රවුමට පිටින්.



සුමුදු		හරි ෂෝක් රූපයක් නේ.

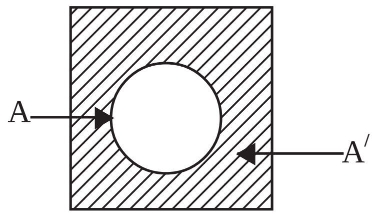
නදීෂා		ඒ විතරක් නෙවෙයි. කුලකයක් ඇතුළේ තියෙන අනෙක් කුලකවලට **උප කුලක** කියලයි කියන්නේ.

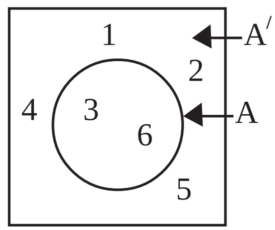
{සංගීතය ඉගෙන ගන්න ළමයි} අපේ පන්තියේ ළමයි කුලකයේ උප කුලකයක් වෙනවා. වාදනය කරන අය, සංගීතය ඉගෙන ගන්න අය ඇතුළත් කුලකයේ උප කුලකයක් වෙනවා. ඒත් එක්කම වාදනය කරන අය අපේ පන්තියේ ළමයි උපකුලකයක් වෙනවා. ඒත් එක්කම වාදනය කරන අය අපේ පන්තියේ ළමයි කුලකයේත් උපකුලකයක් වෙනවා.

සුමුදු		ෂා. නදීෂා දන්න දේවල්.

> දී ඇති කුලකයකට අයත් නොවන, එහෙත් සර්වත්‍ර කුලකයට අයත් වන අවයවයන්ගෙන් සමන්විත කුලකය, පළමු කුලකයේ "අනුපූරකය" ලෙස හඳුන්වයි.

A කුලකයේ අනුපූරකය $\mathbf{A}^{/}$ ලෙස දක්වයි. එය වෙන් සටහනක පහත පරිදි අඳුරු කර දැක්විය හැකි ය.





උද		= {1, 2, 3, 4, 5, 6}

$A = \{3, 6\}$ නම්

A කුලකයේ අනුපූරකය $A^{/} = \{1, 2, 4, 5\}$ වේ.

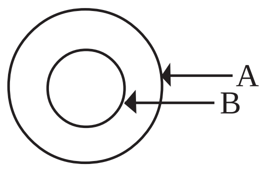
එය වෙන් සටහනකින් මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

> යම් කිසි කුලකයක අවයවවලින් සියල්ල ම හෝ කොටසක් ගෙන අර්ථ ගන්වනු ලබන (සාදා ගනු ලබන) වෙනත් කුලකයක්, පළමු කුලකයේ **"උප කුලකයක්"** වේ.

A කුලකයේ අවයවවලින් සාදගත් කුලකයක් B නම්, B කුලකය A කුලකයේ උප කුලකයකි.

එය $B \subset A$ ලෙස ලියා දක්වයි.

එය වෙන් සටහනක පහත දී ඇති ආකාරයට දැක්විය හැකි ය.



උදා $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$Q = \{2, 4, 6\}$ හා $R = \{3, 6, 9\}$ නම්

Q හි අවයව සියල්ල P ට අයත් වේ.

∴ Q කුලකය, P කුලකයේ උප කුලකයකි. එනම් $Q \subset P$ වේ.

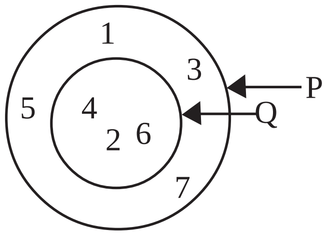
R කුලකයට 9 අයත් වී ඇත.

නමුත් 9, P කුලකයට අයත් නොවේ. ($9 \notin P$)

∴ R කුලකය P කුලකයේ උප කුලකයක් නොවේ.

එය $R \not\subset P$ ලෙස ලියා දක්වයි.

ඉහත උදාහරණයේ P හා Q කුලක පහත පරිදි වෙන් සටහනක දැක්විය හැකි ය.



නිදසුන 1

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

X = {1ත් 10ත් අතර ප්‍රථමක සංඛ්‍යා}

Y = {10ට අඩු 3හි ගුණාකාර} නම්,

(i) X' ලියන්න.

(ii) Y' ලියන්න.

(iii) X කුලකයෙන් ලිවිය හැකි උප කුලක 5ක් ලියන්න.

(iv) Y කුලකයෙන් ලිවිය හැකි උප කුලක සියල්ල ලියන්න.

(i) $X = \{2, 3, 5, 7\}$

∴ $X' = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$

(ii) $Y = \{3, 6, 9\}$

∴ $Y' = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$

(iii) {2}, {3}, {5}, {7}, {2, 3}, {2, 5, {2, 7}, {3,5}, {3,7}, {5, 7}, {2,3,5}, {2,3,7}, {2,5,7,}, {3,5,7}, {2,3,5,7}, { } යන කුලකවලින් ඕනෑ ම පහක් පිළිතුරු ලෙස ගත හැකි ය.

(iv) {3}, {6}, {9}, {3, 6}, { 3, 9 },{ 6, 9 },{ 3, 6, 9 },{ }

✸ අභිශූන්‍ය කුලකය ඕනෑ ම කුලකයක උප කුලකයක් වේ.
{ } ⊂ A වේ.

✸ යම් කුලකයක් එම කුලකයේ ම උප කුලකයකි.
A⊂A

නිදසුන 2

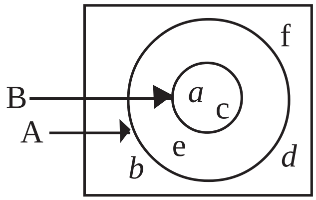
$= \{a, b, c, d, e, f\}$

$A = \{a, c, e\}$

$B = \{a, c\}$

(i) මෙම කුලක වෙන් සටහනක දක්වන්න.
(ii) $A^{\prime}$ කුලකය ලියන්න.
(iii) $B^{\prime}$ කුලකය ලියන්න.
(iv) A හා B කුලක අතර සම්බන්ධතාව කුලක අංකනයෙන් ලියන්න.

(i) මෙහි දී B හි සියලු අවයව A ට අයත් බැවින් B කුලකය, A කුලකය තුළ පිහිටයි.



(ii) $A^{\prime} = \{b, d, f\}$
(iii) $B^{\prime} = \{b, d, e, f\}$
(iv) $B \subset A$

අභ්‍යාසය 21.2

(1) පහත සඳහන් අවස්ථා සඳහා A කුලකයේ අනුපූරක කුලකය ($A^{\prime}$) ලියන්න.

(i) = {අපේ පන්තියේ ළමයි}
A = {අපේ පන්තියේ ගැහැනු ළමයි}

(ii) = {1 ත් 10ත් අතර ගණින සංඛ්‍යා}
A = {1 ත් 10ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා}

(iii) = {අපේ ගමේ සිටින ගොවීන්}
A = {අපේ ගමේ සිටින වී වගාකරන ගොවීන්}

(iv) = {බසයක සිටින මගීන්}
A = {බසයේ සිටින කුඩ රැගෙන ආ මගීන්}

(v) = {දේශනයට සවන් දීමට රැස්ව සිටි අය}
A = {දේශනයට සවන් දීමට රැස්ව සිටි වයස අවු. 50 ට වැඩි අය}

(vi) = {චාරිකාවට සහභාගි වූ සිසුන්}
A = {චාරිකාවට සහභාගි වූ පිරිමි ළමයි}

(2) $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$P = \{5, 10\}$
$Q = \{2, 4, 6, 8\}$ නම්

(i) P' හා Q' ලියන්න.
(ii) P කුලකයෙන් ලිවිය හැකි උපකුලක සියල්ල ලියන්න.
(iii) Q කුලකයෙන් ලිවිය හැකි උපකුලක ගණන කීය ද?

(3) පහත දී ඇති ප්‍රකාශන පිටපත් කර ඒවා නිවැරදි නම් (✓) ලකුණ ද, වැරදි නම් (×) ලකුණ ද ඉදිරියෙන් යොදන්න.

(i) $\{5\} \subset$ {ප්‍රථමක සංඛ්‍යා}
(ii) $\{3, 5\} \subset$ {ගණින සංඛ්‍යා}
(iii) $\{0, 2, 3\} \subset$ {20 421 යන සංඛ්‍යාවේ ඇති ඉලක්කම්}
(iv) {ර} $\not\subset$ {"රත්නපුරය" යන වචනයේ අකුරු}
(v) $\{1\} \subset$ {ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා}
(vi) {ජනවාරි} $\subset$ {දින 30 ක් පමණක් ඇති මාස}
(vii) $\{0, 1, 4, 5\} \subset$ {පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවල එකස්ථානයේ ඇති ඉලක්කම්}
(viii) $4 \subset$ {ඉරට්ට සංඛ්‍යා}

(4) (a) $n(A) + n(A^{1}) = n(\ )$ මෙහි සත්‍ය අසත්‍යතාව වෙන් රූපයකින් පැහැදිලි කරන්න.

(b) (i) $n(\ ) = 12$ හා $n(A) = 7$ නම් $n(A')$ කීය ද?
(ii) $n(X) = 20$, $n(X') = 13$ නම් $n(\ )$ කීය ද?
(iii) $n(\ ) = 35$, $n(P') = 18$ නම් $n(P)$ කීය ද?

(5) $A = \{2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{2, 3, 5\}$, $D = \{2, 3, 5, 7\}$ නම්

(i) පහත වගුව පිටපත් කරගෙන සම්පූර්ණ කරන්න.

කුලකය	අවයව ගණන	ලිවිය හැකි උප කුලක	උප කුලක ගණන	උප කුලක ගණන 2 හි බලයක් ලෙස
A	....	....	....	....
B	2	{2}, {3}, {2, 3}, { }	4	2^2
C	....	....	....	....
D	....	....	....	....

(ii) ඉහත වගුවට අනුව කුලකයක අවයව ගණන n නම් එයින් ලිවිය හැකි උප කුලක ගණන n ඇසුරින් ලියන්න.

21.3 කුලක ඡේදනය හා මේලය

S = {විද්‍යාලයීය ක්‍රීඩා සංගමයේ සාමාජිකත්වය දරන 9 ශ්‍රේණියේ සිසුන්}
R = {විද්‍යාලයීය බාලදක්ෂ සංගමයේ සාමාජිකත්වය දරන 9 ශ්‍රේණියේ සිසුන්}
මෙම කුලක ලැයිස්තු ගත කර පහතින් දක්වා ඇත.

S = {තිළිණි, මනෝෂා, උදයංගනී, චතුර, දිනිඳු, යොහාන්}
R = {උදයංගනී, නාලක, චාමර, ඉසුරු, දිනිඳු, නෙළුම්, මෛත්‍රිණී}

ඉහත ලැයිස්තුවලට අනුව උදයංගනී හා දිනිඳු S හා R යන කුලක දෙකට ම අයත් බව පෙනේ. එබැවින්, {දිනිඳු, උදයංගනී} යන කුලකය {විද්‍යාලයීය ක්‍රීඩා සංගමයේ **සහ** බාලදක්ෂ සංගමයේ සාමාජිකත්වය දරණ 9 ශ්‍රේණියේ සිසුන්}ලෙස විස්තර වශයෙන් දැක්විය හැකි ය.

කුලක දෙකක පොදු අවයවයන්ගෙන් සමන්විත වන කුලකය එම කුලක දෙකෙහි "**ඡේදන කුලකය**" ලෙස හඳුන්වන අතර එය $\cap$ යන සංකේතයෙන් ලියා දක්වනු ලැබේ.

ඉහත S හා R කුලකවල ඡේදනය

$S \cap R$ = {උදයංගනී, දිනිඳු} වේ. ('S ඡේදනය R' ලෙසට මෙය කියවනු ලැබේ)

මේලය

ඉහත සඳහන් S සහ R කුලක දෙකෙහි "සියලු ම සිසුන්" කුලකය සැලකූ විට එය {විද්‍යාලයීය ක්‍රීඩා සංගමයේ **හෝ** බාලදක්ෂ සංගමයේ සාමාජිකත්වය දරන 9 ශ්‍රේණියේ සිසුන්} ලෙසට විස්තර කළ හැකි ය.

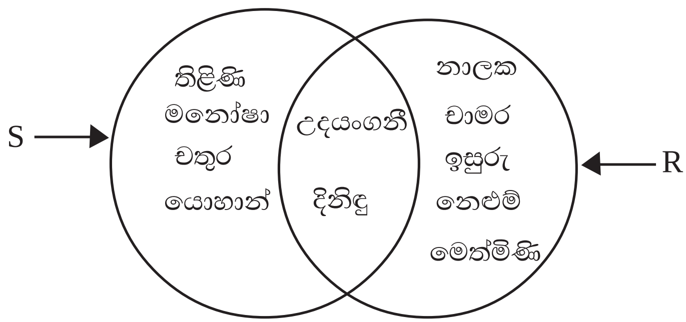
කුලක දෙකක සියලු ම අවයවයන්ගෙන් සමන්විතවන කුලකය එම කුලක දෙකෙහි **මේලය** වේ. එය $\cup$ යන සංකේතයෙන් දක්වනු ලැබේ.

ඉහත S හා R කුලකවල මේලය

$S \cup R$ = {තිළිණි, මනෝෂා, උදයංගනී, චතුර, දිනිඳු, යොහාන්, නාලක, චාමර, ඉසුරු, නෙළුම්, මෙත්මිණි} වේ.

($S \cup R$, මෙය 'S මේලය R' ලෙස කියවයි)

ඉහත කුලක වෙන් සටහනක මෙසේ දැක්විය හැකි ය.



කුලක දෙකක ඡේදන කුලකයේ අවයව පළමු කුලක දෙකෙහි ම ලක්ෂණ පෙන්නුම් කරයි.

උදා P = {චතුරස්‍ර}
Q = {සවිධි බහුඅස්‍ර} නම්,
$P \cap Q$ මගින් {සවිධි චතුරස්‍ර} කුලකය ලැබේ.

නිදසුන 3

$P = \{534\ 063$ යන සංඛ්‍යාවේ ඇති ඉලක්කම්$\}$

$Q = \{120\ 347$ යන සංඛ්‍යාවේ ඇති ඉලක්කම්$\}$

$R = \{217\ 891$ යන සංඛ්‍යාවේ ඇති ඉලක්කම්$\}$

(i) ඉහත කුලක අවයව සහිත ව ලියා දක්වන්න.

(ii) $P \cap Q$ කුලකය ලියා දක්වන්න.

(iii) $P \cap R$ කුලකය ලියා දක්වන්න.

(iv) $P \cup Q$ කුලකය ලියා දක්වන්න.

(v) $Q \cup R$ කුලකය ලියා දක්වන්න.

(i) $P = \{5, 3, 4, 0, 6\}$

$Q = \{1, 2, 0, 3,, 4, 7\}$

$R = \{2, 1, 7, 8, 9\}$

(ii) $P \cap Q = \{3, 4, 0\}$

(iii) $P \cap R = \{\quad\}$

(iv) $P \cup Q = \{5, 3, 4, 0, 6, 1, 2, 7\}$

(v) $Q \cup R = \{1, 2, 0, 3, 4, 7, 8, 9\}$

නිදසුන 4

$= \{0$ත් 16ත් අතර ගණින සංඛ්‍යා$\}$

$X = \{0$ත් 16ත් අතර 4 හි ගුණාකාර$\}$

$Y = \{0$ත් 16ත් අතර 3 හි ගුණාකාර$\}$ නම්

(a) (i) ඉහත කුලක ලැයිස්තු ගත කර ලියන්න.

(ii) මෙම කුලක වෙන් සටහනක දක්වන්න.

(b) පහත සඳහන් කුලක අවයව සහිත ව ලියා දක්වන්න.

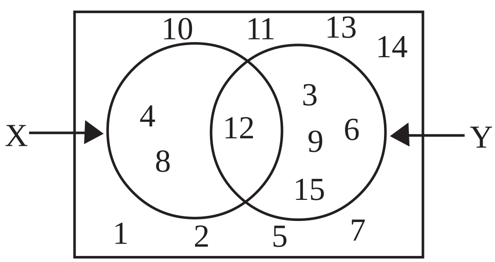
(i) $X \cap Y$ (ii) $X \cup Y$ (iii) X' (iv) $(X \cup Y)'$ (v) $X' \cap Y$

(a) (i) $= \{1,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

$X = \{4, 8, 12\}$

$Y = \{3, 6, 9, 12, 15\}$

(ii)



(b) (i) $X \cap Y = \{12\}$

(ii) $X \cup Y = \{3, 4, 6, 8, 9, 12, 15\}$

(iii) $X' = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11,13, 14, 15\}$

(iv) $(X \cup Y)' = \{1, 2, 5, 7, 10, 11,13, 14\}$

(v) මෙහි දී X' හා Yයන කුලක දෙකට පොදු අවයව සැලකිය යුතු වේ.

$\therefore X' \cap Y = \{3, 6, 9, 15\}$

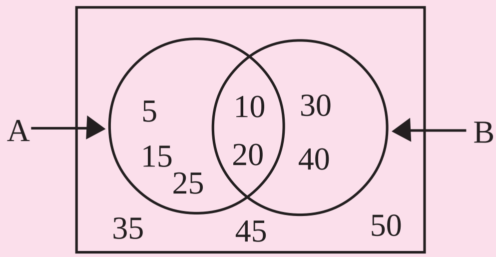
අභ්‍යාසය 21.3

(1) A = {1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45}
B = {6, 12, 18, 36, 42, 48}
C = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21} නම්,
පහත සඳහන් කුලක අවය ව සහිත ව ලියා දක්වන්න.
(i) $A \cap B$ (ii) $A \cap C$ (iii) $B \cap C$ (iv) $A \cup B$ (v) $B \cup C$

(2) = {1 සිට 10 තෙක් ගණන සංඛ්‍යා}
P = {435 308 105 යන සංඛ්‍යාවේ ඉලක්කම්}
Q = {180 හි ප්‍රථමක සාධක}
R = {196 හි ප්‍රථමක සාධක} නම්,
(a) ඉහත කුලක අවයව සහිත ව ලියා දක්වන්න.
(b) පහත සඳහන් කුලක ලියා දක්වන්න.
(i) $P \cap Q$ (ii) $Q \cap R$ (iii) $P \cap R$ (iv) $P \cup Q$ (v) $Q \cup R$
(vi) $P \cap Q'$ (vii) $P \cap (Q \cup R)$ (viii) $(P \cup Q) \cap (P \cup R)$

(3) දී ඇති වෙන් සටහන ඇසුරින් පහත කුලක අවයව සහිත ව ලියන්න.

(i) A
(ii) B
(iii) $A \cap B$
(iv) $A \cup B$
(v) $(A \cup B)'$
(vi) $(A \cap B)'$
(vii) A'
(viii) B'
(ix) $A' \cap B$
(x) $B' \cap A$



(4) පහත සඳහන් එක් එක් කුලක කට්ටලවල,
(i) $A \cap B$ මගින් (ii) $A \cup B$ මගින්
දැක්වෙන කුලක විස්තර කිරීමක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

(a) A = {"තිස්ස" විද්‍යාලයේ 9 ශ්‍රේණියේ ඉගෙනුම ලබන සිසුන්}
B = {"තිස්ස" විද්‍යාලයේ ශිෂ්‍ය නායක මණ්ඩලයේ සිසුන්}

(b) A = {"ගැමුණු" විද්‍යාලයේ දැල්පන්දු ක්‍රීඩාකරන සිසුන්}
B = {"ගැමුණු" විද්‍යාලයේ අත්පන්දු ක්‍රීඩාකරන සිසුන්}

(c) A = {අප විද්‍යාලයේ සිසුන් අතරින් දඹුල්ල නරඹා ඇති සිසුන්}
B = {අප විද්‍යාලයේ සිසුන් අතරින් සීගිරිය නරඹා ඇති සිසුන්}

(d) A = {"අරුණ" ගොවි සමාජයේ සිටින එළවළු වගා කරන ගොවීන්}
B = {"අරුණ" ගොවි සමාජයේ සිටින වී වගා කරන ගොවීන්}

(5) එක්තරා ලිඛිත පරීක්ෂණයක දී සිසුන් කණ්ඩායමක් විද්‍යාවට හා ගණිතයට ලබාගත් ලකුණු පහත වගුවේ දැක්වේ.

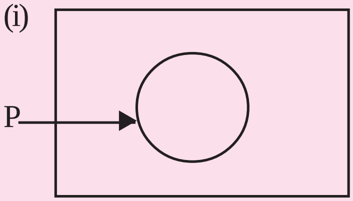
	ලකුණු	
නම	විද්‍යාව	ගණිතය
නිශානි	68	85
සඳරුවන්	87	96
බුද්ධි	94	95
නයෝමි	89	92
නදීෂානි	95	97
දිලීප	82	74
අරුණි	93	79
මාලන්	83	71

S = {විද්‍යාවට ලකුණු 90ට වැඩියෙන් ලබා ගත් සිසුන්}
M = {ගණිතයට ලකුණු 90ට වැඩියෙන් ලබා ගත් සිසුන්}

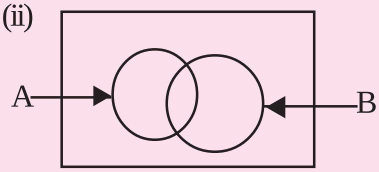
නම්,

(i) S හා M කුලක වෙන වෙන ම ලියා දක්වන්න.
(ii) $S \cap M$ කුලකය ලියන්න.
(iii) $S \cup M$ කුලකය ලියන්න.
(iv) A නම් ආයතනයක්, විද්‍යාව හා ගණිතය යන විෂයයන් දෙකට ම ලකුණු 90ට වඩා ලබා ගත් සිසුන්ට ශිෂ්‍යත්වයක් පිරිනමයි නම් මෙම ශිෂ්‍යත්වය සඳහා සුදුසුකම් ලබන්නේ කවුරුන් ද ?
(v) B නම් ආයතනයක්, විද්‍යාව හෝ ගණිතය සඳහා ලකුණු 90ට වඩා ලබාගත් සිසුන්ට ශිෂ්‍යත්වයක් පිරිනමයි නම්, මෙම ශිෂ්‍යත්වය සඳහා සුදුසුකම් ලබන්නේ කවුරුන් ද ?

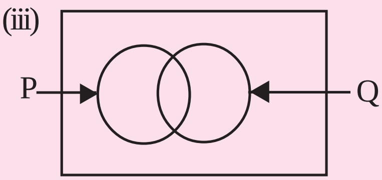
(6) පහත සඳහන් වෙන් සටහන් පිටපත් කර ගනිමින් ඒ සමග දී ඇති කුලකයට අයත් පෙදෙස අඳුරු කර දක්වන්න.

(i)


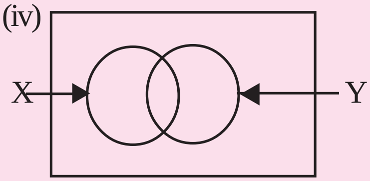
p'

(ii)


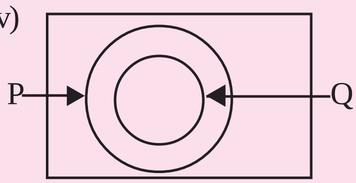
$A \cap B$

(iii)


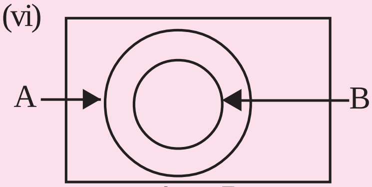
$P \cup Q$

(iv)


$X' \cap Y$

(v)


$P \cap Q$

(vi)


$A \cup B$

වර්ගඵලය 22

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

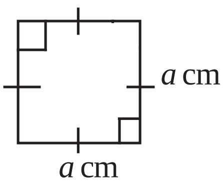
- සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය සෙවීම
- ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය සෙවීම
- වෘත්තයක වර්ගඵලය සෙවීම
- ත්‍රිකෝණාකාර හරස් කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම
- එදිනෙදා ජීවිතයේ දී හමුවන ඝන වස්තුවල හා තල රූපවල වර්ගඵලය සෙවීම.

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

22.1 තල රූපවල වර්ගඵලය සෙවීම

තල රූපවල වර්ගඵලය සෙවීම යටතේ, සමචතුරස්‍ර, ඍජුකෝණාස්‍ර හා ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵලය සෙවූ ආකාරය නැවත සිහිපත් කරමු.

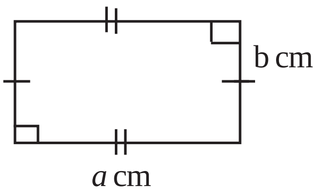
(i) සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය



සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= a \times a = a^2$ cm^2

සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ පැත්තක දිග $\times$ පැත්තක දිග
$=$ (පැත්තක දිග)^2

(ii) ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය

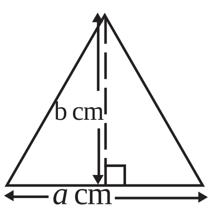


ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= a$ cm $\times$ b cm $= ab$ cm^2

ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ දිග $\times$ පළල

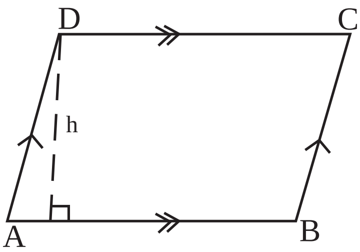
(iii) ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය

ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times a \times$ b cm^2 $= \frac{1}{2} ab$ cm^2



ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරක පාදයේ දිග $\times$ ලම්බ උස

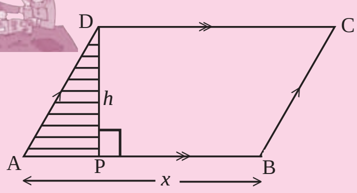
22.2 සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය



සම්මුඛ පාද යුගලයන් එකිනෙක සමාන්තර වූ චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ. රූපයේ දැක්වෙන ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ,

AB // DC හා AD // BC වේ.
තව ද සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන නිසා
AB = DC හා AD = BC වේ.

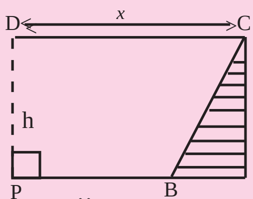
ක්‍රියාකාරකම 1



i රූපය

✸ i රූපයේ දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍රය ඝන කඩදාසියක ඇඳගන්න. එහි D සිට AB ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය P වේ. DP ලම්බ උස h වේ.
AB = DC = x වේ.

✸ ඝන කඩදාසියේ ඇඳගත් සමාන්තරාස්‍රයේ අඳුරුකළ ත්‍රිකෝණය කපා වෙන්කරගන්න.



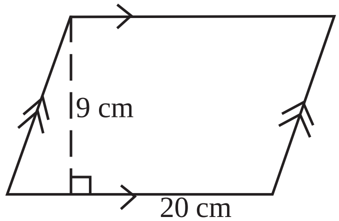
ii රූපය

✸ එය ii රූපයේ පරිදි තබන්න.
එවිට ii රූපයේ දැක්වෙන අයුරින් ඍජුකෝණාස්‍රයක් ලැබේ.
මෙම ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= x \times \mathrm{h}$ වේ.

සමාන්තරාස්‍රය මගින් ඍජුකෝණාස්‍රය නිර්මාණය කළ නිසා ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයට සමාන වේ.
∴ ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= x \times \mathrm{h}$ වේ.

සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය = පාදයක දිග × එම පාදය හා ඊට සම්මුඛ පාදය අතර ලම්බ දුර

නිදසුන 1

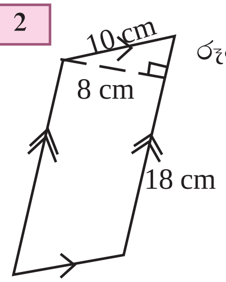


රූපයේ දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 20\text{ cm} \times 9\text{ cm}$

$= \underline{\underline{180\text{ cm}^2}}$

නිදසුන 2

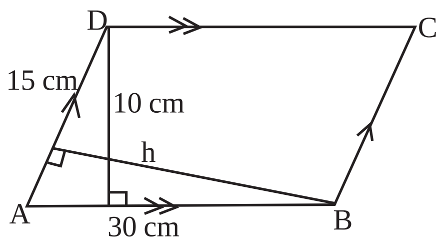


රූපයේ දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 18\text{ cm} \times 8\text{ cm}$

$= \underline{\underline{144\text{ cm}^2}}$

නිදසුන 3



රූපයේ hවලින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 30\text{ cm} \times 10\text{ cm}$
(AB පාදය සැලකීමෙන්)

$= 300\text{ cm}^2$

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 15\text{ cm} \times h$
(AD පාදය සැලකීමෙන්)

$$\therefore \quad 15\text{ cm} \times h = 300\text{ cm}^2$$

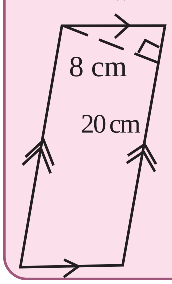
$$\frac{15\text{ cm} \times h}{15\text{ cm}} = \frac{300\text{ cm}^2}{15\text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{h = 20\text{ cm}}}$$

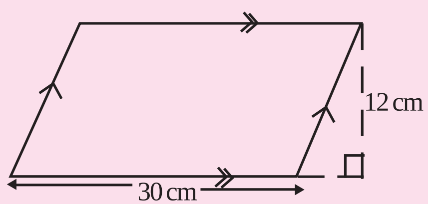
අභ්‍යාසය 22.1

(1) පහත දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵල සොයන්න.

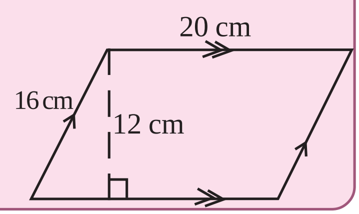
(i)



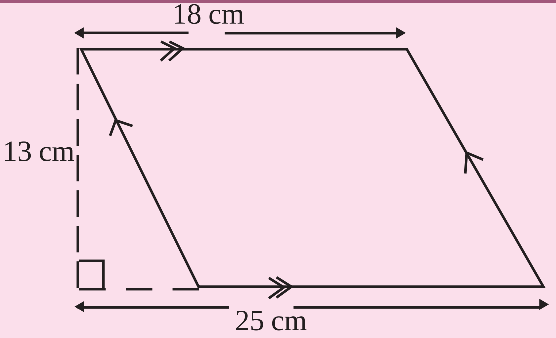
(ii)



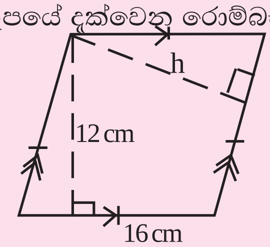
(iii)



(iv)

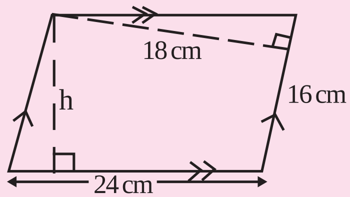


(2) රූපයේ දැක්වෙන රොම්බසයේ වර්ගඵලය 26cm^2 වේ. එහි පැත්තක දිග සොයන්න.



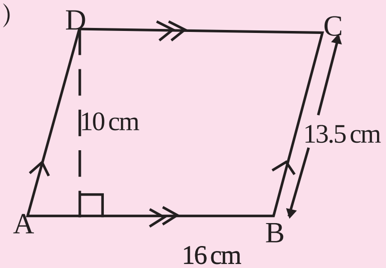
ඉහත ඔබ ලබාගත් පිළිතුර ඇසුරින් රොම්බසයක සම්මුඛ පාද යුගලයන් අතර ලම්බ උස පිළිබඳව ඔබගේ නිගමනය කුමක් ද?

(3)



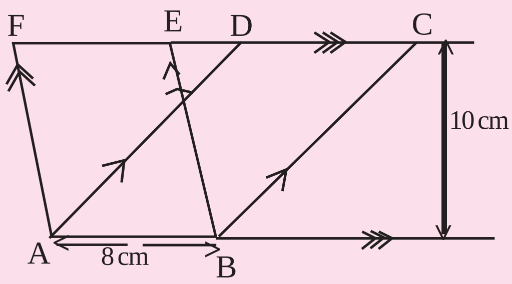
මෙම රූපයේ h මගින් දැක්වෙන උස සොයන්න.

(4)



ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ පරිමිතිය 64 cm කි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.

(5)



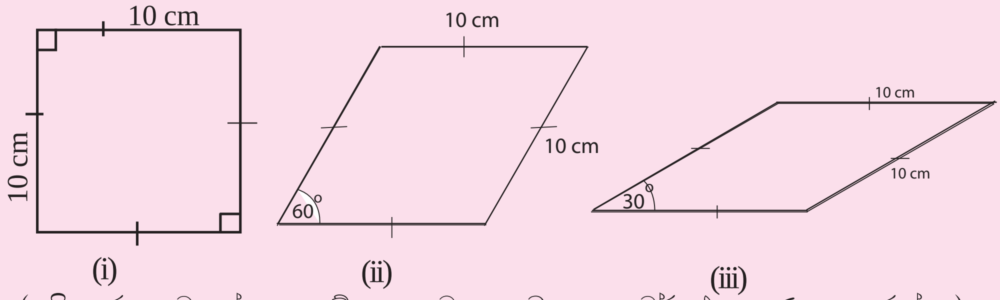
(i) රූපයේ ඇති සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් නම් කරන්න.

(iii) ඉහත දැක් වූ සමාන්තරාස්‍ර දෙකේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(iii) ඉහත සමාන්තරාස්‍ර දෙකෙහි වර්ගඵල අතර සම්බන්ධය කුමක් ද?

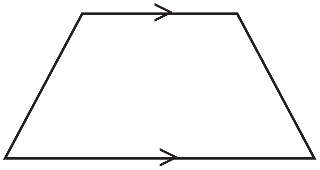
(iv) එසේ වීමට හේතු දක්වන්න.

(6) රූපයේ දැක්වෙන්නේ එකම පරිමිතියක් ඇති සමචතුරස්‍රයක් හා රොම්බස දෙකකි. එම රූපවල වර්ගඵල සමාන ද? / අසමාන ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.



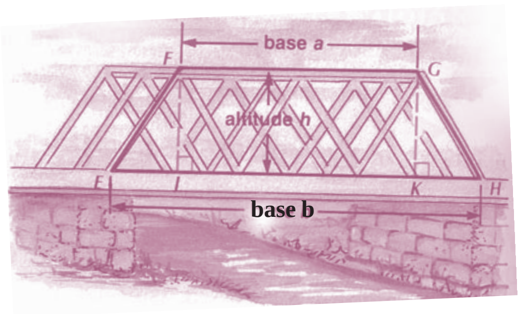
(ඉගිය, රූපසටහන් ඇඳ ලම්බ උස මැන ලබාගෙන, වර්ගඵල ගණනය කරන්න.)

22.2 ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය



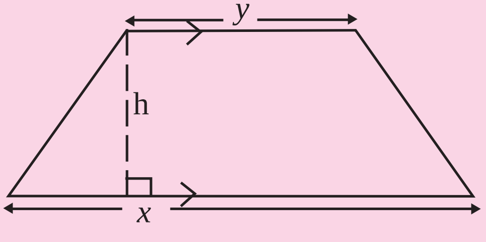
සම්මුඛ පාද යුගලයක් පමණක් සමාන්තර වූ චතුරස්‍රයක් ත්‍රපීසියමක් ලෙස හැඳින්වේ.

පහත දැක්වෙන්නේ පාලමක පින්තූරයකි. පාලම දෙපසෙහි ඇඳි ත්‍රපීසියමක හැඩයෙන් යුක්තය.

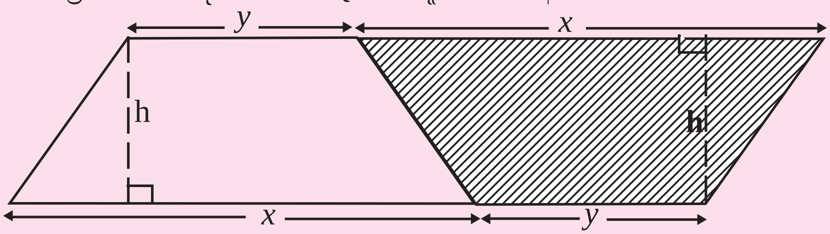


ක්‍රියාකාරකම 2

✸ කඩදාසියක් ගෙන එය දෙකට නවා එහි පහත රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රපීසියම පිටපත් කරන්න. එහි දර ඔස්සේ කපා ගත් විට එක ම ප්‍රමාණයේ හා හැඩයේ ත්‍රපීසියම් දෙකක් ලැබේ.



✸ එම ත්‍රපීසියම් දෙක පහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට තබන්න.



එවිට සමාන්තරාස්‍රයක් ලැබේ. ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය, එම සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් බව පැහැදිලි වේ.

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= (x + y) \times h$

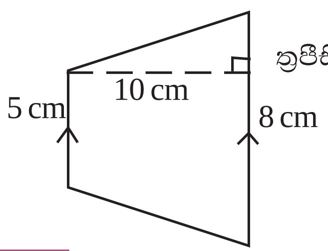
∴ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= (x + y) \times h \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}(x + y) \times h$ වේ.

∴ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ සමාන්තර පාද දෙකෙහි දිගෙහි එකතුව $\times$ සමාන්තර පාද දෙක අතර ලම්බ දුර

නිදසුන 4

රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය සොයන්න.



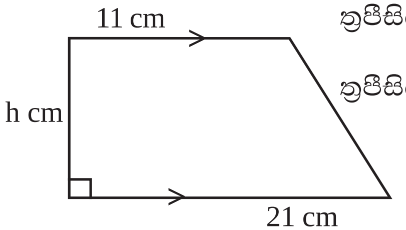
ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}(8 + 5) \times 10\ \text{cm}^2$

$= \frac{1}{\cancel{2}} \times 13 \times \overset{5}{\cancel{10}}\ \text{cm}^2$

$= \underline{\underline{65\ \text{cm}^2}}$

නිදසුන 5

රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $112\ \text{cm}^2$ වේ. එහි h වලින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.



ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= 112\ \text{cm}^2$

ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times (11 + 21) \times h$

$= \frac{32}{2} \times h$

$= 16\,h$

ඒ අනුව $16\,h = 112$

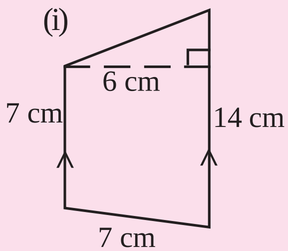
$$\frac{16\,h}{16} = \frac{112}{16}$$

$$h = 7\text{ cm}$$

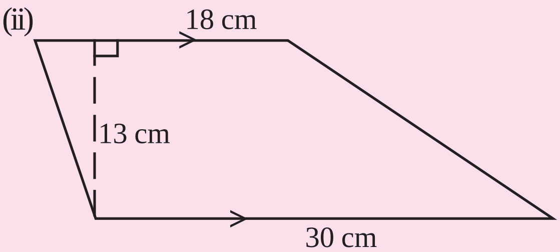
අභ්‍යාසය 22.2

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය සොයන්න.

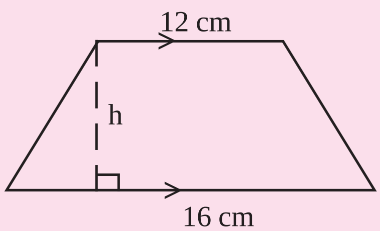
(i)



(ii)



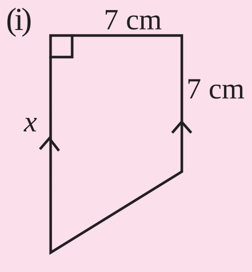
(2)



රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය 112 cm^2 කි. එහි h වලින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.

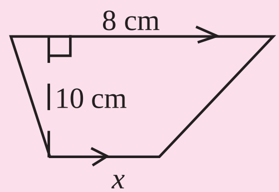
(3) පහත දැක්වෙන ත්‍රපීසියම්වල x අකුරින් දක්වා ඇති දිග සොයන්න. ඒ ඒ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය රූපය සමඟ දී ඇත.

(i)



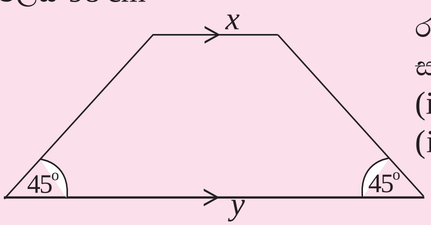
වර්ගඵලය 98 cm^2

(ii)



වර්ගඵලය 57.5 cm^2

(4)

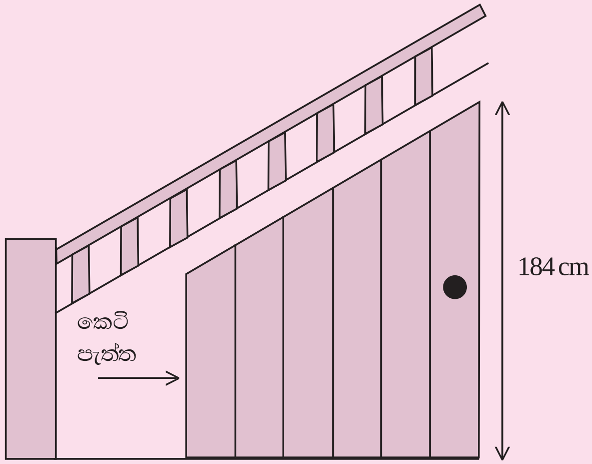


රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ ත්‍රපීසියම් හතරක් සපයා ඇත. එම ත්‍රපීසියම් හතර භාවිතයෙන්,

(i) සමචතුරස්‍රයක් ගොඩනගන්න.

(ii) එමගින් එක් ත්‍රැපීසියමක වර්ගඵලය දැක්වීමට විජීය ප්‍රකාශනයක් ගොඩනගන්න.

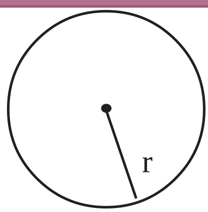
(5)



මෙම රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ පඩිපෙළක් යට තනා ඇති අල්මාරියක දෙරකි. එම දෙරේ එක් පැත්තක් අනෙක් පැත්තට වඩා 32.5cm ක් උසින් අඩු ය. දෙරෙහි පළල 76.4 cm කි.

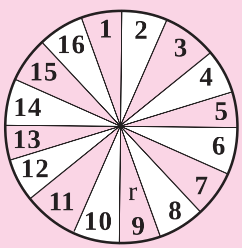
(i) දළ රූපයක් ඇඳ එහි දෙරෙහි සියලු ම මිනුම් ලකුණු කරන්න.
(ii) එම දෙරෙහි මතුපිට හැඩය කෙබඳු ද?
(iii) එම දෙරෙහි මතුපිට පිටතට පෙනෙන පැත්තේ වර්ගඵලය සොයන්න.

22.4 වෘත්තයක වර්ගඵලය

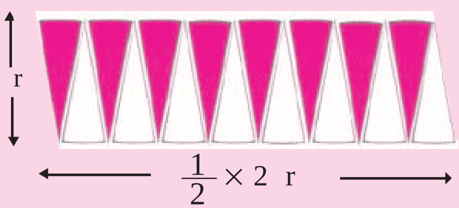


අරය r වූ වෘත්තයක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම 3



අරය 7 cm ක් පමණ වූ වෘත්තයක් කඩදාසියක ඇඳ, එය කේන්ද්‍රය හරහා යන සමාන කොටස් 16 කට බෙදා ගන්න. එම කොටස් කපා වෙන් කර පහත ආකාරයට කඩදාසියක අලවා ගන්න.



මෙහි හැඩය සමාන්තරාස්‍රයකි. ඔබ වෘත්තය කපන සමාන කොටස් ගණන තවදුරටත් වැඩි කළ හොත් මෙය ඉතා ම නිවැරදි වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක් ලැබේ.
වෘත්තය කපා අලවා ගත් සෘජුකෝණාස්‍රයක් නිසා වෘත්තයේ වර්ගඵලය සෘජුකෝණාස්‍රය වර්ගඵලයට සමාන වේ.

සෘජුකෝණාස්‍රයේ පළල $= r$
සෘජුකෝණාස්‍රයේ ආධාරකයේ දිග = වෘත්ත පරිධියෙන් අඩක්

$$= \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

$\therefore$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය = දිග $\times$ පළල

$$= r \times r$$

$\therefore$ වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= r^2$

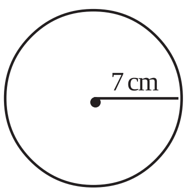
අරය r වූ වෘත්තයක වර්ගඵලය r^2 වේ.

මෙහි $= 3.14$ හෝ $\frac{22}{7}$ හෝ වේ.

නිදසුන 6

අරය 7 cm වූ වෘත්තයක වර්ගඵලය සොයන්න.

$\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.



වෘත්තයේ අරය $= 7\text{ cm}$
වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= r^2$

$$= \frac{22}{\cancel{7}} \times 7 \times \cancel{7}\text{ cm}^2$$

$$= \underline{\underline{154\text{ cm}^2}}$$

නිදසුන 7

එක්තරා වෘත්තාකාර තැටියක වර්ගඵලය 616 cm^2 වේ. එහි අරය සොයන්න.

$\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ ලෙස ගන්න.$\left.\right)$

වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= 616\text{ cm}^2$
$r^2 = 616\text{ cm}^2$

$$\frac{22}{7} \times r^2 = 616$$

$$\frac{\cancel{22}}{\cancel{7}} \times r^2 \times \frac{\cancel{7}}{\cancel{22}} = \overset{28}{\cancel{616}} \times \frac{7}{\cancel{22}}$$

$$r^2 = 28 \times 7$$

$$r^2 = 196$$

$$r = \sqrt{196}$$

වෘත්තයේ අරය $= 14 \text{ cm}$

අභ්‍යාසය 22.3

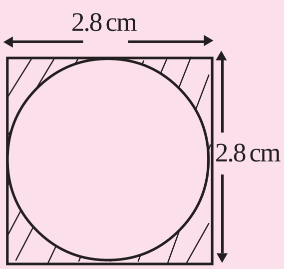
(1) පහත දැක්වෙන මිනුම් සහිත වෘත්තවල වර්ගඵලය ගණනය කරන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

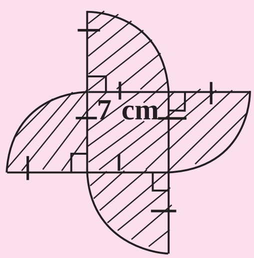
(i) අරය 14 cm (iii) විෂ්කම්භය 7 cm
(ii) අරය 10.5 cm (iv) විෂ්කම්භය 35 cm

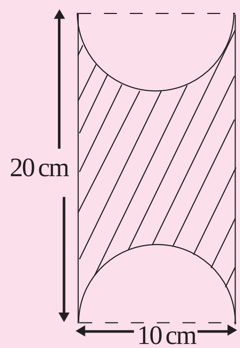
(2) පහත දැක්වෙන වර්ගඵලය සහිත වෘත්තවල අරය ගණනය කරන්න.

(i) 1 386 cm^2 (ii) 154 m^2

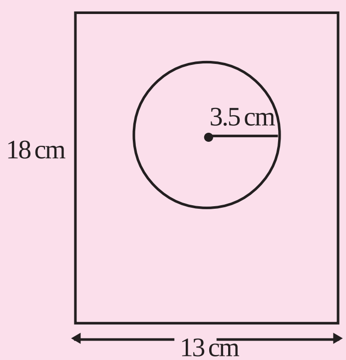
(3) පහත රූපවල අඳුරු කරනලද කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



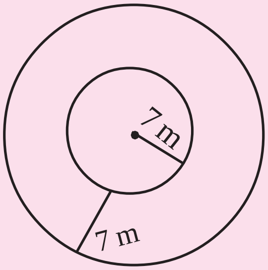




(4) රූපයේ දැක්වෙන්නේ සෘජුකෝණාස්‍ර තහඩුවකි. එහි වෘත්තාකාර කොටස කපා ඉවත් කළ විට ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



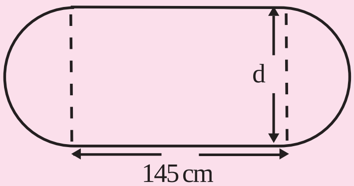
(5)



රූපයේ දැක්වෙන්නේ 7 m ක් වූ වෘත්තාකාර පොකුණක් හා ඒ වටා පළල 7 m වූ මල් වැවූ කොටසකි.

සාධක දනුම භාවිතයෙන් මල් වැවූ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(6)

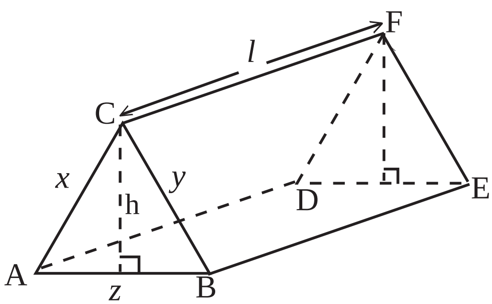


රූපයේ දැක්වෙන්නේ 400 m ක ධාවන පථයක අභ්‍යන්තර මායිම යි. සෘජුකෝණාස්‍ර කොටසේ දිග 145 m කි.

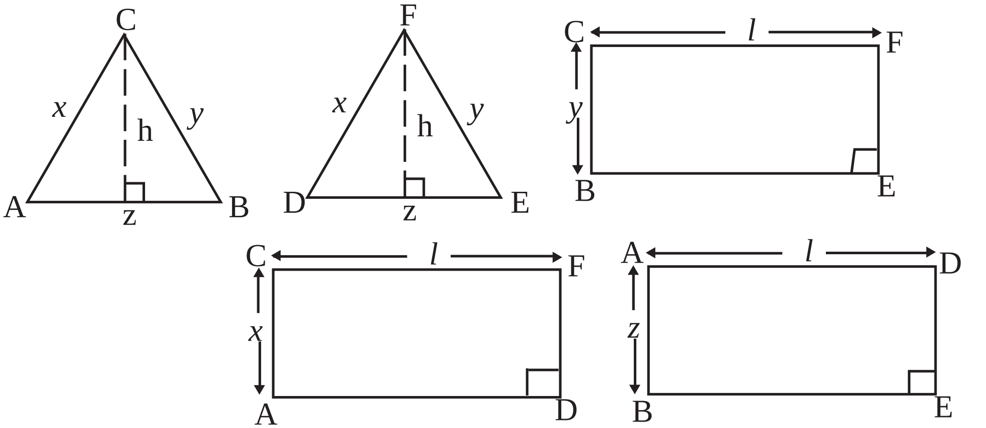
(i) දී ඇති දත්ත අනුව අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ විෂ්කම්භය සොයන්න.
(ii) මෙම ධාවන පථයෙන් ඇතුළත කොටසේ තණකොළ වවා ඇත්නම් තණකොළ වැවූ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(iii) 1 m^2 ක තණකොළ වැවීම සඳහා රු 25ක් වියදම් වේ නම් ධාවන පථයේ ඇතුළත කොටසේ තණකොළ වැවීම සඳහා යන වියදම සොයන්න.

22.5 ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩක් සහිත සෘජු ප්‍රිස්මයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

මීට පෙර ඔබ 8 ශ්‍රේණියේ දී තල මුහුණත් සහිත හරස්කඩ ඒකාකාර ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම යටතේ ඝනක සහ ඝනකාභවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම කර ඇත. මෙහි දී අප ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩක් සහිත සෘජු ප්‍රිස්මයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයමු.



මෙම ප්‍රිස්මය මුහුණත් පහකින් සමන්විත වන අතර අපි එක් එක් මුහුණත්වල හැඩය විමසමු. ABC මුහුණතෙහි AC හි දිග x ද, BC හි දිග y ද, AB හි දිග z ද වේ.



මේ අනුව වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් 2ක් හා සෘජුකෝණාස්‍ර මුහුණත් 3 කින් ප්‍රිස්මය සමන්විත බව පෙනේ.

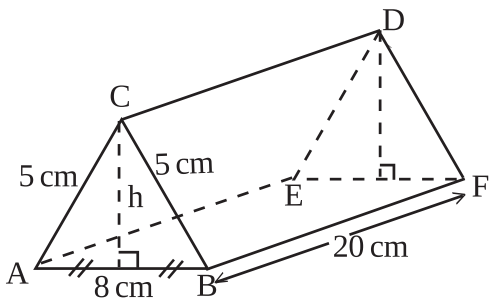
මේ එක් එක් පෘෂ්ඨයක වර්ගඵලය සොයා ඒවා එකතුකිරීමෙන් ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ලැබේ.

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙකෙහි වර්ගඵලය $= \left(\frac{1}{2} \times z \times h\right) \times 2$

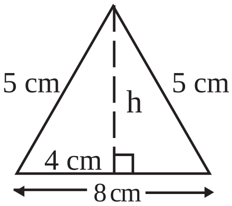
$= zh$

CBEF සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය $= y \times l = y\,l$
CADF සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය $= x \times l = x\,l$
ABED සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය $= z \times l = z\,l$
ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= zh + y\,l + x\,l + z\,l$ වේ.

නිදසුන 8



රූපයේ දැක්වෙන ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
මෙහි ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය සෙවීමට, එහි h උස සොයා ගැනීමට පයිතගරස් සම්බන්ධය යොදා ගනිමු.



$h^2 + 4^2 = 5^2$
$h^2 = 5^2 - 4^2$
$h^2 = 25 - 16 = 9$
$h^2 = 9$
$h = \sqrt{9}$
$h = 3 \text{ cm}$

ත්‍රිකෝණාකාර එක් මුහුණතක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 8 \text{ cm} \times h$

$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{4}{\cancel{8}} \text{ cm} \times 3$

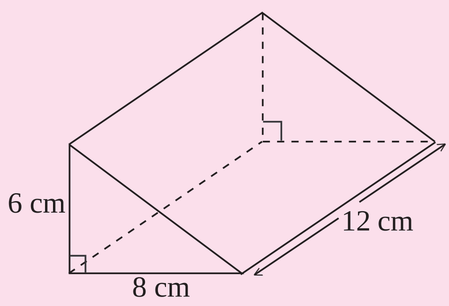
$= 12 \text{ cm}^2$

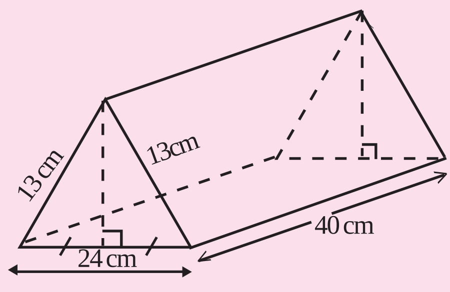
එවැනි මුහුණත් 2 ක වර්ගඵලය $= 12 \text{ cm}^2 \times 2 = 24 \text{ cm}^2$

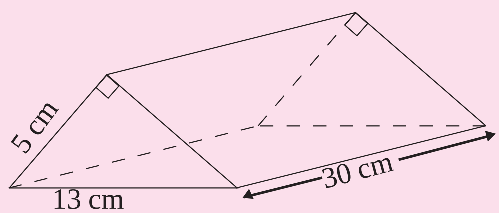
CDFB සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය $= 20 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$
ABFE සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය $= 20 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} = 160 \text{ cm}^2$
ACDE සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය $= 20 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$
මුළු ප්‍රිස්මයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 24 \text{ cm}^2 + 100 \text{ cm}^2 + 160 \text{ cm}^2 + 100 \text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{384 \text{ cm}^2}}$

අභ්‍යාසය 22.4

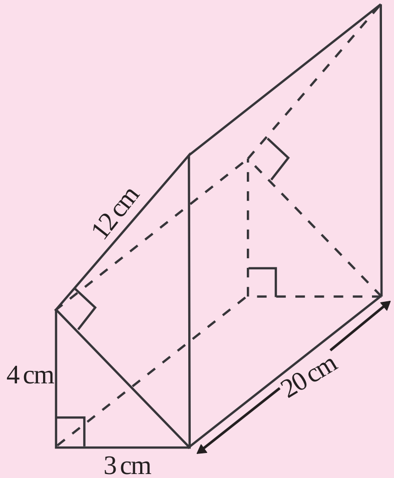
(1) පහත දැක්වෙන ප්‍රිස්මවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵල සොයන්න.



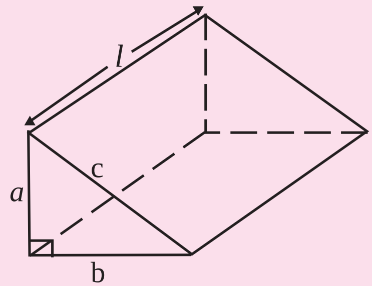




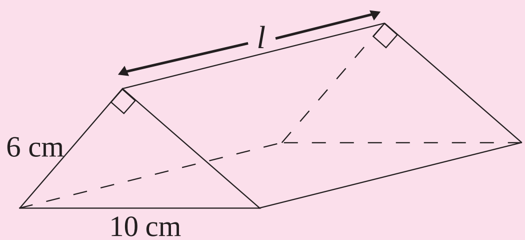
(2) රූපයේ දැක්වෙන්නේ ඍජු ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්ම 2ක් එකට අලවා සාදන ලද ප්‍රිස්මයකි. මෙම ප්‍රිස්මයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



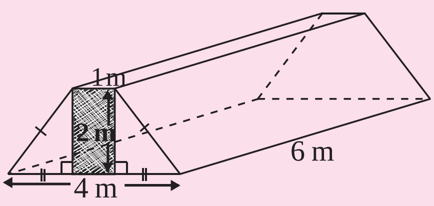
(3) මෙම ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ගොඩනගන්න.



(4) රූපයේ දැක්වෙන ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 528 cm^2 කි. එහි දිග l සොයන්න.



(5) පහත දැක්වෙන්නේ සමතලා පොළොවක සවි කළ බාලදක්ෂ කූඩාරමක සැලැස්මකි. එහි මිනුම් රූපයේ දැක්වේ. පාට කළ කොටස කූඩාරමට ඇතුළුවන දොරටුවයි. අනෙක් පැති සියල්ල කැන්වස් රෙද්දෙන් ආවරණ කර ඇත්නම් මේ සඳහා අවශ්‍ය කැන්වස් රෙදි ප්‍රමාණය සොයන්න.



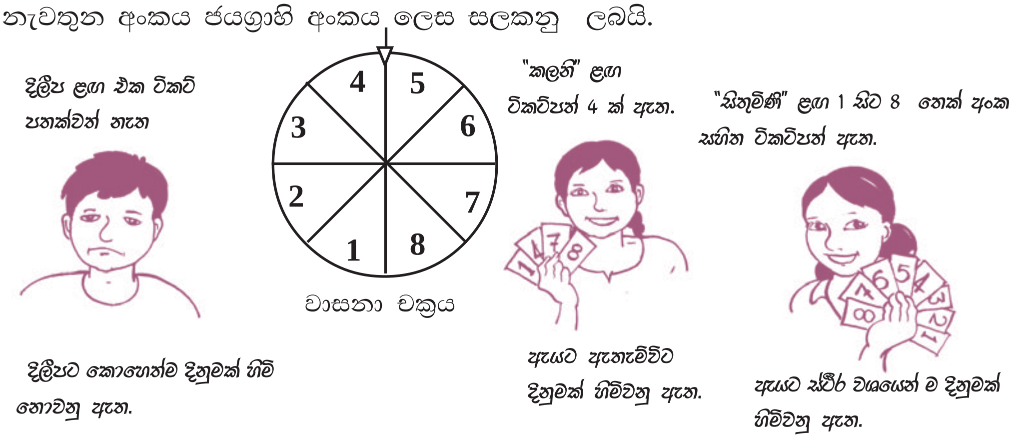
23 සම්භාවිතාව

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,
- ✸ අහඹු පරීක්ෂණ හඳුනාගැනීම
- ✸ අහඹු පරීක්ෂණයක නියැදි අවකාශය ලියා දැක්වීම
- ✸ සම සේ භව්‍ය සිද්ධියක සම්භාවිතාව ගණනය කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

23.1 අහඹු පරීක්ෂණ

ලොතරැයි දිනුම් ඇදීමක දී 1 8 තෙක් අංක යෙදූ කරකැවෙන තැටියක දර්ශකය අසල නැවතුන අංකය ජයග්‍රාහී අංකය ලෙස සලකනු ලබයි.



වාසනා චක්‍රය

විය හැකියාව අනුව සිදුවීම් වර්ග තුනක් යටතේ වර්ග කළ හැකි වේ.
- ✸ නිසැකව ම සිදුවන
- ✸ කොහෙත් ම සිදු නොවන
- ✸ ඇතැම්විට සිදුවන

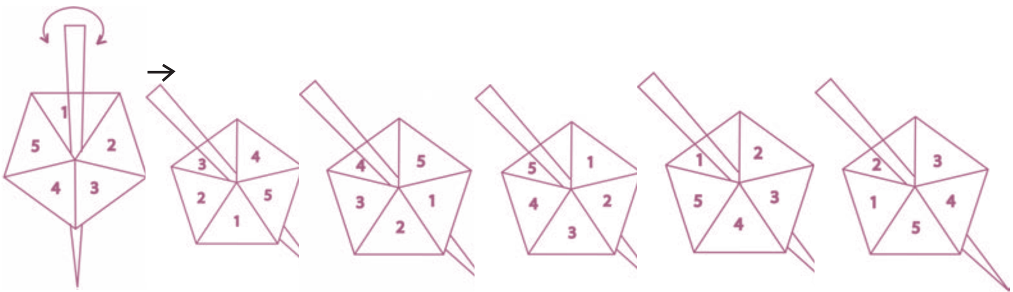
අහඹු පරීක්ෂණයක ලක්ෂණ මෙසේ ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

- ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ල කලින් දැන සිටීම.
- ඒ අවස්ථාවේ ලැබෙන ප්‍රතිඵලය නිසැකව ම කිව නොහැකි වීම.
- පරීක්ෂණය නැවත නැවත කළ හැකි වීම.
- නැවත නැවත කළ ද ප්‍රතිඵලවල කිසියම් රටාවක් නොවීම.

මෙවැනි පරීක්ෂණ අහඹු බවින් යුක්ත යැයි කියනු ලැබේ.

23.2 නියැදි අවකාශය

පහත දැක්වෙන බඹරය කරකවා අතහැරිය විට මේසයේ පෘෂ්ඨය ස්පර්ශ වන දරය අයත්වන ත්‍රිකෝණයේ සඳහන් අංකය සටහන් කරගනු ලැබේ. එය නැවත නැවත කළ විට ලැබිය හැකි සියලු ම ප්‍රතිඵලයන් පහත රූපයේ දැක්වේ.



1 ලැබීම   2 ලැබීම   3 ලැබීම   4 ලැබීම   5 ලැබීම

පරීක්ෂණය සිදු කිරීමේ දී ලැබිය හැකි සියලු ප්‍රතිඵලයන් ඇතුළත් කුලකය නියැදි අවකාශය ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. නියැදි අවකාශය S මගින් සංකේතවත් කෙරේ. මෙම සිද්ධියේ නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ වේ.

කිසියම් පරීක්ෂණයක ලැබිය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල ඇතුළත් කුලකය එම පරීක්ෂණයේ "නියැදි අවකාශය" ලෙස හැඳින්වේ.

ඉහත නියැදි අවකාශය තුළ ඇති උප කුලක කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

1 ලැබීම $A = \{1\}$

2 ලැබීම $B = \{2\}$

3 ලැබීම $C = \{3\}$

ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීම $= \{1, 3, 5\}$

ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීම $= \{2, 4\}$

ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීම $= \{2, 3, 5\}$

මේ හැර තවත් උපකුලක රැසක් ලිවිය හැකි ය. නියැදි අවකාශය ඇසුරින් ලිවිය හැකි ඕනෑම උපකුලකයක් **සිද්ධියක්** ලෙස හඳුන්වයි.

නිදසුන 1

පැතිවල 1, 2, 3, 4 ලකුණු කළ සවිධි චතුස්තලයක් ඉහළ දැමීමට
අදාළ නියැදි අවකාශය S = {1, 2, 3, 4}

1 ලැබීම සිද්ධියකි {1}
2 ලැබීම සිද්ධියකි {2}

2ට වැඩි සංඛ්‍යා ලැබීම සිද්ධියකි ⟶ = {3, 4}
ඔත්තේ සංඛ්‍යා ලැබීම සිද්ධියකි ⟶ = {1, 3}
සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යා ලැබීම සිද්ධියකි ⟶ = {1, 4}

මෙම සිද්ධි අතුරින් නැවත කොටස්වලට බෙදිය නොහැකි සිද්ධි **සරල සිද්ධි** ලෙස හඳුන්වයි. 1 ලැබීම, 2 ලැබීම වැනි සිද්ධි නැවත කොටස් කළ නොහැකි හෙයින් ඒවා සරල සිද්ධි වේ.

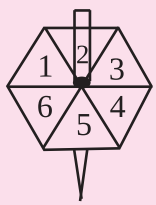
අභ්‍යාසය 23.1

පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ නියැදි අවකාශය ලියා එක් එක් නියැදි අවකාශය ඇසුරින් ඔබ කැමති සිද්ධි දෙකක් බැගින් ලියන්න.

(1) නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීම.

(2) පැති හයෙහි 1, 2, 3, 4, 5, 6 ලකුණු කළ ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීම.

(3)



මෙහි දක්වෙන බඹරය කරකවා අතහැරීමේ දී මේසයේ ස්පර්ශවන ත්‍රිකෝණාකාර පැත්තේ සඳහන් අංකය

(4) රතු$_1$ රතු$_2$ නිල්$_1$ නිල්$_2$ නිල්$_3$ යනුවෙන් ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් සමාන බෝල 5 ක් ඇති මල්ලකින් අහඹු ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගැනීම.

(5) පිරිමි 3ක් සහ ගැහැනු 4ක් සිටින කණ්ඩායමකින් අහඹු ලෙස නායකයකු තේරීම.

(6) 1 සිට 10 තෙක් අංක ලියූ සමාන ප්‍රමාණයේ කාඩ්පත් ඇති පෙට්ටියකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ඉවතට ගැනීම.

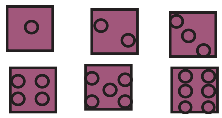
(7) සතියේ දින 7න් අහඹු ලෙස දිනයක් තෝරා ගැනීම

(8) රථගාලක ත්‍රිරෝද රථ 3ක්, වෑන් 4ක් සහ කාර් 3 ඇත. රථ ගාලෙන් ඊ ළඟ මොහොතේ පිට ව යන වාහනය

(9) මල්ලක ස්ට්‍රෝබෙරි රස ටොෆි 5ක් ද, දොඩම් රස ටොෆි 3ක් ද ඇත. අහඹු ලෙස ඉන් ටොෆියක් ඉවතට ගැනීම.

23.3 සම සේ භව්‍ය සිද්ධි

සාධාරණ නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීම.



ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල හයකි. සෑම ප්‍රතිඵලයක් ම ලැබීමේ වියහැකියාව සමාන වේ.

එනම් සෑම ප්‍රතිඵලයක් ම ලැබීම සම සේ භව්‍ය වේ.

සාධාරණ නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීම.

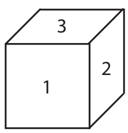
සිරස   අගය

ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල දෙකකි. සෑම ප්‍රතිඵලයක් ම ලැබීමේ වියහැකියාව සමාන වේ.

මෙම ප්‍රතිඵලයන් දෙක සම සේ භව්‍ය වේ.

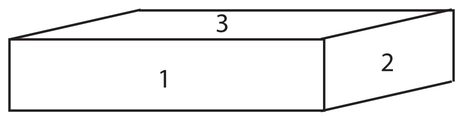
සම සේ භව්‍ය සිද්ධි

(A)



මෙය ඝනකාකාර දදු කැටයකි. පැති හයෙහි 1, 2, 3, 4, 5, 6 සලකුණු කර ඇත.

(B)



මෙය ඝනකාභ හැඩැති දදු කැටයකි. පැති හයෙහි 1, 2, 3, 4, 5, 6 සලකුණු කර ඇත.

පළමුවැන්න (A) දැමූ විට සෑම සිදුවීමක් ම වීමේ හැකියාව එක හා සමාන වේ. එනම් එය නොනැඹුරු සාධාරණ දදු කැටයකි.
දෙවැන්න (B) දැමූ විට 3 ලැබීමට වැඩි වියහැකියාවක් ඇත. එහෙත් 2 ලැබීමේ විය හැකියාව ඊට අඩු ය. ඝනාකාකාර දදු කැටයේ සිද්ධි සිදුවීමේ වියහැකියාව සමාන බැවින් ඒවා සම සේ භව්‍ය වේ. ඝනකාභ හැඩැති දදු කැටයේ සිද්ධි සිදුවීමේ වියහැකියාව සමාන නොවන බැවින් ඒවා සම සේ භව්‍ය නොවේ.

නියැදි අවකාශයේ ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් වියහැකියාවන් සමාන වූ සිද්ධි සම සේ භව්‍ය සිද්ධි වේ.

තවත් සිද්ධියක් සලකා බලමු.

කඩදාසි මල්ලක් තුළ සෑම අතින් ම සමාන රතු බෝල 3ක් ද, සුදු බෝල 5ක් ද, කහ බෝල 4ක් ද ඇත. මල්ල තුළින් අහඹු ලෙස (තේරීමකින් තොරව) එකක් ඉවතට ගැනීමේ දී ඕනෑ ම බෝලයක් අතට අසුවිය හැකි ය. ඉහත සෑම එකක් ම සිදුවීමට ඇති ඉඩකඩ එක සමාන ය. මෙවැනි සිද්ධි සම සේ භව්‍ය සිද්ධි ලෙස හඳුන්වයි.

අභ්‍යාසය 23.2

පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ දී නියැදි අවකාශයේ එක් එක් අවයවයකින් නිරූපිත සිද්ධීන් සම සේ භව්‍ය නම් කොටුව තුළ ✓ සලකුණ ද සම සේ භව්‍ය නොවේ නම් ✗ සලකුණ ද යොදන්න.

(1) සෑම අතින් ම එක සමාන (සමබර) ඝනකාකාර දාදු කැටයක් පෙරළීම $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ☐

(2) නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීම $S = \{H, T\}$ ☐

(3) ඩ්‍රෝවින් පින් එකක් උඩ දැමීම $S =$  ☐

(4) ටොනික් පියනක් උඩ දැමීම $S =$  ☐

(5) කවඩියක් උඩ දැමීම $S =$  ☐

(6) බෑගයක ඇති එක සමාන රතු වීදුරු බෝල 3ක් හා කොළ වීදුරු බෝල 4 කින් එකක් අහඹු ලෙස ගැනීම $S = \{R_1, R_2, R_3, G_1, G_2, G_3, G_4\}$ ☐

(7) එක පැත්තක ඊයම් ස්වල්පයක් තවරන ලද කාසියක් උඩ දැමීම $S = \{H, T\}$ ☐

(8) කඩදාසි කුට්ටමකින් අහඹු ලෙස කොළයක් ඉවතට ගැනීම
$S = \{$රුවිත, හාරත, ඉස්කෝප්ප, කලාබර$\}$ ☐
(මෙහි ඇත්තේ ක්‍රීඩාවට යොදා ගන්නා කොළ 52 හි වර්ග හතර බව සලකන්න)

(9) පැති 6ක් ඇති සමබර ඝනාකාකාර දාදු කැටයක් පැති 2ක් රතුපාට ද, පැති 3ක් කොළපාට ද, පැති 1ක් නිල්පාට ද ආලේප කර ඇත. මෙම දාදු කැටය එක්වරක් උඩ දැමීමේ දී රතු හෝ කොළ හෝ නිල් වර්ණයක් ලැබීම. ☐

23.4 සම සේ භව්‍ය සිද්ධියක සම්භාවිතාව

$$\text{අපේක්ෂිත සිද්ධියක සම්භාවිතාව} = \frac{\text{අපේක්ෂිත සිද්ධියට අදාළ කුලකයේ අවයව සංඛ්‍යාව}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව සංඛ්‍යාව}}$$

A නම් සිද්ධියට අදාළ අවයව ගණන n (A) ද, නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන n (S) ද, A සිදුවීමේ සම්භාවිතාව p (A) ද වේ නම්.

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \text{ වේ.}$$

නිදසුන 2

1, 2, 3, 4, 5, 6 යන අංක, සංකේත මගින් පැති හයේ ලකුණු කර ඇති ඝනකාකාර දාදු කැටයක් වරක් උඩ දැමීම සලකා බලමු.

1 වැටීමේ සම්භාවිතාව	2 වැටීමේ සම්භාවිතාව	3 වැටීමේ සම්භාවිතාව	4 වැටීමේ සම්භාවිතාව	5 වැටීමේ සම්භාවිතාව	6 වැටීමේ සම්භාවිතාව
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} සහ n(S) = 6 වේ.
ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම්,
A = {1, 3, 5} සහ n(A) = 3 වේ.

ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව P(A) $= \frac{n(A)}{n(S)}$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$

ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය B නම්,
B = {2, 3, 5}, n(B) = 3 වේ.

ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව P(B) $= \frac{n(B)}{n(S)}$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

නිදසුන 3

ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් එක සමාන රතු පබළු 7ක් ද, නිල් පබළු 5ක් ද, කහ පබළු 3ක් ද ඇත. හසිත අහඹු ලෙස ඉන් පබළුවක් ඉවතට ගනී.

(i) ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියන්න.

$$S = \{R_1\ R_2\ R_3\ R_4\ R_5\ R_6\ R_7\ B_1\ B_2\ B_3\ B_4\ B_5\ Y_1\ Y_2\ Y_3\}$$

(ii) n(S) කීය ද?

$$n(S) = 15$$

(iii) රතු පබළුවක් ලැබීමේ සිද්ධි කුලකය A නම්, A කුලකය ලියා දක්වන්න.

$$A = \{R_1\ R_2\ R_3\ R_4\ R_5\ R_6\ R_7\}$$

(iv) n(A) කීය ද?

$$n(A) = 7$$

(v) රතු පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{7}{15}$$

(vi) රතු පබළුවක් නොලැබීමේ සිද්ධි කුලකය B නම්, B කුලකය ලියා දක්වන්න.

$$B = \{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, Y_1, Y_2, Y_3\}$$

(vii) n(B) කීය ද?

$$n(B) = 8$$

(viii) රතු පබළුවක් නොලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$= \frac{8}{15}$$

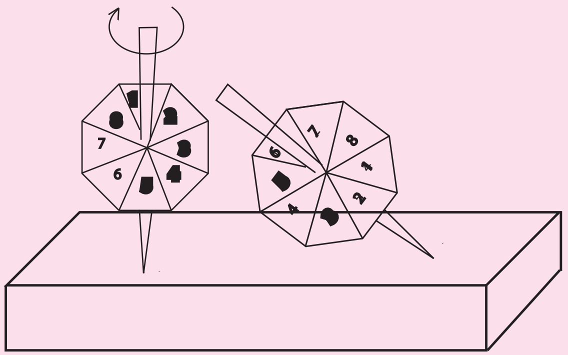
රතු පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව + රතු පබළුවක් නොලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{7}{15} + \frac{8}{15} = \underline{\underline{1}}$

අභ්‍යාසය 23.3

(1) ඝනකාකාර දාදු කැටයක එක් එක් පෘෂ්ඨයේ 1 සිට 6 තෙක් අංක යොදා ඇත. සඳුන් එය එක් වරක් උඩ දමයි.

(i) ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියන්න.
(ii) අංක 3 වැටීමේ සම්භාවිතාව කීය ද?
(iii) ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සිද්ධිය A නම්, A කුලකයේ අවයව ලියන්න.
(iv) n(A) කීය ද?
(v) P(A) සොයන්න.

(2)



(i) රූපයේ දක්වෙන බඹරය කරකවා අතහැරිය විට මේසයේ පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශවන දරය අයත් ත්‍රිකෝණයේ සඳහන් අගය ලෙස ලැබිය හැකි සියලු ම ප්‍රතිඵල අඩංගු නියැදි අවකාශය ලියන්න.
(ii) n(S) කීය ද?
(iii) පහත දක්වෙන එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(a) 4 මේසයේ පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.
(b) 6 මේසයේ පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.
(c) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.
(d) ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.
(e) ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යාවක් පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.
(f) සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යාවක් පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.

(3) සාධාරණ ඝනකාකාර දාදු කැටයක පැති දෙකක අංක 1 ද, පැති තුනක අංක 2 ද එක් පැත්තක අංක 3 ද ලියා ඇත.

(i) ලැබිය හැකි සියලු සිදුවීම් අඩංගු නියැදි අවකාශය ලියන්න.
(ii) වැඩි සම්භාවිතාවක් ඇත්තේ 1, 2, 3 අතුරින් කවර සංඛ්‍යාව ලැබීමට ද? ඔබේ පිළිතුර හේතු දක්වමින් පෙන්වා දෙන්න.
(iii) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය අපේක්ෂා කළේ නම් එම සිද්ධිය සිදුවීම් කුලකයේ අවයව සංඛ්‍යාව කීයද?
(iv) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව කීය ද?

(4) (i) CHRISTABLE යන වචනයේ එක් එක් අකුර බැගින් ලියූ එක සමාන කාඩ් පත්, පෙට්ටියක් තුළ ඇත. අහඹු ලෙස ඉන් කාඩ් පතක් ගන්නා අයකුට ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියන්න.
(ii) එසේ ගත් කාඩ්පතේ R අක්ෂරය සඳහන් ව තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iii) ඉහත අක්ෂර අතරින් ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ස්වර අක්ෂරයක් ලැබීමේ සිද්ධිය X නම්, n (X) කීය ද?
(iv) P(X) සොයන්න.

(5) පාපන්දු කණ්ඩායමක එක සමාන හැකියාවෙන් යුත් ක්‍රීඩකයන් 11 ක් සිටියහ. ඉන් 4 දෙනෙක් හිස්වැසුම් පැලඳ සිටි අතර, අතෙහි නිල්පාට පටියක් බැඳගත් දෙදෙනෙකු ද රතු මේස් පැලඳි 5 දෙනෙකු ද සිටිය හ.
කණ්ඩායමේ ඊළඟ ලකුණු රැස්කර ගන්නා ක්‍රීඩකයා
(i) හිස්වැසුමක් පැලැඳි අයකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(ii) රතු මේස් පැලඳි අයකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iii) අතෙහි නිල් පටියක් බැඳගත් අයකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iv) රතු මේස් පැලඳි අයෙකු හෝ නිල් පටියක් බැඳගත් අයකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(6) පෙට්ටියක බෝල් පොයින්ට් පෑන් 12ක් ඇත. ඒවා ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් සමාන වන අතර ඒවා 4ක් නිල් පෑන් ද 3ක් රතු පෑන් ද, ඉතිරිවා කළු පෑන් ද, වේ. අහඹු ලෙස මෙම පෙට්ටියෙන් පෑනක් ඉවතට ගනී.
(i) ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියන්න.
(ii) නිල් පෑනක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iii) රතු පෑනක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iv) කළු පෑනක් නොලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(v) නිල් පෑනක් නොලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(vi) රතු පෑනක් නොලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(vii) ඉහත (ii) සහ (v) දී ඔබට ලැබුණු පිළිතුරුවල එකතුව ලබා ගන්න.
(viii) ඉහත (iii) සහ (vi) දී ඔබට ලැබුණු පිළිතුරුවල එකතුව ලබා ගන්න.
(xi) ඒ ඇසුරින් එළඹිය හැකි පොදු නිගමනය ලියන්න (සම්බන්ධයක්)
(x) එම සම්බන්ධය භාවිත කරමින් කළු පෑනක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව ලබා ගන්නා අයුරු ඉදිරිපත් කරන්න.

(7) අංක යෙදූ සමාන බෝල 15ක් බෑගයක දමා ඇත. ඉන් පහක අංක 1 ද, එකක අංක 2 ද, දෙකක අංක 3 ද, ඉතිරි ඒවායේ අංක 4 ද යොදා ඇත. මේ තුළින් අහඹු ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනී.
(i) එය අංක 1 සහිත බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව කීය ද?
(ii) එය අංක 1 සහිත බෝලයක් නොවීමේ සම්භාවිතාව කීය ද?
(iii) ඉවතට ගත් බෝලයේ අංකය ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් නොවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iv) ඉවතට ගත් බෝලයක් ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව සහ ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යාවක් නොවීමේ සම්භාවිතාව අතර වෙනස සොයන්න.

(8) පෙට්ටියක් තුළ එකම තරමේ සහ හැඩයේ ටොෆි වර්ග කීපයක් ඇත. ඒ පිළිබඳ තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වේ.

	අන්නාසි රස	දෙහි රස
රෝස පාට	12	6
කහ පාට	15	17

අහඹුලෙස පෙට්ටියෙන් ටොෆියක් ඉවතට ගනී. එය,

(i) අන්නාසි රස ටොෆියක් වීමේ
(ii) දෙහි රස ටොෆියක් වීමේ
(iii) රෝස පාට ටොෆියක් වීමේ
(iv) කහ පාට ටොෆියක් වීමේ
(v) රෝස පාට දෙහි රසැති ටොෆියක් වීමේ
(vi) කහ පාට අන්නාසි රසැති ටොෆියක් වීමේ

සම්භාවිතා සොයන්න.

24 බහුඅස්‍රවල කෝණ

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- "පාද n ඇති බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සෘජුකෝණ 2n - 4 වේ" යන ප්‍රමේයය සත්‍යාපනය හා භාවිතය
- බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණ හඳුනා ගැනීම
- "ඕනෑ ම බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය 360^0 වේ" යන ප්‍රමේයය භාවිතය
- බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය යොදා ගැටළු විසඳීම

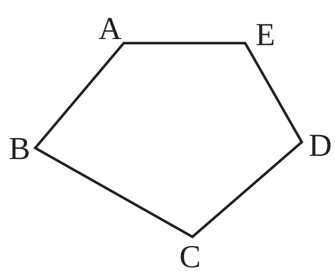
යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා ළඟාවීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

24.1 බහුඅස්‍ර

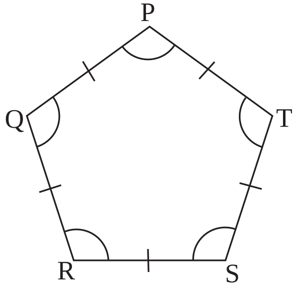
සරල රේඛා ඛණ්ඩවලින් වට වූ සංවෘත තල රූප බහුඅස්‍ර ලෙස අපි දනිමු. එම සරල රේඛා ඛණ්ඩ බහුඅස්‍රයේ පාදවන අතර එම පාදගණන අනුව ඒවා නම් කෙරේ. අඩු ම පාද ගණනකින් සාදගත හැකි බහුඅස්‍රය ත්‍රිකෝණයයි. අනෙක් බහුඅස්‍ර ඒවායේ පාද ගණන අනුව නම් කෙරේ.

පාද හතරක් ඇති බහුඅස්‍ර ⟶ චතුර් + අස්‍ර ⟶ චතුරස්‍ර
පාද පහක් ඇති බහුඅස්‍ර ⟶ පංච + අස්‍ර ⟶ පංචාස්‍ර
පාද හයක් ඇති බහුඅස්‍ර ⟶ ෂඩ් + අස්‍ර ⟶ ෂඩස්‍ර

එක් එක් බහුඅස්‍රයට අයත් පාද ගණනට සමාන අභ්‍යන්තර කෝණ ගණනක් බහුඅස්‍රයට අයත් වේ.



රූපයේ දැක්වෙන්නේ ABCDE පංචාස්‍රයකි. එහි පාද AB, BC, CD, DE හා AE වන අතර අභ්‍යන්තර කෝණ $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$, $C\hat{D}E$, $D\hat{E}A$, හා $E\hat{A}B$ වේ.

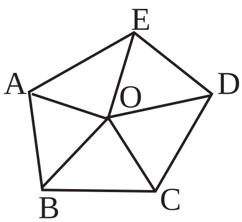


බහුඅස්‍රයකට අයත් සියලු ම පාද එකිනෙකට සමාන ව සියලු ම අභ්‍යන්තර කෝණ ද එකිනෙකට සමාන වුවහොත් එවැනි බහුඅස්‍ර **සවිධි බහුඅස්‍ර** ලෙස හැඳින්වේ.

PQRST සවිධි පංචාස්‍රයකි. එහි සියලු ම පාද සමාන වේ. එනම්, $PQ = QR = RS = ST = PT$ වේ. සියලු කෝණ ද සමාන වේ.

එනම් $P\hat{Q}R = Q\hat{R}S = R\hat{S}T = S\hat{T}P = T\hat{P}Q$ වේ.

24.2 බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය



රූපයේ දැක්වෙන ABCDE පංචාස්‍රය තුළ පිහිටි ඕනෑම O ලක්ෂ්‍යයකට, පංචාස්‍රයේ සියලුම ශීර්ෂ යා කර ඇත. එවිට, AOB, BOC, COD, DOE හා AOE ත්‍රිකෝණ පහ ලැබී තිබේ. එම එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ O ශීර්ෂය, පංචාස්‍රය තුළ පිහිටි O ලක්ෂ්‍යය මත පිහිටයි. එවිට,

$A\hat{O}B, B\hat{O}C, C\hat{O}D, D\hat{O}E,$ හා $A\hat{O}E$, O ලක්ෂ්‍යය වටා පිහිටි කෝණ වේ. එබැවින්,

$A\hat{O}B + B\hat{O}C + C\hat{O}D + D\hat{O}E + E\hat{O}A = 360^0$(ලක්ෂ්‍යයක් වටා පිහිටි කෝණවල ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ 4 යි.)

O වටා පිහිටි කෝණ බහුඅස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවලට අයිති නැත. ත්‍රිකෝණ පහේ, ඉතිරි කෝණවලින් බහුඅස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය ලැබේ.

එක් ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^o$ = සෘජුකෝණ 2×1
$\therefore$ ත්‍රිකෝණ පහේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^o \times 5$ = සෘජුකෝණ 2×5
ත්‍රිකෝණ පහේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යයෙන් O වටා පිහිටි කෝණවල ඓක්‍යය අඩු කළ විට බහුඅස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය ලැබේ.

ඒ අනුව
පංචාස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ $[(2 \times 5) - 4]$
ඉහත ආකාරයට ම පාද 6ක්, පාද 7ක්, පාද 8ක් ... ආදී ලෙස ඕනෑ ම බහුඅස්‍රයක් සඳහා ඉහත සම්බන්ධතාව ලබා ගත හැකි ය.

බහු අස්‍රයක පාද ගණන අනුව
පාද පහක් ඇති විට අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ $[(2 \times 5) - 4]$
පාද හයක් ඇති විට අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ $[(2 \times 6) - 4]$
පාද හතක් ඇති විට අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ $[(2 \times 7) - 4]$
පාද අටක් ඇති විට අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ $[(2 \times 8) - 4]$
පාද n ඇති විට අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ $[(2 \times n) - 4]$
= සෘජුකෝණ $(2n - 4)$

ලෙස ලිවිය හැකි ය.

ඉහත ලබාගත් සම්බන්ධතාව ඕනෑ ම බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය ලබා ගැනීම සඳහා ප්‍රමේයයක් ලෙස භාවිත වේ.

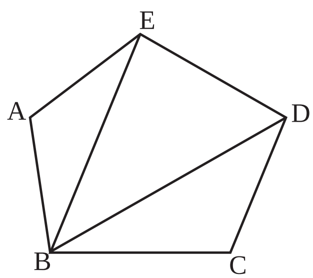
පාද n ගණනකින් යුත් බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සෘජුකෝණ $(2n - 4)$ වේ.

සෘජුකෝණයක් යනු 90^o නිසා,

සෘජුකෝණ $2n - 4 = 90^o\,(2n - 4)$

$= 90^o \times 2\,(n - 2)$

$= 180^o\,(n - 2)$



ඉහත සම්බන්ධය වෙනත් ආකාරයට ද ගොඩ නැඟිය හැකි ය. ABCDE පංචාස්‍රයේ එක් ශීර්ෂයක් අනෙක් ශීර්ෂවලට යා කිරීමෙන් ලැබෙන ත්‍රිකෝණ ගණන පාද ගණනට වඩා දෙකක් අඩු ය. එවිට,

අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^o \times$ ත්‍රිකෝණ ගණන

$= 180^o \times 3$

$= 180^o \times (5 - 2)$

$= 180^o \times$ (පාද ගණන $- 2$)

පාද ගණන n නම් අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^o\,(n - 2)$

✸ පාද ගණන වෙනස් බහුඅස්‍ර සඳහා ඉහත සම්බන්ධතාව යොදගනිමින් මෙම සමීකරණයේ නිවැරදිතාව පරීක්ෂාකර බලන්න.

නිදසුන 1

පාද 8 කින් යුත් බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව

(i) සෘජුකෝණවලින් (ii) අංශකවලින් දක්වන්න.

(i) පාද n ඇති බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ $(2n - 4)$

පාද 8 ඇති බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ $(2\times8 - 4)$

= සෘජුකෝණ $(16 - 4)$

= සෘජුකෝණ $\underline{\underline{12}}$

(ii) සෘජුකෝණ $1 = 90^o$ නිසා

පාද 8 ක් ඇති බහුඅස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 90^o \times 12$

$= \underline{\underline{1080^o}}$

(ii) **කොටස පහත ආකාරයට ද ලබා ගත හැකිය.**

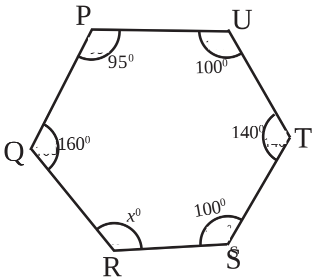
අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව $= 180^o\,(n - 2)$

$= 180^o\,(8 - 2)$

$= 180^o \times 6$

$= \underline{\underline{1080^o}}$

නිදසුන 2



PQRSTU ෂඩස්‍රයේ x මගින් දක්වෙන කෝණයේ අගය සොයන්න.

පාද n ඇති බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව $= 180^o (n - 2)$

ෂඩස්‍රයක n= 6 නිසා අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව $= 180^o (6 - 2)$

$= 180^o \times 4$

$= 720^o$

$160^o + 95^o + 140^o + 100^o + 100^o + x = 720^o$

$595^o + x = 720^o$

$x = 720^o - 595^o$

$x = \underline{\underline{125^o}}$

අභ්‍යාසය 24.1

(1) පහත දක්වෙන බහුඅස්‍රවල අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සොයන්න.
   (i) පංචාස්‍රය (ii) සප්තාස්‍රය (iii) දසාස්‍රය (iv) ද්වාදශාස්‍රය

(2) සමචතුරස්‍රයක (i) අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව
   (ii) එක් අභ්‍යන්තර කෝණයක අගය සොයන්න.

(3) සවිධි ෂඩස්‍රයක (i) අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව
   (ii) එක් අභ්‍යන්තර කෝණයක අගය සොයන්න.

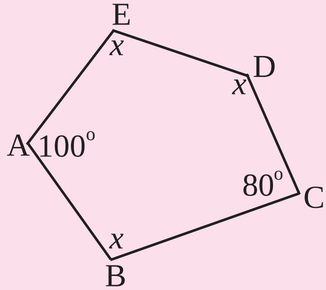
(4) චතුරස්‍රයක කෝණ දෙකක් එකිනෙකට සමාන වේ. ඉතිරි කෝණ දෙක 100^o හා 80^o නම් සමාන කෝණයක අගය සොයන්න.

(5) අභ්‍යන්තර කෝණය 144^o ක් වූ සවිධි බහුඅස්‍රයේ පාද ගණන සොයන්න.

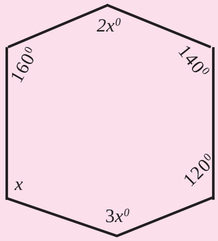
(6) පාද 15 ක් ඇති සවිධි බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණයක අගය සොයන්න.

(7) චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණයක අගය 90^o කි. ඉතිරි කෝණ තුන සමාන නම් ඉන් එකක අගය සොයන්න.

(8) රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව x මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.



(9) රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව බහුඅස්‍රයේ x මගින් දැක්වෙන කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.



(10) බහුඅස්‍රයක එක් ශීර්ෂයක් අනෙක් ශීර්ෂවලට යා කළ විට ත්‍රිකෝණ පහක් සෑදේ.

(i) එහි අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව

(ii) බහුඅස්‍රයේ පාද ගණන සොයන්න.

(11) බහුඅස්‍රයක ඇතුළත වූ P ලක්ෂ්‍යකට ශීර්ෂ සියල්ල යා කළ විට ත්‍රිකෝණ හයක් සෑදේ.

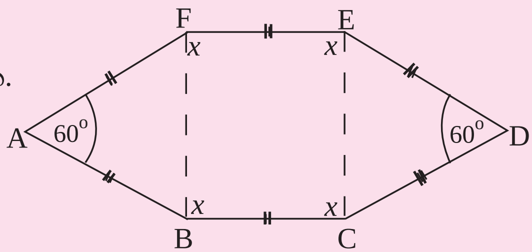
(i) එහි පාද ගණන

(ii) P වටා වූ කෝණවල එකතුව

(iii) ත්‍රිකෝණ 6 හි කෝණවල එකතුව

(iv) බහුඅස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව සොයන්න.

(12) රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු මත



(i) $A\hat{B}F$ හා $A\hat{F}B$ අගය සොයන්න.

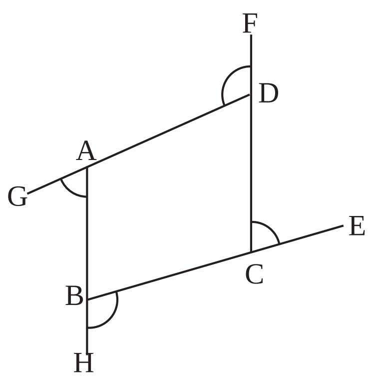
(ii) ABF සමපාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

(iii) x හි අගය සොයන්න.

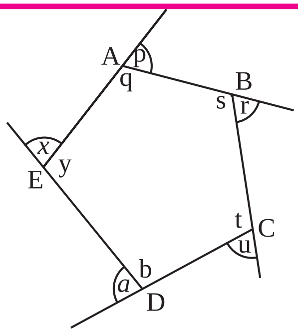
(iv) BCEF සමචතුරස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

24.3 බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණ

බහුඅස්‍රයක පාදයක් දික් කළ විට එම පාදය යාබද පාදය සමග බාහිරින් සෑදෙන කෝණය **බාහිර කෝණය** ලෙස හැඳින්වේ.



ඒ අනුව $G\hat{A}B$, $H\hat{B}C$, $E\hat{C}D$, හා $F\hat{D}A$, යනු ABCD චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණ වේ.



රූපයේ දැක්වෙන ABCDE පංචාස්‍රයේ ඕනෑ ම ශීර්ෂයක බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර කෝණය එක ම සරල රේඛාවක පිහිටයි.

එබැවින්
$x + y = 180^\circ$
$p + q = 180^\circ$
$r + s = 180^\circ$
$u + t = 180^\circ$
$a + b = 180^\circ$

එවිට පංචාස්‍රයේ ශීර්ෂ පහ ම මත ඇති බාහිර හා අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^\circ \times 5$

$(x + y) + (p + q) + (r + s) + (u + t) + (a + b) = 180^\circ \times 5$

$(x + p + r + u + a) + (y + q + s + t + b) = 900^\circ$ වේ.

$(x + p + r + u + a) + 540^\circ = 900^\circ$ (පංචාස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 540° බැවින්)

$\therefore \ (x + p + r + u + a) = 900^\circ - 540^\circ$

$\therefore$ පංචාස්‍රයේ බාහිර කෝණවල එකතුව $= \underline{\underline{360^\circ}}$

ක්‍රියාකාරකම 1

චතුරස්‍රයක් හා ෂඩස්‍රයක් සඳහා ද බාහිරකෝණවල එකතුව 360° ද යි පරීක්ෂාකර බලන්න.

ක්‍රියාකාරකම 2

පහත සඳහන් වගුව සම්පූර්ණ කරන්න. ඒ අනුව ඕනෑ ම බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණවල එකතුව සඳහා සම්බන්ධතාවක් ගොඩනගන්න.

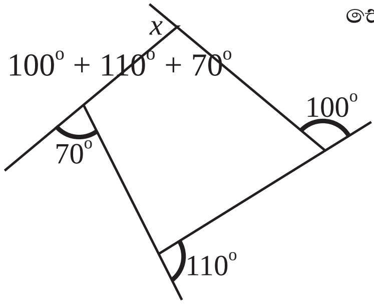
බහුඅස්‍රයේ නම	පාද ගණන	ශීර්ෂ ගණන	අභ්‍යන්තර හා බාහිර කෝණවල එකතුව	එක් ශීර්ෂයක් අනෙක් ශීර්ෂ හා යා කිරීමෙන් සෑදෙන ත්‍රිකෝණ ගණන	අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව	බාහිර කෝණවල එකතුව
ත්‍රිකෝණය	3	3	$180^\circ \times 3 = 540^\circ$	1	$180^\circ \times 1 = 180^\circ$	$540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$
චතුරස්‍රය	4	—				
පංචාස්‍රය	5	—				
ෂඩස්‍රය	—	—				
සප්තාස්‍රය	—	—				
අෂ්ටාස්‍රය	—	—				

ඉහත වගුවේ දත්ත අනුව සලකන ලද බහුඅස්‍රයේ පාද සංඛ්‍යාව කුමක් වුව ද බහුඅස්‍රයේ බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය 360° ක් බව පැහැදිලි වේ.

ඕනෑ ම බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණවල එකතුව 360° කි.

නිදසුන 3

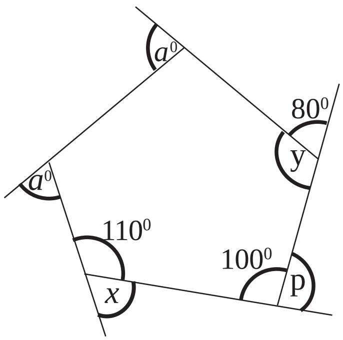
රූපයේ දක්වෙන තොරතුරු අනුව x හි අගය සොයන්න.



$$x + 100^{o} + 110^{o} + 70^{o} = 360^{o}$$
$$x + 280^{o} = 360^{o}$$
$$x = 360^{o} - 280^{o}$$
$$x = \underline{\underline{80^{o}}}$$

නිදසුන 4

රූපයේ දක්වෙන a, x, y, p හි අගය සොයන්න.



$$x + 110^{o} = 180^{o}$$
$$x = 180^{o} - 110^{o}$$
$$x = \underline{\underline{70^{o}}}$$

$$100^{o} + \mathrm{p} = 180^{o}$$
$$\mathrm{p} = 180^{o} - 100^{o}$$
$$\mathrm{p} = \underline{\underline{80^{o}}}$$

$$y + 80^{o} = 180^{o}$$
$$y = 180^{o} - 80^{o}$$
$$\underline{\underline{y = 100^{o}}}$$

$x + \mathrm{p} + 80^{o} + a + a = 360^{o}$ (බාහිර කෝණවල එකතුව = 360 නිසා)

$$70^{o} + 80^{o} + 80^{o} + 2a = 360^{o}$$
$$230^{o} + 2a = 360^{o}$$
$$2a = 360^{o} - 230^{o}$$
$$2a = 130^{o}$$
$$a = \frac{130^{o}}{2} = \underline{\underline{65^{o}}}$$

24.4 සවිධි බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණයක අගය

සවිධි බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ සියල්ල සමාන වේ. එම නිසා බාහිර කෝණ සියල්ල ද සමාන වේ.

ක්‍රියාකාරකම 3

පහත සඳහන් වගුව සම්පූර්ණ කර සවිධි බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණයක අගය සෙවීම සඳහා සම්බන්ධයක් ගොඩනගන්න.

බහුඅස්‍රයේ නම	පාද ගණන	බාහිර කෝණ ගණන	බාහිර කෝණවල එකතුව	එක් බාහිර කෝණයක අගය
සමපාද ත්‍රිකෝණය	3	3	360^{o}	$\frac{360^{o}}{3} = 120^{o}$
සමචතුරස්‍රය	4	—		
සවිධි පංචාස්‍රය	5	—		
සවිධි ෂඩස්‍රය	—	—		
සවිධි සප්තාස්‍රය	—	—		
පාද n ඇති සවිධි බහුඅස්‍රය	—	—		

ඕනෑ ම සවිධි බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණයක අගය $= \dfrac{360^{o}}{\text{සවිධි බහුඅස්‍රයේ පාද ගණන}}$

නිදසුන 5

පාද 12කින් යුත් සවිධි බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

බාහිර කෝණ සියල්ලේ ම එකතුව $= 360^{o}$

සවිධි බහුඅස්‍රයේ පාද ගණන $= 12$

එක් බාහිර කෝණයක විශාලත්වය $= \dfrac{360^{o}}{12}$

$= 30^{o}$

නිදසුන 6

සවිධි බහු අස්‍රයක බාහිර කෝණයක අගය 72^{o} කි. එහි පාද ගණන සොයන්න.

බාහිර කෝණ සියල්ලේ ම එකතුව $= 360^{o}$

එක් බාහිර කෝණයක අගය $= 72^{o}$

$\therefore$ පාද ගණන $= \dfrac{360^{o}}{72^{o}}$

$= 5$

අභ්‍යාසය 24.2

(1) පාද 6කින් යුත් සවිධි බහුඅස්‍රයක,
  (i) බාහිරකෝණයක විශාලත්වය
  (ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

(2) සවිධි සප්තාස්‍රයක,
  (i) බාහිර කෝණයක විශාලත්වය
  (ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

(3) සමචතුරස්‍රයක,
  (i) බාහිර කෝණයක විශාලත්වය
  (ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

(4) සමපාද ත්‍රිකෝණයක,
  (i) බාහිර කෝණයක විශාලත්වය
  (ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

(5) පාද අටක් සහිත සවිධි බහුඅස්‍රයක (අෂ්ටාස්‍රයක),
  (i) බාහිරකෝණයක විශාලත්වය
  (ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

(6) සවිධි බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණයක විශාලත්වය 60^{o} කි. එහි,
  (i) පාද ගණන
  (ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

(7) බාහිර කෝණයක විශාලත්වය 36^{o} ක් වූ සවිධි බහුඅස්‍රයක,
  (i) පාද ගණන
  (ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

(8) බාහිර කෝණයක විශාලත්වය 45^{o} ක් වූ සවිධි බහුඅස්‍රයක,
  (i) පාද ගණන
  (ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

(9) බාහිර කෝණයක විශාලත්වය 20^{o} ක් වූ සවිධි බහුඅස්‍රයක,
  (i) පාද ගණන
  (ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

(10) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය 140^{o} ක් වූ සවිධි බහුඅස්‍රයක,
  (i) බාහිර කෝණයක විශාලත්වය
  (ii) පාද ගණන සොයන්න.

(11) සවිධි බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය බාහිර කෝණය මෙන් දෙගුණයකි. එහි,

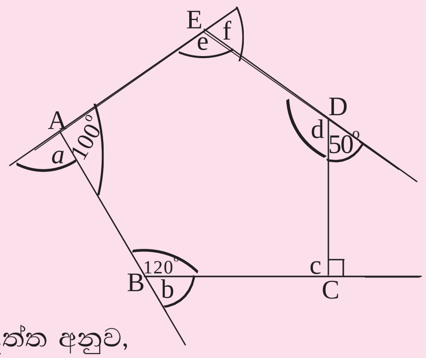
(i) බාහිර කෝණයක විශාලත්වය

(ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය

(iii) පාද ගණන

(iv) අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව සොයන්න.

(12) රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව a, b, c, d, e, f කෝණවල අගය සොයන්න.

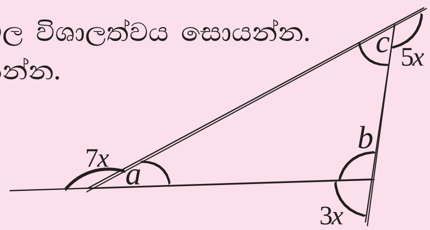


(13) රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව,

(i) x හි අගය සොයන්න

(ii) ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් බාහිර කෝණවල විශාලත්වය සොයන්න.

(iii) a, b, c, කෝණවල විශාලත්වය සොයන්න.



(14) සවිධි බහුඅස්‍රයක බාහිර කෝණයක අගය 40^{o} කි.

(i) බහුඅස්‍රයේ පාද ගණන

(ii) අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය

(iii) අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව සොයන්න.

බාහිර කෝණයක විශාලත්වය 64^{o}ක් වූ සවිධි බහුඅස්‍රයක් පැවතිය හැකි ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

25 වීජීය භාග

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ✸ වීජීය භාග හඳුනා ගැනීම
- ✸ හරය සමාන වූ වීජීය භාග එකතු කිරීම
- ✸ හරය සමාන වූ වීජීය භාග අඩු කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

25.1 වීජීය භාග

$\frac{3}{4}$ භාග සංඛ්‍යාවකි. එය ඒකකයක් සමාන කොටස් හතරකට බෙද ඉන් කොටස් තුනක් ගැනීම හෝ හතර දෙනෙකු අතර යම් ද්‍රව්‍යයක් සමව බෙදූ විට තුන්දෙනෙකුට ලැබෙන කොටස හෝ වේ.

$$\frac{3}{4}$$

ඒකකයක් සමාන කොටස් හතරකට බෙද ඉන් කොටස් තුනක් ගැනීම	යම් ද්‍රව්‍යයක් හතර දෙනෙකු අතර බෙදූ විට තුන් දෙනෙකුට ලැබෙන කොටස

ඒ අනුව

- ✸ ඒකකයක් සමාන කොටස් හතරකට බෙද ඉන් කොටස් x ප්‍රමාණයක් ගැනීම ⌋ $\frac{x}{4}$
- ✸ ඒකකයක් සමාන කොටස් x ප්‍රමාණයකට බෙද ඉන් කොටස් හතරක් ගැනීම ⌋ $\frac{4}{x}$
- ✸ ඒකකයක් සමාන කොටස් x ප්‍රමාණයකට බෙද ඉන් කොටස් y ප්‍රමාණයක් ගැනීම ⌋ $\frac{y}{x}$

ලෙස දැක්විය හැකි ය.

එහෙත් ඒවා $\frac{3}{4}$ මෙන් සංඛ්‍යාත්මක අගයන්ගෙන් සමන්විත නොවන නිසා නිශ්චිත අගයක් නොදක්වන භාග වේ. එසේ වන්නේ ඒවායේ x හා y වැනි අඥාත පද ඇතුළත් ව තිබීම නිසයි.

ලවයට හෝ හරයට හෝ ඒ දෙකට ම හෝ අඥාත ඇතුළත් ඉහත ආකාරයේ භාග **වීජීය භාග** ලෙස හැඳින්වේ. වීජීය භාගයක හරයේ හෝ ලවයේ හෝ ඒ දෙකේ ම හෝ වීජීය පදයක් හෝ වීජීය ප්‍රකාශනයක් තිබිය යුතු ය. අඥාතයක් සහිත පදයක් වීජීය පදයක් වන අතර එය ඒක පද වීජීය ප්‍රකාශනයක් ලෙස ද හැඳින්වේ. වීජීය පදයක් තවත් වීජීය පදයක් සමග හෝ සංඛ්‍යා සමග + හෝ - ලකුණෙන් සම්බන්ධ වීමෙන් වීජීය ප්‍රකාශන ලැබේ.

නිදසුන 1

(i) හරය වීජීය පදයක් සහිත වීජීය භාගයක් ලියන්න.
(ii) ලවය වීජීය පදයක් සහිත වීජීය භාගයක් ලියන්න.

(i) $\frac{5}{a}$ (ii) $\frac{p}{2}$

නිදසුන 2

(i) හරය වීජීය ප්‍රකාශනයක් සහිත වීජීය භාගයක් ලියන්න.
(ii) ලවය වීජීය ප්‍රකාශනයක් සහිත වීජීය භාගයක් ලියන්න.

(i) $\frac{2}{a+2}$ (ii) $\frac{a+3}{5}$

නිදසුන 3

හරයේ හා ලවයේ වීජීය පද හෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇතුළත් වීජීය භාග හතරක් ලියන්න.

(i) $\frac{a}{a+2}$ (ii) $\frac{x}{a+2}$ (iii) $\frac{5x}{2a-1}$ (iv) $\frac{x-y}{2x+3y}$

අභ්‍යාසය 25.1

(1) පහත දැක්වෙන භාග අතරින් වීජීය භාග තෝරා ලියන්න.

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{x}{3}$ (iii) $\frac{a}{x+2}$ (iv) $\frac{1}{4}$ (v) $\frac{5}{p}$ (vi) $\frac{x+3}{x}$

(2) ලවය a වූ වීජීය භාග තුනක් ලියන්න.
(3) හරය x වූ වීජීය භාග තුනක් ලියන්න.
(4) හරය x ඇතුළත් වීජීය ප්‍රකාශනයක් සහිත වීජීය භාග තුනක් ලියන්න.
(5) ලවය a ඇතුළත් වීජීය ප්‍රකාශනයක් සහිත වීජීය භාග තුනක් ලියන්න.

25.2 සමාන සංඛ්‍යාමය හර සහිත වීජීය භාග එකතු කිරීම, අඩු කිරීම

සාමාන්‍ය භාග එකතු කිරීමේ දී හා අඩු කිරීමේ දී යොදගත් නීති යටතේ ම වීජීය භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම කරනු ලැබේ.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{x}{5} = \frac{2x}{5}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{4x}{5} - \frac{x}{5} = \frac{4x-x}{5} = \frac{3x}{5}$$

නිදසුන 4

$\dfrac{2x}{3} + \dfrac{2x}{3}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{2x}{3} + \frac{2x}{3}$$
$$= \frac{2x + 2x}{3}$$
$$= \underline{\underline{\frac{4x}{3}}}$$

නිදසුන 5

$\dfrac{5x}{7} - \dfrac{2x}{7}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{5x}{7} - \frac{2x}{7}$$
$$= \frac{5x - 2x}{7}$$
$$= \underline{\underline{\frac{3x}{7}}}$$

නිදසුන 6

$\dfrac{3x}{10} + \dfrac{2x}{10} - \dfrac{x}{10}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{3x}{10} + \frac{2x}{10} - \frac{x}{10}$$
$$= \frac{3x + 2x - x}{10}$$
$$= \frac{4x}{10}$$
$$= \underline{\underline{\frac{2x}{5}}}$$ (පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දැක්වීම)

නිදසුන 7

$\dfrac{9x}{13} - \dfrac{2x}{13} - \dfrac{6x}{13}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{9x}{13} - \frac{2x}{13} - \frac{6x}{13}$$
$$= \frac{9x - 2x - 6x}{13}$$
$$= \underline{\underline{\frac{x}{13}}}$$

අභ්‍යාසය 25.2

සුළු කරන්න. (පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.)

(i) $\dfrac{a}{3} + \dfrac{a}{3}$ (ii) $\dfrac{2x}{5} + \dfrac{x}{5}$ (iii) $\dfrac{3x}{4} + \dfrac{2x}{4}$

(iv) $\dfrac{5x}{6} + \dfrac{5x}{6} + \dfrac{x}{6}$ (v) $\dfrac{2x}{3} - \dfrac{x}{3}$ (vi) $\dfrac{3a}{7} - \dfrac{a}{7}$

(vii) $\dfrac{3p}{10} - \dfrac{p}{10}$ (viii) $\dfrac{3x}{7} + \dfrac{2x}{7} - \dfrac{x}{7}$ (ix) $\dfrac{3a}{4} - \dfrac{a}{4} + \dfrac{5a}{4}$

(x) $\dfrac{5x}{7} + \dfrac{2x}{7} - \dfrac{3x}{7}$ (xii) $\dfrac{5x}{9} - \dfrac{2x}{9} - \dfrac{x}{9}$ (xii) $\dfrac{6x}{11} - \dfrac{x}{11} - \dfrac{2x}{11}$

25.3 හරයේ සමාන වීජීය පදයක් ඇති වීජීය භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම

නිදසුන 8

$\dfrac{5}{x} + \dfrac{3}{x}$ සුළු කරන්න.

$\dfrac{5}{x} + \dfrac{3}{x}$

$= \dfrac{5+3}{x}$

$= \dfrac{8}{x}$

නිදසුන 9

$\dfrac{2}{5a} + \dfrac{7}{5a}$

$\dfrac{2}{5a} + \dfrac{7}{5a}$

$= \dfrac{2+7}{5a}$

$= \dfrac{9}{5a}$

නිදසුන 10

$\dfrac{8}{3x} - \dfrac{2}{3x}$ සුළු කරන්න.

$\dfrac{8}{3x} - \dfrac{2}{3x}$

$= \dfrac{8-2}{3x}$

$= \dfrac{\cancel{6}^{\,2}}{{}_{1}\cancel{3}x}$

$= \dfrac{2}{x}$

අභ්‍යාසය 25.3

සුළු කරන්න. (පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.)

(i) $\dfrac{3}{a} + \dfrac{3}{a}$ (ii) $\dfrac{5}{x} + \dfrac{2}{x}$ (iii) $\dfrac{7}{3a} + \dfrac{2}{3a}$

(iv) $\dfrac{5}{p} + \dfrac{2}{p} + \dfrac{3}{p}$ (v) $\dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{x}$ (vi) $\dfrac{7}{3a} - \dfrac{2}{3a}$

(vii) $\dfrac{7}{10P} - \dfrac{2}{10P}$ (viii) $\dfrac{3}{2x} + \dfrac{5}{2x} - \dfrac{1}{2x}$ (ix) $\dfrac{1}{2m} + \dfrac{3}{2m} - \dfrac{1}{2m}$

(x) $\dfrac{5}{x} - \dfrac{2}{x} + \dfrac{3}{x}$ (xi) $\dfrac{6}{y} - \dfrac{1}{y} - \dfrac{4}{y}$ (xii) $\dfrac{6}{7b} - \dfrac{3}{7b} - \dfrac{2}{7b}$

25.4 හරයේ සමාන වීජීය ප්‍රකාශන ඇති වීජීය භාග එකතු කිරීම, අඩු කිරීම

නිදසුන 11

(i) $\dfrac{2}{x+2} + \dfrac{3}{x+2}$ සුළු කරන්න.

$\dfrac{2}{x+2} + \dfrac{3}{x+2} = \dfrac{2+3}{x+2} = \dfrac{5}{x+2}$

නිදසුන 12

(ii) $\dfrac{5}{a-5} - \dfrac{2}{a-5}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{5}{a-5} - \frac{2}{a-5} = \frac{5-2}{a-5} = \underline{\underline{\frac{3}{a-5}}}$$

නිදසුන 13

සුළු කරන්න

(i) $\dfrac{5}{2x+3} + \dfrac{2}{2x+3} - \dfrac{1}{2x+3}$

$$\frac{5}{2x+3} + \frac{2}{2x+3} - \frac{1}{2x+3}$$

$$= \frac{5+2-1}{2x+3}$$

$$= \underline{\underline{\frac{6}{2x+3}}}$$

(ii) $\dfrac{8}{3p+5} - \dfrac{1}{3p+5} - \dfrac{2}{3p+5}$

$$\frac{8}{3p+5} - \frac{1}{3p+5} - \frac{2}{3p+5}$$

$$= \frac{8-1-2}{3p+5}$$

$$= \underline{\underline{\frac{5}{3p+5}}}$$

අභ්‍යාසය 25.4

සුළු කරන්න.

(i) $\dfrac{3}{x+1} + \dfrac{2}{x+1}$

(ii) $\dfrac{5}{a+2} + \dfrac{3}{a+2}$

(iii) $\dfrac{7}{p+3} + \dfrac{2}{p+3}$

(iv) $\dfrac{3}{x+4} + \dfrac{2}{x+4} + \dfrac{1}{x+4}$

(v) $\dfrac{5}{a+2} - \dfrac{1}{a+2}$

(vi) $\dfrac{7}{x-1} - \dfrac{2}{x-1}$

(vii) $\dfrac{5}{2a+1} - \dfrac{3}{2a+1}$

(viii) $\dfrac{3}{x+2} + \dfrac{5}{x+2} - \dfrac{1}{x+2}$

(ix) $\dfrac{1}{a+5} + \dfrac{5}{a+5} - \dfrac{2}{a+5}$

(x) $\dfrac{3}{3x+2} - \dfrac{1}{3x+2} + \dfrac{4}{3x+2}$

25.5 හරයේ සමාන සංඛ්‍යා හා ලවයේ වීජීය ප්‍රකාශන ඇති වීජීය භාග එකතු කිරීම අඩු කිරීම

නිදසුන 14

$\frac{x+2}{5} + \frac{x}{5}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{x+2}{5} + \frac{x}{5}$$

$$= \frac{x+2+x}{5}$$

$$= \frac{2x+2}{5}$$

නිදසුන 15

$\frac{a+3}{5} + \frac{a+1}{5}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{a+3}{5} + \frac{a+1}{5}$$

$$= \frac{a+3+a+1}{5}$$

$$= \frac{2a+4}{5}$$

නිදසුන 16

$\frac{2x+3}{5} - \frac{x-2}{5}$ සුළු කරන්න.

$$= \frac{2x+3}{5} - \frac{x-2}{5}$$

$$= \frac{2x+3}{5} - \frac{x-2}{5}$$

$$= \frac{2x+3-(x-2)}{5}$$ (මෙම අඩු කිරීමේ දී වරහන් යෙදීම අනිවාර්යය වේ.)

$$= \frac{2x+3-x+2}{5}$$ (වරහන් ඉවත් කිරීම සඳහා වරහනට පිටතින් වූ 1න් ගුණකිරීම.)

$$= \frac{x+5}{5}$$

අභ්‍යාසය 25.5

(1) සුළු කරන්න.

(i) $\frac{x+3}{5} + \frac{x+1}{5}$ (ii) $\frac{2a+5}{7} + \frac{a}{7}$ (iii) $\frac{3p-3}{4} + \frac{3p}{4}$

(iv) $\frac{x+2}{6} + \frac{5}{6} + \frac{x-1}{6}$ (v) $\frac{7a+5}{2} - \frac{a}{2}$ (vi) $\frac{3p+2}{3} - \frac{p}{3}$

(vii) $\frac{3x+1}{5} - \frac{x+1}{5}$ (viii) $\frac{2a+3}{10} - \frac{a-1}{10}$

(ix) $\dfrac{3x+2}{5} + \dfrac{x+3}{5} - \dfrac{x+2}{5}$

(x) $\dfrac{x}{6} + \dfrac{x+2}{6} - \dfrac{x+1}{6}$

(2) සුළු කරන්න.

(i) $\dfrac{a+3}{a+2} + \dfrac{a}{a+2}$

(ii) $\dfrac{3p+2}{a+1} + \dfrac{p-q}{a+1}$

(iii) $\dfrac{3a-1}{x+y} + \dfrac{a}{x+y}$

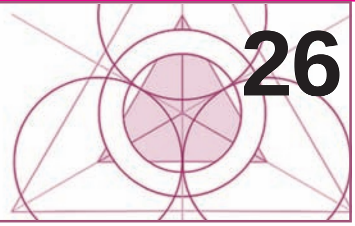
(iv) $\dfrac{5-a}{x-3} - \dfrac{2a+1}{x-3}$

(v) $\dfrac{2a+1}{x+y} + \dfrac{3a-2}{x+y}$

(vi) $\dfrac{5x+3}{2a-b} - \dfrac{2x-1}{2a-b}$

26

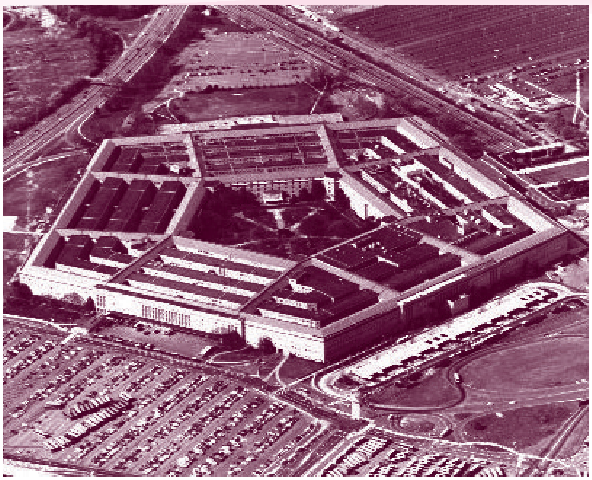
පරිමාව

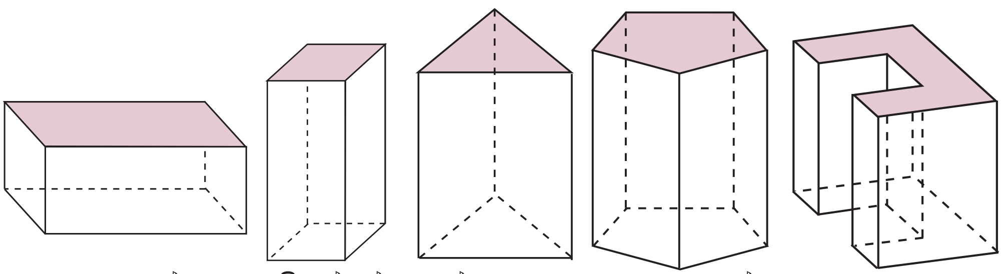


මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ✸ ඒකාකාර හරස්කඩක් ඇති ඝන වස්තු ප්‍රිස්ම ලෙස හඳුනා ගැනීම
- ✸ ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩක් ඇති ප්‍රිස්මවල පරිමාව සෙවීම
- ✸ සමචතුරස්‍රාකාර හෝ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර ඒකාකාර හරස්කඩක් ඇති ඝන වස්තුවල පරිමාව සෙවීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.





ඉහත ඝන වස්තු හැඩ සියල්ලේ ම දක්නට ලැබෙන පොදු ලක්ෂණ සොයා බලමු.

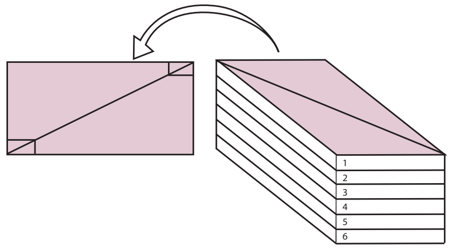
රූප සියල්ලේ ම අඳුරුකර දක්වා ඇති හරස්කඩ, ඊට සමාන්තරව ඕනෑ ම තලයකින් ඡේදනය කිරීමෙන් ද ලැබේ. මෙවැනි ඝන වස්තුවක් ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඝන වස්තුවක් ලෙස හඳුන්වයි.

ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඉහත රූපයේ ආකාර ඝන වස්තු ප්‍රිස්ම නම් වේ.

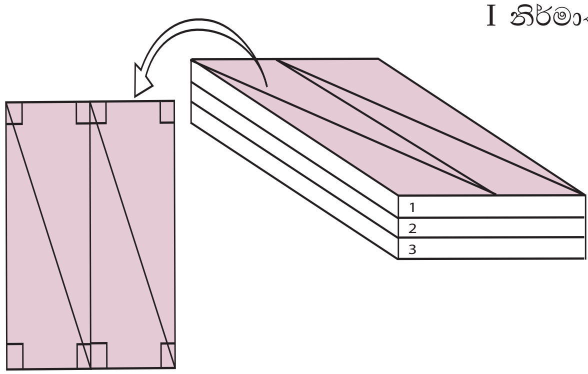
බොහෝ තට්ටු ගොඩනැගිලිවල ද කොටසක් හෝ ඒකාකාර හරස්කඩවලින් යුක්ත නිසා සම්පූර්ණයෙන් හෝ කොටසක් හෝ ප්‍රිස්ම හැඩ ගනී.

26.1 ප්‍රිස්මයක පරිමාව

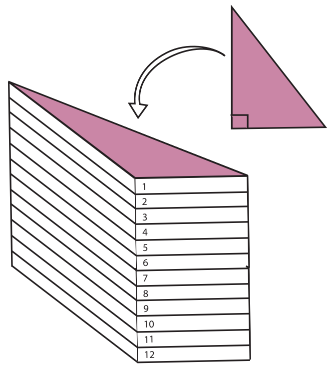
සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ හරස්කඩක් සහිත, ලීවලින් සකස් කළ සමාන ප්‍රිස්ම 12ක් සමන් සතු ය. එම ප්‍රිස්ම 12 ම භාවිත කරමින් ඔහු විසින් අවස්ථා තුනක දී කළ නිර්මාණ තුනක් පහත දැක්වේ.



I නිර්මාණය



II නිර්මාණය



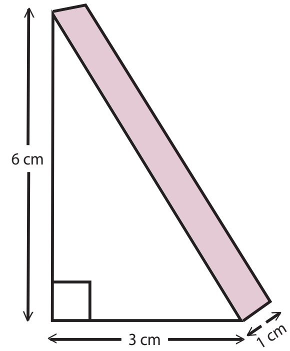
III නිර්මාණය

සමන් නිර්මාණය කරන ලද ඝන වස්තු පරීක්ෂා කිරීමේ දී පහත නිගමන ලබා ගත හැකි ය.

- ඉහත නිර්මාණ තුන ම ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඝනවස්තු වන අතර, ඉහත පැහැදිලි කිරීම් අනුව ඒවා ප්‍රිස්ම වේ.
- I හා II නිර්මාණ මගින් දැක්වෙන ප්‍රිස්ම ඝනකාභ හැඩයෙන් යුක්ත ය.
- ඉහත නිර්මාණ තුන සඳහා ම සමාන ප්‍රමාණයේ ලී ප්‍රිස්ම 12 බැගින් භාවිත කර ඇති නිසා ඒවායේ පරිමා සමාන වේ.

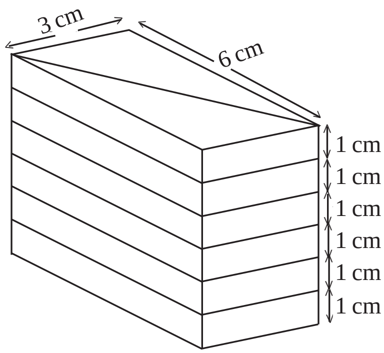
(විවිධ හැඩයෙන් යුත් එක ම පරිමාවක් සහිත ඝන වස්තු පැවතිය හැකි බව 8 ශ්‍රේණියේ දී ඔබ උගෙන ඇත.)

සමන් සතුව තිබූ සමාන ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්ම අතුරින් එක් ප්‍රිස්මයක මිනුම් පහත දැක්වෙන ආකාරයට වේ.



ඉහත මිනුම් භාවිත කරමින් එක් එක් නිර්මාණයේ පරිමා සෙවීමට උත්සාහ ගනිමු.

I නිර්මාණය



I නිර්මාණය මගින් දැක්වෙන ප්‍රිස්මය සෑදී ඇත්තේ දිග, පළල හා උස පිළිවෙළින් 6 cm, 3 cm හා 1 cm වන කුඩා ඝනකාභ හයක් එකතුවීමෙන් බව සැලකිය හැකි ය.

එවැනි එක් කුඩා ඝනකාභයක පරිමාව = දිග × පළල × උස

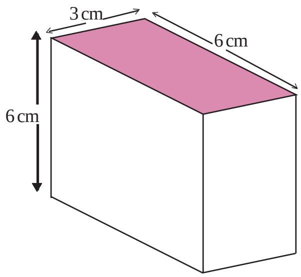
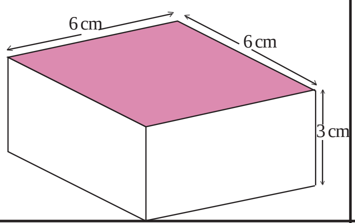
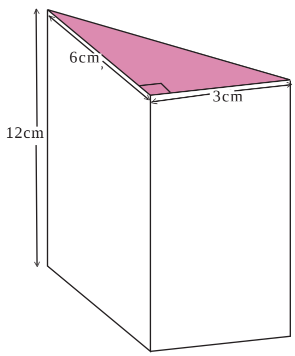
$= 6 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$

$= 18 \text{ cm}^3$

∴ මුළු ප්‍රිස්මයේ ම පරිමාව $= 18 \text{ cm}^3 \times 6$

$= \underline{\underline{108 \text{ cm}^3}}$

ඉහත එක් එක් නිර්මාණයේ "හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස" සඳහා ලැබෙන අගයයන් සොයා බලමු.

I නිර්මාණය	හරස්කඩ වර්ගඵලය	උස	හරස්කඩ වර්ගඵලය $\times$ උස
	$3 \times 6\ cm^2$ $= 18\ cm^2$	6 cm	$18 \times 6\ cm^3 = 108\ cm^3$
II නිර්මාණය 	$6 \times 6\ cm^2$ $=36\ cm^2$	3 cm	$36 \times 3\ cm^3 = 108\ cm^3$
III නිර්මාණය 	$\frac{1}{2} \times 6 \times 3 cm^2$ $\frac{6\ cm \times 3\ cm}{2}$ $= 9\ cm^2$	12 cm	$9 \times 12\ cm^3 = 108\ cm^3$

ඉහත නිර්මාණය කළ ඝන වස්තු තුනෙහි ම පරිමා සමාන වන නිසා, එම පරිමා " හරස්කඩ වර්ගඵලය $\times$ උස" මගින් ලබාගත හැකි බව ඉහත ගණනය කිරීම් තුළින් පැහැදිලි වේ.

මේ අනුව,

ප්‍රිස්මයක පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය $\times$ උස

නිදසුන 1

ඍජුකෝණාස්‍රාකාර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මයක උස 20 cm වේ. ඍජුකෝණාස්‍රාකාර හරස්කඩෙහි දිග හා පළල පිළිවෙළින් 5 cm හා 3 cm වේ. ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සොයන්න.

ඍජුකෝණාස්‍ර හරස්කඩෙහි වර්ගඵලය $= 5 \times 3 \text{ cm}^2$

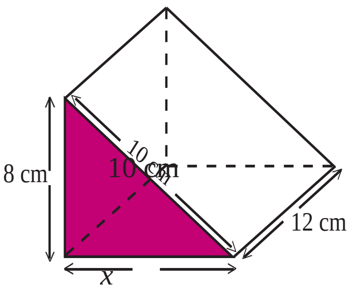
$= 15 \text{ cm}^2$

ප්‍රිස්මයේ පරිමාව = ඒකාකාර හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

$= 15 \times 20 \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{300 \text{ cm}^3}}$

නිදසුන 2



ඍජුකෝණී ත්‍රිකෝණ හරස්කඩක් සහිත ප්‍රිස්මයක් පහත රූපයේ දැක්වේ.

(i) ඍජුකෝණී ත්‍රිකෝණ හරස්කඩෙහි x මගින් දක්වා ඇති දිග සොයන්න.

(ii) ඉහත හරස්කඩෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

(iii) ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සොයන්න.

(i) හරස්කඩ ඍජුකෝණී ත්‍රිකෝණය සඳහා පයිතගරස් ප්‍රමේය යෙදීමෙන්

$$\begin{aligned} 10^2 &= 8^2 + x^2 \\ 100 &= 64 + x^2 \\ 36 &= x^2 \\ \sqrt{36} &= x \\ 6 &= x \\ x &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

(ii) ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරක පාදයේ දිග × ලම්බ උස

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{24 \text{ cm}^2}}$

(iii) ප්‍රිස්මයේ පරිමාව = ඒකාකාර හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

$= 24 \times 12 \text{ cm}^3$

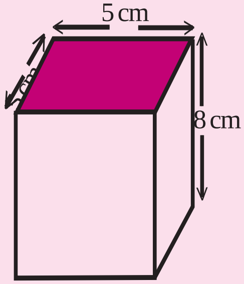
$= \underline{\underline{288 \text{ cm}^3}}$

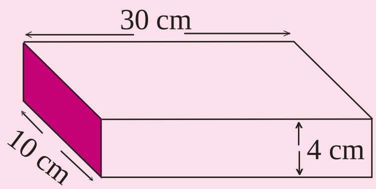
අභ්‍යාසය 26.1

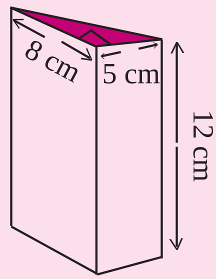
(1) පහත රූපසටහන් මගින් දැක්වෙන ප්‍රිස්මවල,

(i) අඳුරු කර දක්වා ඇති හරස්කඩ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) එමගින් පරිමාව සොයන්න.







(2) සමචතුරස්‍ර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මයක දිග 12 cm වේ. සමචතුරස්‍ර හරස්කඩෙහි වර්ගඵලය 35 cm^2 නම්

(i) ඉහත ආකාර ප්‍රිස්මයක් හැඳින්වීමට භාවිත කළ හැකි විශේෂිත නමක් ලියන්න.

(ii) ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සොයන්න.

(3) සමචතුරස්‍ර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මයක සමචතුරස්‍ර මුහුණතක පරිමිතිය 44 cm වේ. ප්‍රිස්මයේ දිග 25 cm කි.

(i) සමචතුරස්‍ර මුහුණතේ පැත්තක දිග සොයන්න.

(ii) සමචතුරස්‍ර මුහුණතේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(iii) ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සොයන්න.

(4) සමචතුරස්‍ර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මයක ඉතිරි මුහුණත් ඍජුකෝණාස්‍ර හැඩයෙන් යුක්ත ය. සමචතුරස්‍ර මුහුණතක පරිමිතිය 32 cm වන අතර, ඍජුකෝණාස්‍ර මුහුණතක පරිමිතිය 40 cm වේ.

(i) දළ රූප සටහනක් ඇඳ සමචතුරස්‍ර මුහුණතක් ABCD ලෙසත් ඍජුකෝණාස්‍ර මුහුණතක් ABXY ලෙසත් නම් කරන්න.

(ii) සමචතුරස්‍ර මුහුණතක පැත්තක දිග සොයන්න.

(iii) ප්‍රිස්මයේ දිග සොයන්න.

(iv) ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සොයන්න.

(5) ඝන ලෝහ ප්‍රිස්මයක හරස්කඩ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර වේ. හරස්කඩ ඍජුකෝණාස්‍ර මුහුණතක දිග 30 cm වන අතර පරිමිතිය 1 m වේ.

(i) හරස්කඩ ඍජුකෝණාස්‍ර මුහුණතක පළල සොයන්න.

(ii) හරස්කඩ වර්ගඵලය සොයන්න.

(iii) ප්‍රිස්මයේ දිග 50 cm වේ නම් ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සොයන්න.

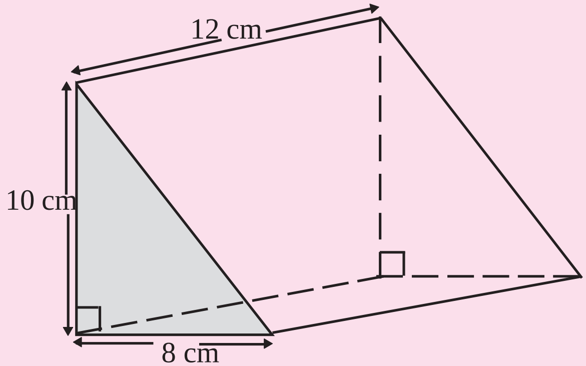
(iv) ප්‍රිස්මය සාදා ඇති ලෝහයේ 1 cm^3 ක ස්කන්ධය 20 g වේ නම් ප්‍රිස්මයේ ස්කන්ධය,
(a) ග්‍රෑම්වලින් සොයන්න (b) කිලෝ ග්‍රෑම්වලින් සොයන්න.

(6) සමචතුරස්‍ර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මයක දිග 15 cmක් වන අතර එහි පරිමාව 540 cm^3 වේ.

(i) සමචතුරස්‍රයක හරස්කඩ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) සමචතුරස්‍ර මුහුණතක පැත්තක දිග සොයන්න.

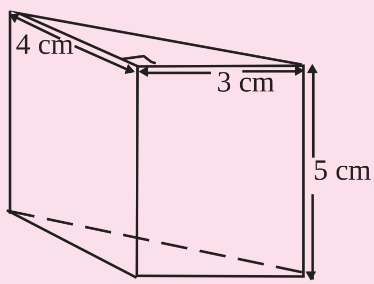
(7) ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණ හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මාකාර ඝන වස්තුවක් රූපයේ දක්වේ.



(i) ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණ හැඩැති හරස්කඩෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සොයන්න.

(8) ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණ හැඩැති ලෝහ තහඩුවක ඝනකම 0.3 cm වේ. ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ කර්ණය 13 cm වන අතර, ඍජුකෝණය අඩංගු වන පාද දෙකෙන් එක් පාදයක් 12 cm වේ.
(i) දළ රූප සටහනක් ඇඳ ඉහත දත්ත ඇතුළත් කරන්න.
(ii) ඍජුකෝණය අඩංගුවන පාද දෙකෙන් ඉතිරි පාදයේ දිග සොයන්න.
(iii) ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණ මුහුණතේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(iv) ඉහත තහඩු කැබැල්ලේ පරිමාව සොයන්න.

(9) ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණ හරස්කඩක් සහිත සමාන වීදුරු ප්‍රිස්ම 20ක් විද්‍යාගාරයක ඇත. එක් ප්‍රිස්මයක මිනුම් පහත ආකාරයට වේ.



ඉහත ප්‍රිස්ම සියල්ල එකවර ඇසිරිය හැකි වන පරිදි අවම දිග, පළල හා උස සහිත ඝනකාභයක් සෑදිය යුතුව ඇත.
(i) එසේ සෑදිය හැකි ඝනකාභ හැඩැති පෙට්ටියක දිග, පළල හා උස ගැළපෙන අගය කට්ටල 2ක් ලියන්න.

(10) සමපාද ත්‍රිකෝණ හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මාකාර වස්තුවක හරස්කඩ වර්ගඵලය $42.5\ cm^2$ වන අතර උස 15.2 cm වේ. ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සොයන්න.

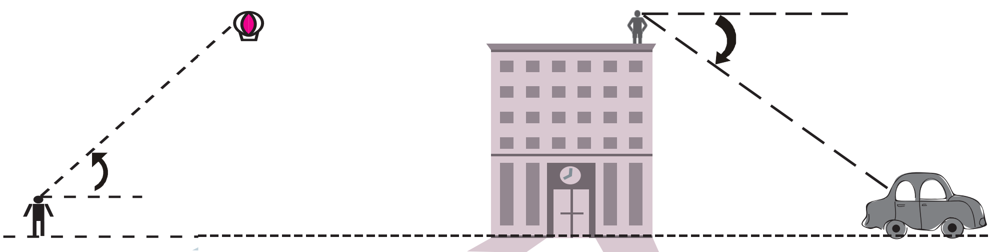
27 පරිමාණ රූප

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ✸ වස්තුවක පිහිටීම දැක්වීම සඳහා ආරෝහණ සහ අවරෝහණ කෝණ භාවිත කිරීම
- ✸ පරිමාණ රූප ඇසුරින් දුර සහ පිහිටීම ගණනය කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

27.1 ආරෝහණ කෝණ සහ අවරෝහණ කෝණ

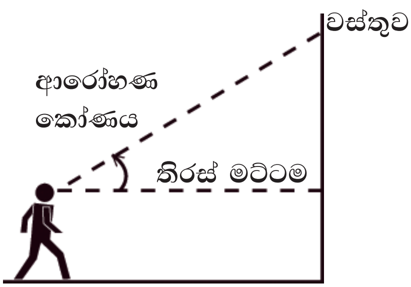


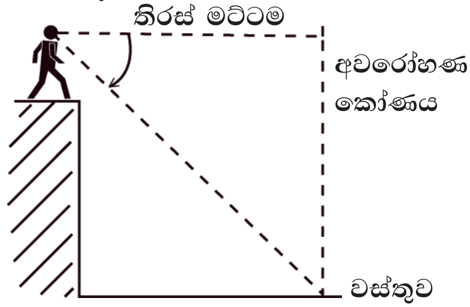
ඉහළ අහසේ පාවෙන බැලුනයක් දෙස බැලීමට තිරස් මට්ටමේ සිට අපේ ඇස් ඉහළට යොමු කිරීමට සිදුවේ.

ඇස් මට්ටමට ඉහළ පිහිටි යමක් දෙස බැලීමේ දී ඔබේ ඇස් තිරස් පිහිටීමේ සිට ඉහළට යොමු කළ යුතු කෝණය **ආරෝහණ කෝණය** ලෙස හැඳින්වේ.

උස් ගොඩනැගිල්ලක මුදුනේ සිට මාර්ගයේ ගමන් කරන වාහනයක් දෙස බැලීමට තිරස් මට්ටමේ සිට ඇස් පහළට යොමු කළ යුතු වෙයි.

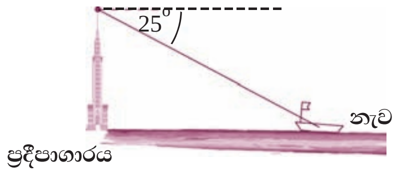
ඇස් මට්ටමට පහළින් පිහිටි යමක් දෙස බැලීමට ඔබේ ඇස් තිරස් පිහිටීමේ සිට පහළට යොමු කළ යුතු කෝණය **අවරෝහණ කෝණය** ලෙස හැඳින්වේ.

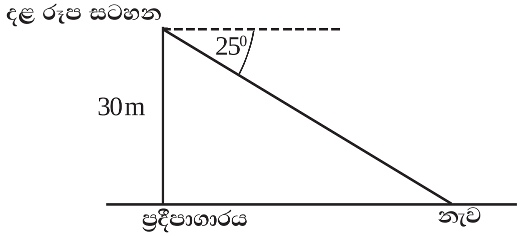




නිදසුන 1

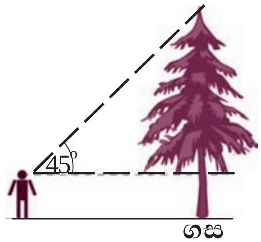
30 m ක් උස ප්‍රදීපාගාරයක පාමුල සිට යම් දුරකින් පිහිටි නැවක් දෙස බැලීමේ දී අවරෝහණ කෝණය 25° කි. මෙම තොරතුරු දළ රූප සටහනක දක්වන්න.

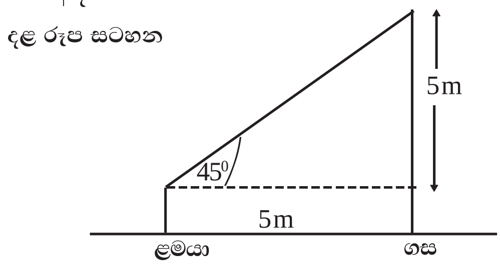


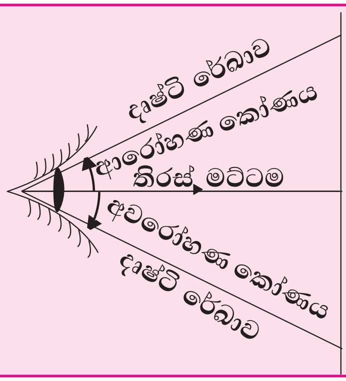


නිදසුන 2

සිරස් ගසක පාමුල සිට 5 m ක දුරකින් පොළවේ සිටින ළමයකු තමාගේ ඇස් මට්ටමේ සිට 5 m උසකින් වූ ගස මුදුන දෙස බැලීමේ දී සෑදෙන ආරෝහණ කෝණය 45° කි. මෙම තොරතුරු දැක්වෙන දළ රූප සටහනක් අඳින්න.







ඇස මට්ටම වූ තිරස් මට්ටමේ සිට ඉහළට මනිනු ලබන කෝණ **ආරෝහණ කෝණ** ද තිරස් මට්ටමේ සිට පහළට මනිනු ලබන කෝණ **අවරෝහණ කෝණ** ලෙස ද හැඳින් වේ.

නිදසුන 3

සමතලා බිමක ඔබ, ඔබේ යහළුවකු සමග මුහුණට මුහුණ ලා සිටගෙන සිටින අවස්ථාවක් ගැන සිතන්න.

(i) යහළුවාගේ පාද දෙස බැලීමේ දී සෑදෙන කෝණය ආරෝහණ කෝණයක් ද අවරෝහණ කෝණයක් ද?

(ii) ඔබේ යහළුවා ඔබට වඩා උස නම්, ඔහුගේ/ඇයගේ දෑස් දෙස බැලීමේ දී සෑදෙන කෝණය ආරෝහණ කෝණයක් ද? අවරෝහණ කෝණයක් ද?

(iii) ඔබේ යහළුවා ඔබට වඩා මිටි නම් ඔහුගේ/ ඇයගේ දෑස් දෙස බැලීමේ දී සෑදෙන කෝණය ආරෝහණ කෝණයක් ද? අවරෝහණ කෝණයක් ද?

පිළිතුර

(i) අවරෝහණ කෝණයකි.
(ii) ආරෝහණ කෝණයකි.
(iii) අවරෝහණ කෝණයකි.

අභ්‍යාසය 27.1

(1) ආරෝහණ සහ අවරෝහණ කෝණ සෑදෙන අවස්ථා පිළිබඳ නිදසුන් හතර බැගින් දක්වන්න.

(2) පහත සඳහන් ප්‍රකාශ සත්‍ය නම් ඒ ඉදිරියේ ඇති කොටුවේ ✓ ලකුණ ද, අසත්‍ය නම් × ලකුණ ද යොදන්න.

(i) පොළව මට්ටමේ සිට දුරකථන කුලුනක මුදුණ දෙස බැලීමේ දී සෑදෙන කෝණය ආරෝහණ කෝණයකි. ☐

(ii) ඉහළ අහසේ ගමන් කරන අහස් යානයක් දෙස බිම සිට බැලීමේ දී සෑදෙන කෝණය අවරෝහණ කෝණයකි. ☐

(iii) කොඩි කණුවක පාමුල සිට එහි මුදුන දෙසට ඇස් යොමු කරගෙන, ක්‍රමයෙන් කණුවෙන් ඈතට යාමේ දී සෑදෙන ආරෝහණ කෝණය ක්‍රමයෙන් කුඩා වේ. ☐

(iv) ඔබගේ දෙපා අසල සිට ක්‍රමයෙන් ඉවතට දිව යන කෘමියෙකු දෙස බැලීමේ දී අවරෝහණ කෝණය ක්‍රමයෙන් කුඩා වේ. ☐

27.2 පරිමාණ රූප

යම් වස්තුවක හැඩය යම් පරිමාණයක් භාවිත කොට එහි සත්‍ය ප්‍රමාණයට වඩා කුඩා ලෙස හෝ වඩා විශාල ලෙස ඇඳි රූපයක් **පරිමාණ රූපයකි.**

ගෘහ නිර්මාණයේ දී ද සිතියම් ඇඳීම වැනි කටයුතුවල දී ද වස්තූන් හෝ හැඩයන් එහි සත්‍ය ස්වරූපයට වඩා කුඩා ලෙස අඳිනු ලැබේ. මෙසේ ම, ඉතා කුඩා වස්තූන් නිර්මාණයේ දී එහි ලක්ෂණ නිවැරදි ව දැක්වීමට ඒවායේ හැඩය සත්‍ය ප්‍රමාණයට වඩා විශාල ලෙස අඳිනු ලැබේ. ඇමුණුම් කටු, ඉතා කුඩා යාන්ත්‍රික උපකරණ, කුඩා පරිගණක උපාංග වැනි දෑ නිර්මාණයේ දී එවැනි පරිමාණ රූප භාවිත කරනු ලැබේ.

8 ශ්‍රේණියේ දී පරිමාණය සම්බන්ධයෙන් ඔබ උගත් දෑ පහත නිදසුන් මගින් නැවත මතකයට නගා ගනිමු.

නිදසුන 4

1 cm කින් 1 m ක් දැක්වෙන පරිමාණයක් අනුපාතයක් ලෙස දක්වන්න.

1 cm කින් 1 m $= 1\text{ cm} \rightarrow 1\text{ m}$

$= 1\text{ cm} \rightarrow 100\text{ cm}$

$= \underline{\underline{1 : 100}}$

නිදසුන 5

5 cm : 2 km පරිමාණය සරල ආකාරයෙන් දක්වන්න.

$$
\begin{aligned}
5\text{ cm} : 2\text{ km} &= 5\text{ cm} \rightarrow 2\,000\text{ m} \\
&= 5\text{ cm} \rightarrow 200\,000\text{ cm} \\
&= 5 : 200\,000 \\
&= \underline{\underline{1 : 40\,000}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන 6

මිනින්දෝරුවන් විසින් අඳිනු ලබන ඉඩම්වල පිඹුරු (PLAN)වල දී පරිමාණය ලෙස 1: 1 000 ලෙස යොදා ඇත. මෙමගින් අදහස් වන්නේ කුමක් ද යි පැහැදිලි කරන්න.

$$
\begin{aligned}
\text{පරිමාණය } 1:1\,000 &= 1\text{ cm} \rightarrow 1\,000\text{ cm} \\
&= 1\text{ cm} \rightarrow 10\text{ m} \text{ හෝ} \\
&= 10\text{ mm} \rightarrow 10\text{ m} \\
&= \underline{\underline{1\text{ mm} \rightarrow 1\text{ m}}}
\end{aligned}
$$

ඉහත පරිමාණයට අනුව පිඹුරු සටහනේ 1 cm වලින් සැබෑ බිමේ 1 000 cm නිරූපණය වේ. මෙසේ ම, එනම් පිඹුරු සටහනේ 1 cm කින් සැබෑ බිමේ නිරූපණය 10 m වේ. තවත් ආකාරයකට පිඹුරු සටහනේ 1 mm කින් සැබෑ බිමේ 10 000 mm නිරූපණයවේ. එනම් පිඹුරු සටහනේ 1 mm කින් සැබෑ බිමේ 1 m නිරූපණය වේ.

නිදසුන 7

3:1 මගින් දක්වෙන පරිමාණයට ඇඳි ඇමුණුම් කටුවක පරිමාණ රූපයක් පහත දක්වේ. පරිමාණ රූපයෙන් දක්වෙන ඇමුණුම් කටුවේ දිග 7.5 cm කි. ඇමුණුම් කටුවේ සැබෑ දිග සොයන්න.

පරිමාණය 3 : 1 මෙහි අදහස සත්‍ය රූපයේ 1 cm ක් දැක්වීමට පරිමාණ රූපයේ 3 cm ක් යොදා ගන්නා බවයි.

එනම්, 3 cm කින් 1 cm ක් දක්වේ.

1 cm කින් $\frac{1}{3}\text{ cm}$ ක් දක්වේ.

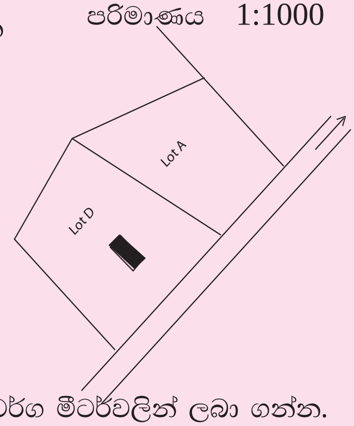
$7.5\text{ cm} \longrightarrow \frac{1}{3} \times 7.5\text{ cm}$ දක්වේ.

$7.5\text{ cm} \longrightarrow 2.5\text{ cm}$ ක් දක්වේ.

$\therefore$ ඇමුණුම් කටුවේ සත්‍ය දිග 2.5 cm කි.

අභ්‍යාසය 27.2

පරිමාණය 1:1000

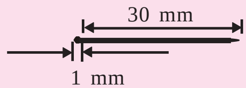


1. පහත දැක්වෙන්නේ මිනින්දෝරුවකු විසින් අඳින ලද ඉඩමක පිඹුරකින් කොටසකි.

   (i) ඊ හිස මගින් දක්වා ඇත්තේ ඉඩම ඉදිරියෙන් වැටී ඇති මහා මාර්ගයයි. mm/cm පරිමාණය යොදා ඇති සරල දරයක් ආධාරයෙන් පාරේ පළල මීටර්වලින් ලබාගන්න.

   (ii) අඳුරු කොට ඇති සෘජුකෝණාස්‍රයෙන් දැක්වෙනුයේ ගොඩනැගිල්ලකි. mm/cm පරිමාණය ඇති සරල දරයක් භාවිත කොට ගොඩනැගිල්ලට අයත්වන භූමියේ වර්ගඵලය වර්ග මීටර්වලින් ලබා ගන්න.

(2) පහත දැක්වෙන්නේ අල්පෙනෙත්තක දළ රූප සටහනකි. එහි මිනුම් මිලිමීටර්වලින් දක්වා ඇත.



3:1 පරිමාණය භාවිත කරමින් එහි පරිමාණ රූපය අඳින්න.

(3) කිසියම් රූපයක පරිමාණය ලෙස 1:1 ලෙස දක්වා ඇත. මෙමගින් අදහස් කරන්නේ කුමක් ද? පැහැදිලි කරන්න.

27.3 සිරස් තලයේ පරිමාණ රූප

පොළව තිරස් ලෙස සලකන විට පොළවට ලම්බ තලයක් සිරස් තලයක් ලෙස සැලකේ. සිරස් තලයක පිහිටන වස්තු කිහිපයක් සම්බන්ධවන පරිමාණ රූප ආශ්‍රිත කරුණු කිහිපයක් සලකා බලමු.

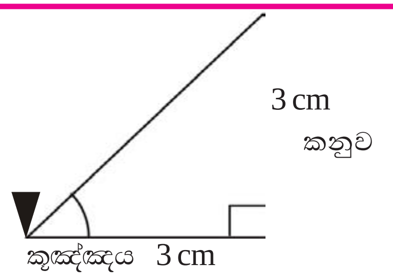
නිදසුනක් ලෙස නිවසක ගෙබිමක් තිරස් තලයකි. නිවසේ බිත්තිය ගෙබිමට ලම්බ නිසා බිත්තිය සිරස් තලයකි.

නිදසුන 8

තිරස් බිමක එයට ලම්බක ව 6 m ක් උස කුලුනක් සිරස් ව සිටුවා ඇත. කුලුන පාමුල සිට කුලුනේ උසට සමාන දුරකින් පොළවේ කුඤ්ඤයක් සිටුවා ඇත.

(i) 1 cmකින් 2 mක් දැක්වෙන පරිමාණයක් යොදා ගනිමින් ඉහත තොරතුරු සඳහා පරිමාණ රූප සටහනක් අඳින්න.
(ii) යොදාගත් පරිමාණය, අනුපාතයක් ලෙස දක්වන්න.
(iii) රූපසටහන ඇසුරින් කෝණමානය භාවිත කොට කුඤ්ඤයේ සිට කුලුන මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය ලබා ගන්න.

(i)



(ii) 1 cm කින් 2 m $= 1\text{ cm} \rightarrow 2\text{ m}$

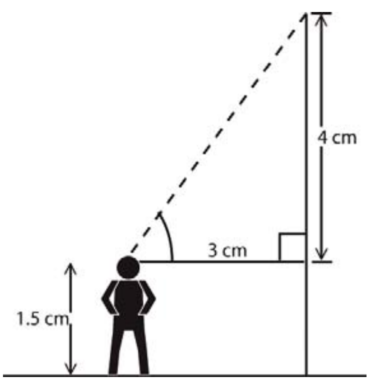
$= 1\text{ cm} \rightarrow 200\text{ cm}$

$= 1:200$

(iii) ආරෝහණ කෝණය $= 45^{o}$

නිදසුන 9

කොඩි කණුවක මුදුන දෙස බලා සිටින ළමයකුගේ පරිමාණ රූපයක් පහත දක්වේ. මෙහි දී භාවිත කර ඇති පරිමාණය 1: 100 වේ.



(i) ළමයාගේ සැබෑ උස කොපමණ ද?

(ii) කොඩි කණුවේ සත්‍ය උස කොපමණ ද?

පරිමාණය 1: 100 නිසා 1cmන් 100 cm ක් දක්වේ. එනම් 1 cm කින් 1 m ක් නිරූපණය වේ.

(i) පරිමාණ රූපයේ ළමයාගේ උස1.5 cm වේ. මේ අනුව ළමයාගේ සැබෑ උස 1.5m කි.

(ii) පරිමාණ රූපයේ කොඩි කණුවේ උස $= 1.5\text{ cm} + 4\text{ cm}$

$= 5.5\text{ cm}$

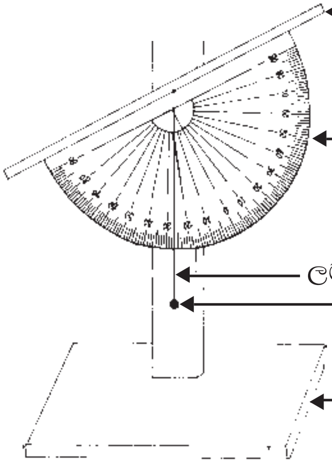
කොඩි කණුවේ සැබෑ උස $= \underline{\underline{5.5\text{ m}}}$

ආනතිමානය (Clinometer)

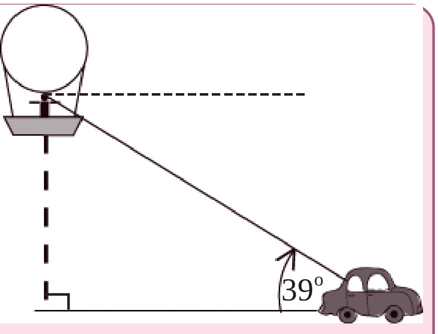
තිරස් පිහිටීමක සිට ආරෝහණ කෝණය හෝ අවරෝහණ කෝණය මැනීමට භාවිත කළ හැකි උපකරණයකි ආනතිමානය. මිනින්දෝරුවන් විසින් මේ සඳහා නවීන උපකරණ භාවිත කරනු ලබන අතර අතීතයේ දී බොහෝ තාරකා විද්‍යාව ආශ්‍රිත සොයා ගැනීම් සඳහා යොදගත් ආනතිමානයක් පහත දක්වෙන ලෙස සකස්කරගත හැකි ය. මේ සඳහා කෝණමානයේ ආධාරක පාදයට මැලියම් (Glue) යොදා බීම බටයක් සවිකරගන්න.

කෝණමානය ආධාරකයට සවිකිරීමට ගන්නා ඇණයෙහි හිසට ලඹ නූලකින් භාරයක් ගැටගසා ගන්න.

පහත රූපසටහනේ අදළ කොටස් දක්වා ඇත.



අභ්‍යාසය 27.2



(1) බැලූනයක නැගී අහසේ ගමන් කරන්නකු මාර්ගයේ ගමන් කරන මෝටර් රථයක් දකින අයුරු රූපයේ දැක්වේ. බැලූනයේ සිට මෝටර් රථය දෙස බලන අවස්ථාවේ දී මෝටර් රථයේ අවරෝහණ කෝණයේ විශාලත්වය කීය ද?

(2) ආරෝහණ කෝණයක් සහ අවරෝහණ කෝණයක් යනු කුමක්දැ යි පැහැදිලි කරන්න.

(3) උස ගොඩනැගිල්ලක් තුළ පොළවේ සිට 60 m ක් උසින් පිහිටි ස්ථානයක සිටින තැනැත්තෙක් ඊට 40 m ක් දුරින් පිහිටි උස තවත් ගොඩනැගිල්ලක මුදුන දෙස බැලීමේ දී එහි මුදුනේ අවරෝහණ කෝණය 27^o ක් බවත් එහි පතුලේ අවරෝහණ කෝණය 56^o ක් බවත් මැන ගත්තේ ය. සුදුසු පරිමාණයක් තෝරාගෙන අඳින ලද පරිමාණ රූපයක් ඇසුරින් එම දෙවනි ගොඩනැගිල්ලේ උස සොයන්න.

(4) PQ සිරස් කණුවක පාමුල වන P සිට තිරස් බිමේ එක්තරා දුරකින් A නම් ලක්ෂ්‍යයක් ඇත. A සිට බැලූ විට එහි මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 60^o කි. A සිට කණුවෙන් ඉවතට PA ඔස්සේ තවත් 3 mක් දුර ගමන් කළ විට කණුව මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 35^o කි. සුදුසු පරිමාණයක් භාවිතයෙන් කණුවේ උස සොයන්න.

(5) තිරස් ව ගමන් ගන්නා හෙලිකොප්ටරයක නියමුවා පොළවේ එක්තරා ස්ථානයක පිහිටුවා ඇති සතුරු ඉලක්කයක් දකින්නේ 40^o ක අවරෝහණ කෝණයකිනි. තවත් 50 mක් තිරස් ව ඉලක්කය වෙත ළංවූ විට එහි අවරෝහණ කෝණය 80^o කි. හෙලිකොප්ටරය පොළවේ සිට කොපමණ උසකින් පිහිටන්නේ ද යන්න පරිමාණ රූපයක් ඇසුරින් ගණනය කරන්න.

දත්ත නිරූපණය හා දත්ත අර්ථකථනය 28

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සන්තතික හා විවික්ත දත්ත හඳුනාගැනීම
- දෙන ලද දත්ත සමූහයක් සඳහා සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කිරීම
- සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක පන්ති සීමා, මායිම් හා මධ්‍ය අගය සෙවීම
- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මාත පන්තිය, මධ්‍යස්ථ පන්තිය සෙවීම හා මධ්‍යන්‍යය ගණනය කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

පාසලේ සිටින ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව, පොතක ස්කන්ධය, නිවසේ සිට පාසලට ඇති දුර, පාසලට පැමිණීමට ගතවන කාලය, අප ප්‍රිය කරන ක්‍රීඩා, වෙළෙඳ සැලකින් මිල දී ගන්නා භාණ්ඩ වර්ග, ආදී දේවල් සම්බන්ධ දත්ත එක් රැස් කර ගත හැකි ය. මෙම දත්ත අතුරින් සමහර ඒවා අපට සංඛ්‍යාත්මක ව ප්‍රකාශ කළ හැකි අතර සමහර ඒවා එසේ කළ නොහැකි ය. ප්‍රමාණාත්මක දත්ත, සංඛ්‍යාත්මක ව ප්‍රකාශ කරනු ලැබේ. එම දත්ත සන්තතික දත්ත හා විවික්ත දත්ත වශයෙන් තවදුරටත් වර්ග කළ හැකි ය.

28.1 සංඛ්‍යාත්මක දත්ත

සංඛ්‍යාත්මක දත්ත

සන්තතික දත්ත | විවික්ත දත්ත

(A) සන්තතික දත්ත

පහත දක්වා ඇත්තේ යකඩ ගේට්ටුවක් සෑදීමේ දී අපතේ ගිය යකඩ කැබලි දහයක දිග ප්‍රමාණයන් ය. (cm වලින්)

5.2, 4.8, 6.0, 5.0, 4.7
4.0, 4.9, 5.5, 4.7, 4.8

මෙම දත්ත සමූහයේ 4 cm හා 6 cm අතර වූ පූර්ණ සංඛ්‍යා පමණක් නොව දශම සංඛ්‍යා ද තිබේ.

නිශ්චිත පූර්ණ අගයක් පමණක් නො ගන්නා නමුත් යම් පරාසයක් තුළ වූ ඕනෑ ම අගයක් ගත හැකි දත්ත **සන්තතික දත්ත** ලෙස හැඳින්වේ.

උදා 1. ජීවියකුගේ ආයු කාලය 2. කෙසෙල් කැනක ස්කන්ධය 3. පන්තියේ සිසුන්ගේ උස

(B) විවික්ත දත්ත

සිසුන් 40 ක් සිටින 9 ශ්‍රේණියේ පන්තියක එක්තරා සතියක පැමිණීම පහත සටහනින් දැක්වේ.

සතියේ දවස්	සඳුදා	අඟහරුවාදා	බදාදා	බ්‍රහස්පතින්දා	සිකුරාදා
පැමිණි සිසුන් ගණන	34	30	40	38	35

මෙහි දී පැමිණ සිටින ළමුන් ගණන 0 ත් 40 ත් අතර පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගයක් ගනී. එය කිසි විටෙකත් භාග සංඛ්‍යාවක් හෝ දශම සංඛ්‍යාවක් නොවේ.

මේ අනුව යම් දත්තයක් කිසියම් අගය පරාසයක් තුළ පූර්ණ සංඛ්‍යාමය අගයක් පමණක් ගනී නම් එවැනි දත්ත **විවික්ත දත්ත** ලෙස හැඳින්වේ.

උදා i කර්මාන්ත ශාලාවක සේවය කරන සේවක පිරිස
ii පුස්තකාලයෙහි ඇති පොත් ගණන
iii පන්තියේ තිබෙන පුටු ගණන

අභ්‍යාසය 28.1

පහත දැක්වෙන දත්ත අතුරින් සන්තතික හා විවික්ත දත්ත තෝරන්න

(1) ආයතනයකට දිනකට ලැබෙන දුරකතන ඇමතුම් ගණන
(2) පන්තියක සිටින ශිෂ්‍යයන්ගේ ස්කන්ධය
(3) ගමක ජීවත්වන පවුල් ගණන
(4) බැංකු කළමනාකරුවෙකුගේ මාසික වැටුප
(5) ශිෂ්‍යයකු දවසකට රූපවාහිනියක් නරඹන කාලය
(6) වසරකට ප්‍රධාන විශ්වවිද්‍යාලවලට ඇතුළත් කරගනු ලබන ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
(7) ක්‍රිකට් තරගයක දී එක් පිලක් රැස් කරනු ලබන ලකුණු ප්‍රමාණය
(8) මාළු කුරියෙකුගේ ස්කන්ධය
(9) පුවත්පතක ඇති දැන්වීම් ගණන
(10) අ.පො.ස. සාමාන්‍ය පෙළ විභාගයේ දී ශිෂ්‍යයකුට ලබා ගත හැකි විශිෂ්ට සාමාර්ථ ගණන

28.2 සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය

ඔබ දැනටමත් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරන ආකාරය පිළිබඳ ව හදරා ඇත. දත්ත සංඛ්‍යාව වැඩි වූ විට අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කිරීම තරමක අපහසු කාර්යයකි. මෙවැනි අවස්ථාවක දී දත්ත කාණ්ඩවලට වෙන්කිරීම හෙවත් සමූහනය කිරීමෙන් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය සකස් කරන ආකාරය විමසා බලමු.

එක්තරා පාසලක 9 වන ශ්‍රේණියේ තුන්වන වාර පරීක්ෂණයේ ගණිතය විෂයය සඳහා පෙනී සිටි සිසුන් 50 දෙනෙකු ලබාගත් ලකුණු පහත දැක්වේ.

4, 12, 16, 20, 22, 25, 29, 30, 33, 35, 35, 37, 39, 41, 41, 43, 43, 43, 44, 45, 46, 48, 51, 52, 52, 52, 53, 54, 55, 55, 56, 57, 58, 59, 62, 63, 64, 65, 67, 68, 71, 74, 75, 75, 77, 81, 83, 86, 89, 95,

මෙම ලකුණු කාණ්ඩ 10කට වෙන් කර පහත ආකාරයට වගුවකින් දැක්විය හැකි ය.

පන්ති ප්‍රාන්තර (ලකුණු) 1	අපේක්ෂකයන් ගණන (සංඛ්‍යාතය) 2
1 - 10	1
11 - 20	3
21 -30	4
3 → 31 - 40	5
41 - 50	9
51 - 60	12
61 - 70	6
71 - 80	5
81 - 90	4
91 - 100	1
	50

මෙම වගුවේ 1 තීරුව මගින් දැක්වෙන්නේ සියලු ම සිසුන් ලබාගත් ලකුණු (1 - 100 අතර වූ) සමාන පරතරයකින් යුත් කාණ්ඩවලට (පන්තිවලට) සමූහනය කර ඉදිරිපත් කිරීමයි. මෙය **පන්ති ප්‍රාන්තර තීරුව** නම් වේ.

2 තීරුව මගින් පෙන්නුම් කෙරෙන්නේ ඒ ඒ පන්ති ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් සිසුන් සංඛ්‍යාව වේ. මෙය **සංඛ්‍යාත තීරුව (f)** නම් වේ. 3140 පන්ති ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් ළමුන් ගණන 5කි. මෙය එම පන්තියේ **සංඛ්‍යාතය** වේ.

3 මගින් දැක්වෙන හතරවන පන්ති ප්‍රාන්තරය සලකන්න. මෙයට 31 සිට 40 තෙක් සංඛ්‍යා 10 ම ඇතුළත් කළ හැකි ය. මෙලෙස යම් පන්ති ප්‍රාන්තරයකට අයත් සංඛ්‍යා ගණන එහි පන්ති **තරම** ලෙස හැඳින්වේ.

යම් විශාල දත්ත ව්‍යාප්තියක් පන්ති ප්‍රාන්තර හා ඊට අනුරූප සංඛ්‍යාතය දැක්වෙන පරිදි සකස්කරන ලද වගුවක් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ලෙස හැඳින්වේ.

විශාල දත්ත ප්‍රමාණයක්, සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ඇසුරෙන් ඉදිරිපත් කිරීමෙන්,

- දත්ත සන්නිවේදනය කර ගැනීමේ පහසුව
- සංඛ්‍යාත්මක ගණනය කිරීම් සිදු කිරීමේ පහසුව
- විවිධ නිගමනවලට එළඹීමේ පහසුව ලැබේ.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කිරීමේ දී පළමු ව දත්තවල පරාසය සොයා ගත යුතු ය.

දී ඇති දත්තවලට වැඩිත ම හා අඩුත ම අගයන් අතර වෙනස **පරාසය** ලෙස සැලකේ.

ඉන්පසු සුදුසු කාණ්ඩවලට (පන්ති ප්‍රාන්තරවලට) වෙන්කර ගැනීම පහත ආකාර දෙකෙන් එක් ක්‍රමයකට කළ හැකි ය.

1 ක්‍රමය පන්ති ප්‍රාන්තර සංඛ්‍යාව මුලින් ම තීරණය කර ඒ අනුව පන්ති පළල සෙවීම.

උදා දත්තවල පරාසය 55 නම්, ප්‍රාන්තර අටකට වෙන් කිරීමට තීරණය කළේ නම් එක් පන්තියක තරම $= \dfrac{\text{පරාසය}}{\text{පන්ති ගණන}}$

$= \dfrac{55}{8} = 6.82$

$\therefore$ පන්තියේ තරම ආසන්න ලෙස 7 ගනු ලැබේ.

2 ක්‍රමය මුලින් පන්තියක තරම තීරණය කිරීමෙන් පසුව පන්ති ගණන සෙවීම.

උදා පන්ති තරම 10 ලෙස තීරණය කරනු ලැබුවේ නම්,

අවශ්‍ය පන්ති ප්‍රාන්තර ගණන $= \dfrac{\text{පරාසය}}{\text{පන්තියක තරම}}$

$= \dfrac{55}{10}$

$= 5.5$

$\therefore$ ආසන්න ලෙස පන්ති ප්‍රාන්තර ගණන $= 6$ වේ.

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක පන්ති ප්‍රාන්තර සංඛ්‍යාව 7 ත් 10 ත් අතර වීම වඩා සුදුසු ය.

අවසාන වශයෙන් පන්ති ප්‍රාන්තර වෙන් කළ පසු සියලු දත්ත ප්‍රගණන ලකුණු භාවිත කර අදාළ පන්ති ප්‍රාන්තර ඉදිරියෙන් සටහන් කර ගැනීමෙන් ඒ ඒ පන්තියට දත්ත යෙදෙන වාර ගණන ලබා ගත හැකි ය. මේ අනුව පන්ති ප්‍රාන්තර ඉදිරියෙන් දත්ත යොදන වාර ගණන දැක්වීම මගින් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරගත හැකි ය.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන්නේ එක්තරා පාසලක ගණිතය විෂයයට පෙනී සිටි ළමයින් 50 දෙනෙකු ලබාගත් ලකුණු ය.

59	65	57	76	70	53	62	62	51	42
55	62	53	37	61	48	54	58	68	52
42	56	40	49	64	54	58	38	68	56
51	33	65	73	56	52	40	54	55	56
59	45	56	57	56	65	43	48	63	51

(i) මෙම දත්ත සමූහයේ අඩු ම අගය කීය ද?
(ii) මෙම දත්ත සමූහයේ වැඩි ම අගය කීය ද?
(iii) දත්ත සමූහයේ පරාසය සොයන්න.
(iv) පන්ති ප්‍රාන්තර ගණන 7 ලෙස ගෙන පන්තියක පළල සොයන්න.
(v) ප්‍රගණන ලකුණු භාවිත කර දත්ත ඇතුළත් කරමින් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරන්න.

(i) අඩුම අගය = 33 (ii) වැඩි ම අගය = 76

(iii) දත්තවල පරාසය 76 - 33 = 43

(iv) පන්තියක තරම $= \dfrac{43}{7} = 6.14$

පන්තියක තරම ඉහළ පූර්ණ අගයට 7 ලෙස ගතහැකි ය.
එවිට පහත ආකාරයට සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පිළියෙල කළ හැකි ය.

පන්ති ප්‍රාන්තර	ප්‍රගණන ලකුණු	සංඛ්‍යාතය (*f*)
32 - 38	///	03
39 - 45	~~////~~ /	06
46 - 52	~~////~~ ///	08
53 - 59	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ////	19
60 - 66	~~////~~ ////	09
67 - 73	////	04
74 - 80	/	01

අභ්‍යාසය 28.2

(1) පහත දැක්වෙන්නේ එක්තරා නිවාස යෝජනා ක්‍රමයක වෙසෙන නිවැසියන් 70 කගේ මාසික විදුලි පරිභෝජන ඒකක ගණන පිළිබඳ ලබාගත් දත්තයන් ය. මෙම දත්ත උපයෝගී කරගෙන පන්ති ප්‍රාන්තර 70-79, 80-89, 90- 99 ලෙස ගෙන සමූහිත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරන්න.

71	86	81	70	78	81	85	84	76	72
86	87	89	89	84	87	88	94	101	104
91	102	103	111	115	112	105	108	109	116
116	129	130	119	107	109	106	108	109	106
107	121	106	107	124	105	105	104	108	126
98	96	97	86	87	84	94	94	92	93
89	89	98	99	97	93	91	87	88	98

(2) එක්තරා තැපැල් කාර්යාලයකින් යවනු ලැබූ විදුලි පණිවුඩ 50ක තිබූ වචන සංඛ්‍යාව පහත දැක්වේ.

19	23	7	12	15	21	19	26	28	29
16	17	20	19	26	22	24	8	18	17
20	31	33	23	24	34	35	28	27	36
34	30	26	29	25	26	24	25	20	18
21	20	22	18	17	25	25	24	23	27

(i) විදුලි පණිවුඩයක තිබූ අඩු ම වචන සංඛ්‍යාව හා වැඩි ම වචන සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?

(ii) මෙම දත්තවල පරාසය සොයන්න.

(iii) මෙම දත්ත ඇසුරින් එක පන්තියක පළල වචන පහක් ලෙස වූ පන්ති ප්‍රාන්තර ඇති සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරන්න.

(3) වැඩිහිටි නිවාසයක සිටින නේවාසිකයන්ගේ වයස් ප්‍රමාණයන් (අවුරුදු) පිළිබඳ රැස් කර ගනු ලැබූ තොරතුරු පහත දැක්වේ.

60	70	68	66	73	80	68	76	68	79
74	52	74	68	68	61	65	62	67	74
66	68	68	69	69	64	57	60	68	67
77	82	65	71	72	60	63	70	70	69
74	65	64	72	84	64	58	59	73	88

ඉහත දත්ත සියල්ල ම ඇතුළත් වන සේ සුදුසු පරිදි සමාන පළලින් යුත් පන්ති ගෙන සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.

(4) ශ්‍රී ලංකාවේ විවිධ ප්‍රදේශවල පිහිටි ප්‍රධාන රාජ්‍ය බැංකුවක ශාඛා 50 කට එක් දිනක දී පැමිණි ගණුදෙනු කරුවන් සංඛ්‍යාව පිළිබඳ විස්තරයක් පහත පරිදි වේ.

98	70	60	53	69	100	117	48	67	79
109	73	81	102	88	69	88	88	76	96
63	90	88	73	76	96	70	76	104	84
94	87	93	108	64	94	85	112	73	63
49	118	58	64	68	73	76	54	84	45

සියලු ගණුදෙනු කරුවන් ඇතුළත්වන පරිදි සමාන පළලින් යුතු පන්ති ප්‍රාන්තර අටකින් යුක්ත වන සේ සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.

28.3 පන්ති සීමාව, පන්ති මායිම හා පන්තියක මධ්‍ය අගය

පන්ති ප්‍රාන්තර	සංඛ්‍යාතය
32 - 38	03
39 - 45	06
46 - 52	08
53 - 59	19
60 - 66	10
67 - 73	03
74 - 80	01

මෙහි දැක්වෙන සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය ගැන අවධානය යොමු කරමින් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක පන්ති සීමාව, පන්ති මායිම හා පන්තියක මධ්‍ය අගය පිළිබඳව අවබෝධය ලබා ගනිමු.

(A) පන්ති සීමා

ව්‍යාප්තියක යම් පන්ති ප්‍රාන්තරයක ඉහළ අගය එම පන්තියේ ඉහළ සීමාව ලෙස ද, පහළ අගය පහළ සීමාව ලෙස ද හැඳින්වේ.

ඉහත දක්වන ලද ව්‍යාප්තියේ 46 - 52 පන්ති ප්‍රාන්තරය සැලකූ විට

46 - 52

පහළ සීමාව ඉහළ සීමාව

(B) පන්ති මායිම් (සැබෑ සීමා)

සන්තතික දත්තයකට අදාළ අගයන් පන්ති ප්‍රාන්තර වශයෙන් වෙන්කිරීමේ දී පන්ති ප්‍රාන්තර එකිනෙකට යාව තිබිය යුතු ය. මෙහි දී පන්ති අතර පරතරයක් නොතිබිය යුතු ය. මේ නිසා පන්ති අතර පරතරයන් සහිත ව සන්තතික දත්ත ව්‍යාප්තියක් දී ඇති විට පන්ති අතර පරතරය නැති කිරීමට පන්ති මායිම් ගැන සැලකීමට සිදුවේ. මේ අනුව යම් පන්තියක පන්ති මායිම් හෙවත් සැබෑ සීමා පහත ආකාරයට ගණනය කළ හැකි ය.

$$\text{පහළ මායිම} = \frac{\text{එම පන්තියේ පහළ සීමාව + ඊට අඩු පන්තියේ ඉහළ සීමාව}}{2}$$

$$\text{ඉහළ මායිම} = \frac{\text{එම පන්තියේ ඉහළ සීමාව + ඊට වැඩි පන්තියේ පහළ සීමාව}}{2}$$

ඉහත දැක් වූ ව්‍යාප්තියේ පන්ති සීමාවන්ට අනුරූප පන්ති මායිම් පහත ආකාරයට දැක්විය හැකි ය.

පන්ති සීමා වශයෙන්		පන්ති මායිම් (සැබෑ සීමා)	
32 – 38		31.5 – 38.5	
39 – 45		38.5 – 45.5	
✸ 46 – 52	$\frac{45+46}{2}$ →	45.5 – 52.5	← $\frac{52+53}{2}$
53 – 59		52.5 – 59.5	
60 – 66		59.5 – 66.5	
67 – 73		66.5 – 73.5	
74 – 80		73.5 – 80.5	

✸ 46 – 52 පන්තියේ පන්ති සීමාව, පන්ති මායිම් බවට පත් කළ අයුරු ඉහත පැහැදිලි කර ඇත.

(C) පන්තියක මධ්‍ය අගය (x)

ඉහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ 46 - 52 පන්තියේ සංඛ්‍යාතය (f) 08ක් වේ. මෙයින් අදහස් වන්නේ 46 සහ 52 අතර අයගණන් 08ක් ඇති බව ය. මෙහි දී මෙම අයගණන් අටෙහි සැබෑ අගයන් නොදන්නා බැවින් මෙම අයගණන් අට ම 46 - 52 පන්තියේ මැද අගය හෙවත් **මධ්‍ය අගය** ගෙන ඇතැයි සලකනු ලැබේ.

✸ **පන්ති සීමා ඇසුරෙන් පන්තියක මධ්‍ය අගය** $= \dfrac{\textbf{පහළ සීමාව} + \textbf{ඉහළ සීමාව}}{\mathbf{2}}$

ඒ අනුව 46 - 52 පන්තියේ මධ්‍ය අගය $= \dfrac{46 + 52}{2} = \dfrac{98}{2} = \underline{\underline{49}}$

✸ **පන්ති මායිම් ඇසුරෙන් පන්තියක මධ්‍ය අගය** $= \dfrac{\textbf{පහළ මායිම} + \textbf{ඉහළ මායිම}}{2}$

45.5 - 52.5 පන්තියේ මධ්‍ය අගය $= \dfrac{45.5 + 52.5}{2} = \dfrac{98}{2} = \underline{\underline{49}}$

මෙලෙස 32 - 38 පන්තියේ මධ්‍ය අගය 35 ද, 39 - 45 පන්තියේ මධ්‍ය අගය 42 ද, 53 - 59 පන්තියේ මධ්‍ය අගය 56 ද ආදී වශයෙන් වේ.

අභ්‍යාසය 28.3

(1) සමූහිත සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක පන්ති ප්‍රාන්තරවල පන්ති සීමා පහත දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තර	50 - 59	60 - 69	70 - 79	80 - 89	90 - 99
සංඛ්‍යාතය	03	05	10	07	02

(i) 60 - 69 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ පහළ මායිම සොයන්න.
(ii) 60 - 69 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ ඉහළ මායිම සොයන්න.
(iii) 60 - 69 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ පන්ති සීමා සැලකීමෙන් පන්ති තරම සොයන්න.
(iv) 60 - 69 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ පන්ති මායිම සැලකීමෙන් පන්ති තරම සොයන්න.
(v) 60 - 69 පන්තියේ මධ්‍ය අගය සොයන්න.

(2) පහත දැක්වෙන පන්ති ප්‍රාන්තරඑක එකෙහි මධ්‍ය අගය සොයන්න.
(i) 5 - 9, 10 - 14, 15 - 19, 20 - 24, 25 - 29, 30 - 34
(ii) 3.5 - 8.5, 8.5 - 13.5, 13.5 - 18.5, 18.5 - 23.5, 23.5 - 28.5

(3) පහත දැක්වෙන සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය, පන්ති මායිම් හා පන්තිවල මධ්‍ය අගය ඇතුළත් කර නැවත ලියන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තර	15 - 19	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 44
සංඛ්‍යාතය	05	08	18	12	07	04

28.4 මාත පන්තිය, මධ්‍යස්ථ පන්තිය හා මධ්‍යන්‍යය.

(A) මාත පන්තිය

දී ඇති සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ සංඛ්‍යාත තීරුවේ වැඩි ම වටිනාකමට අනුරූප අගය ඇතුළත් පන්තිය **මාත පන්තිය** ලෙස හැඳින්වේ.
(යම් ව්‍යාප්තියක් සඳහා මාත පන්ති දෙකක් හෝ වැඩි ගණනක් වුව ද තිබිය හැකි ය.)

උදා පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය සලකන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තර	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
සංඛ්‍යාතය	08	15	20	17	06

මෙහි මාත පන්තිය වනුයේ වැඩි ම සංඛ්‍යාතය වන 20ට අනුරූප පන්තිය වන 30 - 40 පන්තිය වේ.

(B) මධ්‍යස්ථ පන්තිය

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මුළු සංඛ්‍යාතයේ හරි මැද පිහිටි අගයට අනුරූප වන අගය මධ්‍යස්ථය වේ. මෙම අගය අයත්වන පන්තිය **මධ්‍යස්ථ පන්තිය** ලෙස සැලකේ.

මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පිහිටීම $= \dfrac{\text{මුළු සංඛ්‍යාතය}}{2}$ වැනි අය ගණන පිහිටන පන්තියයි.

නිදසුන 2

මෙහි දැක්වෙන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පිහිටීම සොයමු.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය	
10 - 20	08	8 +
20 - 30	15	15 +
30 - 40	20	10
40 - 50	17	
50 - 60	06	
	66	

මුළු සංඛ්‍යාතය දෙකෙන් බෙදීමෙන් පසු ලැබෙන වටිනාකමට සමාන වටිනාකමක් ලැබෙන්නේ සංඛ්‍යාත තීරුවේ මුල සිට සංඛ්‍යාතයන් කීයක් එකතු කළ විට ද යි සොයන්න. එම අගයට අනුරූප පන්තිය මධ්‍යස්ථය පිහිටන පන්තිය වේ.

මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පිහිටීම $= \dfrac{\text{මුළු සංඛ්‍යාතය}}{2}$ වැනි අය ගණන පිහිටන පන්තිය

$= \dfrac{66}{2}$ වැනි අය ගණන පිහිටන පන්තිය

$= 33$ වැනි අය ගණන පිහිටන පන්තිය

මධ්‍යස්ථය පිහිටන පන්තිය $= \underline{\underline{30 - 40}}$

(C) මධ්‍යන්‍යය

මීට පෙර පන්තියේ දී සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් උපයෝගි කරගෙන $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ භාවිත කර මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්නට යෙදුනි.

මෙහි දී අප සමූහිත දත්ත ව්‍යාප්තියක් සඳහා මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා ද එම සූත්‍රය ම උපයෝගි කර ගනිමු. එහෙත් සමූහිත දත්ත ව්‍යාප්තියක දී x සඳහා නිශ්චිත අගයක් නොමැත. ඒ සඳහා ඇත්තේ පන්ති ප්‍රාන්තරයකි. පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය x ලෙස ගනිමු. x මගින් මුළු පන්තියේ ම අය ගණන් නියෝජනය වේ යයි මෙහි දී සලකමු. මේ නිසා මෙම පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය (x) අදාළ දත්තය ලෙස සැලකීමෙන්

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිවල දී මධ්‍යන්‍යය, $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ ලෙස ගෙන ගණනය කරන බව

අවබෝධ කර ගත යුතු වේ. නමුත් සමහර අවස්ථාවල දී පන්තිය තුළ දත්ත සියල්ල ඉහළ සීමාවට හෝ පහළ සීමාවට ආසන්න ව පිහිටිය හැකි ය. එවැනි අවස්ථාවල දී ගණනයෙන් ලබා ගන්නා මධ්‍යන්‍යය සැබෑ මධ්‍යන්‍යයට වඩා වෙනස් විය හැකි ය.

නිදසුන 3

පෞද්ගලික මෝටර් රථ 100ක මසක් තුළ ඉන්ධන පරිභෝජනය පිළිබඳ ව කරන ලද සමීක්ෂණයක දී පහත දත්ත ලබාගන්නා ලදී.

ඉන්ධන ප්‍රමාණය ලීටර්වලින්	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90	90 - 100
වාහන සංඛ්‍යාව	20	25	30	15	10

(i) මෙම ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?
(ii) මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන්න.
(iii) මසකට එක් වාහනයක් භාවිත කරන ලද තෙල් ලීටර් ප්‍රමාණයේ මධ්‍යන්‍ය සොයන්න.

(i) මාත පන්තිය $= 70 - 80$

(ii) මධ්‍යස්ථ පන්තිය $= \frac{100}{2}$ වැනි අය ගණන පිහිටි පන්තිය

$= 50$ වැනි අය ගණන පිහිටි පන්තිය
$= \underline{\underline{70 - 80}}$

ඉන්ධන ලීටර් ප්‍රමාණය	වාහන සංඛ්‍යාව (f)	මධ්‍ය අගය (x)	$f \times x$
50 - 60	20	55	$20 \times 55 = 1100$
60 - 70	25	65	$25 \times 65 = 1625$
70 - 80	30	75	$30 \times 75 = 2250$
80 - 90	15	85	$15 \times 85 = 1275$
90 - 100	10	95	$10 \times 95 = 950$
	f = 100	මධ්‍යන්‍යය	$=$ f x $= 7200$

$$= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{7200}{100}$$

එක් වාහනයක් පරිභෝජනය කරනු ලබන
තෙල් ප්‍රමාණයේ මධ්‍යන්‍යය $= 72\ l$

අභ්‍යාසය 28.4

(1) සිසුන් කණ්ඩායමක් ලකුණු 40ක් දෙන ලද ගණිතය පරීක්ෂණයක දී ලබාගත් ලකුණු පිළිබඳ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත වගුවෙන් දැක්වේ.

ලකුණු	මධ්‍ය අගය (x)	සංඛ්‍යාතය (f)	මධ්‍ය අගය × සංඛ්‍යාතය (x) × (f)
1 - 5	3	03	09
6 - 10	8	06	48
11 - 15	13	08	—
16 - 20	—	10	180
21 - 25	—	15	—
26 - 30	—	10	—
31 - 35	—	05	—
36 - 40	—	03	—
	එකතුව	$f =$	$fx =$

මෙම වගුව ඔබේ පොතේ පිටපත් කරගන්න.

(i) කණ්ඩායමේ මුළු සිසුන් ගණන කොපමණ ද?

(ii) වැඩි ම සිසුන් ප්‍රමාණයක් කුමන ලකුණු පරාසය තුළ ලකුණු ලබාගෙන තිබේ ද?

(iii) ලකුණු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන්න.

(iv) ශිෂ්‍යයකුගේ මධ්‍යන්‍ය ලකුණ ගණනය කරන්න.

(v) ලකුණු 26 ට වඩා අඩුවෙන් ලැබූ සිසුන් ගණන මුළු සිසුන් ගෙන් කවර ප්‍රතිශතයක් ද?

(2) පහත දැක්වෙන්නේ භාජනයක තිබූ දෙඩම් ගෙඩි 50ක බර (ග්‍රෑම්වලින්) පිළිබඳ තොරතුරු ය.

115	90	184	92	106	129	107	99	186	107
76	140	113	81	136	164	131	204	120	82
109	160	171	65	93	107	180	140	84	139
123	170	187	119	100	80	95	115	115	118
100	110	115	180	208	123	128	98	82	125

(i) ඉහත දත්ත 60 - 80, 80 - 100, 100 - 120.... ආදී වශයෙන් පන්ති ප්‍රාන්තර 8 කින් යුත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරන්න.

(ii) වැඩි ම දෙඩම් ප්‍රමාණයක් අයත් වන්නේ කුමන බර පන්තියට ද?

(iii) මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන්න.

(iv) දෙඩම් ගෙඩියක මධ්‍යන්‍ය බර ගණනය කරන්න.

(3) දුර දිවීමේ කණ්ඩායමකට සහභාගි වූ ක්‍රීඩකයන් 50 දෙනෙකු තරගය අවසාන කිරීමට ගත කළ කාලය පිළිබඳ ප්‍රාන්තරයන් ද එම ප්‍රාන්තරයන්ට අයත් වූ තරගකරුවන් සංඛ්‍යාව ද පහත ව්‍යාප්තියේ දැක්වේ.

කාලය (මිනිත්තුවලින්)	15-18	19-22	23-26	27-30	31-34	35-38	39-42	43-46	47-50
තරගකරුවන් සංඛ්‍යාව	03	08	09	11	04	02	05	06	02

(i) තරගකරුවකු තරගය අවසාන කිරීමට ගතවූ මධ්‍යන්‍ය කාලය ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට සොයන්න.

(ii) තරගයෙන් පළමුවන, දෙවන, තෙවන ස්ථාන ලබාගත් තිදෙනාට පිළිවෙළින් රු 10 000, රු 7 000 සහ රු 5 000 බැගින් තෑගි මුදල් ප්‍රදානය කරන ලදී. එම තිදෙනා හැර තරගය මිනිත්තු 30 ක් හෝ ඊට අඩු කාලයක දී නිම කළ අන් සෑම තරගකරුවෙකුට ම රු 2 000 බැගින් තෑගි පිරිනමන ලද්දේ නම් සංවිධායකයින්ට තෑගි සඳහා වැය වූ මුළු මුදල සොයන්න.

(4) A හා B නම් රූපවාහිනි යන්ත්‍ර වර්ග දෙකක ආයු කාලයන් පහත පරිදි වන බව සමීක්ෂණයකින් අනාවරණය වී ඇත.

ජීවිත කාලය (අවුරුදු ගණන)	රූපවාහිනි සංඛ්‍යාව	
	A මාදිලිය	B මාදිලිය
0 - 2	5	2
2 - 4	16	7
4 - 6	13	12
6 - 8	7	19
8 - 10	5	9
10 - 12	4	1

(i) A මාදිලියේ හා B මාදිලයේ රූපවාහිනි සඳහා මාත පන්තිය හා මධ්‍යස්ථ පන්තිය වෙන වෙන ම සොයන්න.

(ii) A මාදිලිය හා B මාදිලය සඳහා මධ්‍යන්‍ය ආයුකාලයන් වෙන වෙන ම ගණනය කරන්න.

(iii) මධ්‍යන්‍ය ආයුකාලයන් පමණක් සැලකිල්ලට ගැනීමෙන් වඩා යෝග්‍ය කුමන මාදිලියේ රූපවාහිනි යන්ත්‍රයක් මිල දී ගැනීම ද?

(5) ආයතනයක සේවයකරන කම්කරුවන් 70 දෙනකුගේ දෛනික ආදායම සම්බන්ධ තොරතුරු පහත දැක්වේ.

දෛනික ආදායම (රු.)	කම්කරුවන් ගණන
600 - 700	05
700 - 800	08
800 - 900	14
900 - 1 000	20
1 000 - 1 100	12
1 100 - 1 200	07
1 200 - 1 300	04

(i) වැඩි ම කම්කරුවන් ගණනක් ලබන්නේ කුමන පරාසයේ වැටුපක් ද?

(ii) කම්කරුවකුගේ මධ්‍යන්‍ය දෛනික ආදායම සොයන්න.

(iii) කම්කරුවකුගේ මධ්‍යන්‍ය දෛනික ආදායමට, දිනට කම්කරුවකු ලබන මධ්‍යන්‍ය දෛනික ආදායමෙන් 20% මුදලක් එකතු කළ යුතු බවට යෝජනා කර ඇත්නම් ආයතනයට මේ සඳහා අවශ්‍ය අමතර මුදල ගණනය කරන්න.

(iv) ඉහත යෝජනාව ක්‍රියාත්මක කළහොත් කම්කරුවකුගේ නව මධ්‍යන්‍ය ආදායම සොයන්න.

(6) එක්තරා පාසලක 9 වන ශ්‍රේණියේ A හා B නම් වූ සමාන්තර පන්ති දෙකක පිළිවෙළින් සිසුහු 35ක් හා 40 බැගින් සිටිති තුන්වන වාරය අවසානයේ දී ගණිත විෂයය සඳහා A පන්තියේ සිසුන්ගේ සාමාන්‍ය ලකුණ 49ක් ද B පන්තියේ සිසුන්ගේ සාමාන්‍ය ලකුණ 53ක් ද විය. 9 වන ශ්‍රේණියේ ශිෂ්‍යයකුගේ ගණිතය සඳහා සාමාන්‍ය ලකුණ ගණනය කරන්න.

(7) පාසලක පවත්වාගෙන යනු ලබන A හා B නම් බැංකු දෙකෙහි ඉතිරිකිරීම් ගිණුම් පිළිබඳ ව පහත තොරතුරු ලබාගන්නා ලදී.

	A බැංකුව	B බැංකුව
සාමාජිකයන් ගණන	600	500
එක් සිසුවෙකුගේ සාමාන්‍ය මාසික තැන්පතුවක වටිනාකම (රු)	200	250

(i) එක් එක් බැංකුවේ මාසික තැන්පතුවල වටිනාකම ගණනය කරන්න.

(ii) බැංකු දෙකෙහි ම තැන්පතු සැලකිල්ලට ගැනීමෙන් මෙම පාසලේ ශිෂ්‍යයකුගේ මාසික ඉතිරිකිරීමේ සාමාන්‍ය වටිනාකම කොපමණ වේ දැයි ගණනය කරන්න.

(8) කර්මාන්ත ශාලාවක A හා B අංශ දෙකක සේවය කරන සේවකයන්ගේ දෛනික වැටුප් ව්‍යාප්තීන් පහත වගුවෙහි දැක් වේ.

දෛනික වැටුප (රු)	සේවක සංඛ්‍යාව	
	A අංශය	B අංශය
500 - 700	10	15
700 - 900	26	10
900 - 1 100	34	17
1 100 - 1 300	20	30
1 300 - 1 500	10	18

(i) A හා B අංශ සඳහා වෙන වෙන ම වැටුප්වල මධ්‍යන්‍ය ගණනය කරන්න.
(ii) ඉහළ මධ්‍යන්‍යය වැටුපක් ගෙවනු ලබන්නේ කුමන අංශයෙන් ද?
(iii) කර්මාන්ත ශාලාව සමස්ථයක් ලෙස ගත්විට එක් සේවකයකුගේ දෛනික වැටුපේ මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

(9) ගොවිජනපදයක ගොවීන්ගේ සහල් හා එළවළු අස්වැන්න ඉරිදු පොළට ප්‍රවාහනය කිරීමට 1 800 kg ක ස්කන්ධයක් පැටවිය හැකි වෑන් රථයක් උපයෝගීකර ගනී. වෑන්රථයේ රියදුරා එක් දිනක පොළට ගෙනයාමට එක් රැස් කර තිබූ සහල් හා එළවළු මලු වල ස්කන්ධය පහත ආකාරයට විය.

මලුවල බර **(kg)**	මලු ගණන **(f)**	මධ්‍ය අගය **(x) kg**	**fx**
10 - 20	08	15	120
20 - 30	10	25	250
30 - 40	15	—	—
40 - 50	10	45	450
50 - 60	07	55	—
	$f =$ ___		$fx =$ ___

(i) වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.
(ii) රථයෙහි පැටවීමට එක් රැස්කර ඇති මුළු මලු ගණන කොපමණ ද?
(iii) වගුවෙහි දැක්වෙන තොරතුරු අනුව එක්රැස්කර ඇති මලු සියල්ල වෑන් රථයට පැටවිය හැකියයි රථයේ රියදුරා ප්‍රකාශ කරයි. ඔහුගේ එම අදහසට පදනම් වූ හේතුව කුමක් ද?
(iv) රියදුරාගේ ප්‍රකාශය සත්‍ය නොවන අවස්ථා ද තිබිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(10)

පන්ති ප්‍රාන්තර	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100
සංඛ්‍යාතය (f)	17	p	32	24	19

ඉහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය අගය 50 වේ.

(i) මධ්‍ය අගය තීරුව හා fx තීරුව p ඇසුරෙන් සම්පූර්ණ කරන්න.

(ii) මධ්‍යන්‍යය සඳහා p ඇසුරෙන් සමීකරණය ගොඩනගන්න.