ගණිතය

10 ශ්‍රේණිය

I කොටස

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

පළමුවන මුද්‍රණය 2014
දෙවන මුද්‍රණය 2015
තුන්වන මුද්‍රණය 2016
හතරවන මුද්‍රණය 2017
පස්වන මුද්‍රණය 2018
හයවන මුද්‍රණය 2019
හත්වන මුද්‍රණය 2020

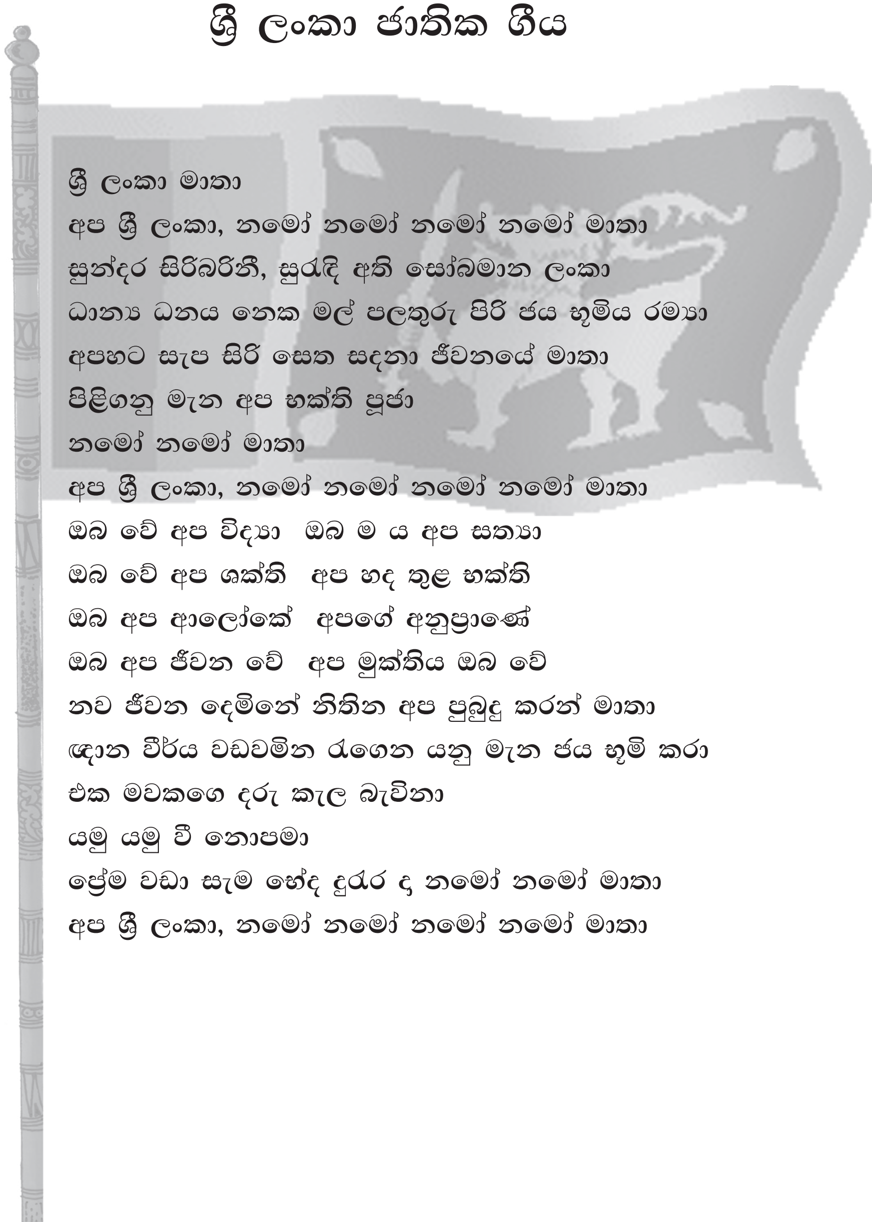
සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි

ISBN 978-955-25-0382-5

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින්
පානළුව, පාදුක්ක පිහිටි රජයේ මුද්‍රණ නීතිගත සංස්ථාවේ
මුද්‍රණය කරවා ප්‍රකාශයට පත් කරන ලදී.

Published by: Educational Publications Department
Printed by: State Printing Corporation, Panaluwa, Padukka.

ශ්‍රී ලංකා ජාතික ගීය



ශ්‍රී ලංකා මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා
සුන්දර සිරිබරිනී, සුරැඳි අති සෝබමාන ලංකා
ධාන්‍ය ධනය නෙක මල් පලතුරු පිරි ජය භූමිය රම්‍යා
අපහට සැප සිරි සෙත සදනා ජීවනයේ මාතා
පිළිගනු මැන අප භක්ති පූජා
නමෝ නමෝ මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා
ඔබ වේ අප විද්‍යා ඔබ ම ය අප සත්‍යා
ඔබ වේ අප ශක්ති අප හද තුළ භක්ති
ඔබ අප ආලෝකේ අපගේ අනුප්‍රාණේ
ඔබ අප ජීවන වේ අප මුක්තිය ඔබ වේ
නව ජීවන දෙමිනේ නිතින අප පුබුදු කරන් මාතා
ඥාන වීර්ය වඩවමින රැගෙන යනු මැන ජය භූමි කරා
එක මවකගෙ දරු කැල බැවිනා
යමු යමු වී නොපමා
ප්‍රේම වඩා සැම භේද දුරැර ද නමෝ නමෝ මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

අපි වෙමු එක මවකගෙ දරුවෝ
එක නිවසෙහි වෙසෙනා
එක පාටැති එක රුධිරය වේ
අප කය තුළ දුවනා

එබැවිනි අපි වෙමු සොයුරු සොයුරියෝ
එක ලෙස එහි වැඩෙනා
ජීවත් වන අප මෙම නිවසේ
සොඳින සිටිය යුතු වේ

සැමට ම මෙත් කරුණා ගුණෙනී
වෙළී සමගි දමිනී
රන් මිණි මුතු නො ව එය ම ය සැපතා
කිසි කල නොම දිරනා

ආනන්ද සමරකෝන්

පෙරවදන

ලෝකය දිනෙන් දින සංවර්ධනය කරා පියමනින විට අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රය ද සැමවිටම අලුත් වෙයි. එබැවින් අනාගත අභියෝග සඳහා සාර්ථක ලෙස මුහුණ දිය හැකි ශිෂ්‍ය ප්‍රජාවක් බිහිකරලීමට නම් අපගේ ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය ද නිරතුරුව සාධනීය ප්‍රවේශ වෙත ළඟාවිය යුතු ය. එයට සවියක් වෙමින් නවලොව දැනුම සමීප කරන අතරම, යහගුණයෙන් පිරිපුන් විශ්වීය පුරවැසියන් නිර්මාණය කිරීමට සහයවීම අපගේ වගකීම වේ. ඉගෙනුම් ආධාරක සම්පාදන කාර්යයෙහි සක්‍රිය ලෙස ව්‍යාවෘත වෙමින් අප දෙපාර්තමේන්තුව ඒ සඳහා දායක වනුයේ දූයේ දරුවන්ගේ නැණ පහන් දල්වාලීමේ උතුම් අදිටනෙනි.

පෙළපොතක් යනු දැනුම පිරි ගබඩාවකි. එය විටෙක අප වින්දනාත්මක ලොවකට කැඳවාගෙන යන අතරම තර්ක බුද්ධිය ද වඩවාලයි. සැඟවුණු විභව්‍යතා විකසිත කරවයි. අනාගතයේ දිනෙක, මේ පෙළපොත් හා සබැඳි ඇතැම් මතක, ඔබට සුවයක් ගෙන දෙනු ඇත. මේ අනගි ඉගෙනුම් උපකරණයෙන් ඔබ නිසි පල ලබාගන්නා අතරම තව තවත් යහපත් දැනුම් අවකාශ වෙත සමීප වීම ද අනිවාර්යයෙන් සිදු කළ යුතු ය. නිදහස් අධ්‍යාපනයේ මහරු තිළිණයක් ලෙස නොමිලේ මේ පොත ඔබේ දෝතට පිරිනැමේ. පාඨ ග්‍රන්ථ වෙනුවෙන් රජය වැය කර ඇති සුවිසල් ධනස්කන්ධයට අගයක් ලබා දිය හැක්කේ ඔබට පමණි. මෙම පෙළපොත හොඳින් පරිශීලනය කර නැණ ගුණ පිරි පුරවැසියන් වී හෙට ලොව එළිය කරන්නට ඔබ සැමට දිරිය සවිය ලැබෙන්නැයි සුබ පතමි.

මෙම පෙළපොත් සම්පාදන සත්කාර්යය වෙනුවෙන් අප්‍රමාණ වූ දායකත්වයක් සැපයූ ලේඛක, සංස්කාරක හා ඇගයුම් මණ්ඩල සාමාජික පිරිවරටත් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුවේ කාර්ය මණ්ඩලයටත් මාගේ ප්‍රණාමය පළකරමි.

ඩබ්ලිව්. එම්. ජයන්ත වික්‍රමනායක,
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්,
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව,
ඉසුරුපාය,
බත්තරමුල්ල.
2020. 05. 26

නියාමනය හා අධීක්ෂණය

ඩබ්ලිව්.එම්. ජයන්ත වික්‍රමනායක මයා - අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

මෙහෙයවීම

ඩබ්ලිව්. ඒ. නිර්මලා පියසීලි මිය - අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් (සංවර්ධන)
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සම්බන්ධීකරණය

තනුජා මෛත්‍රී විතාරණ මිය - සහකාර කොමසාරිස්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

චන්දිමා කුමාරි ද සොයිසා මිය - නියෝජ්‍ය කොමසාරිස් (2019 නැවත මුද්‍රණය)
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

අවසාන ඇගයීම

මහාචාර්ය එස්. කුලතුංග මයා - පීඨාධිපති, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය

සංස්කාරක මණ්ඩලය

ආචාර්ය ඩී.කේ. මල්ලව ආරච්චි මයා - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය රොමේන් ජයවර්ධන මිය - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
ඩබ්ලිව්.එම්. ප්‍රඥාදර්ශන මයා - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
බී.ඩී. චිත්තානන්ද බියන්විල මයා - අධ්‍යක්ෂ, අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
ජී.පී.එච්. ජගත් කුමාර මයා - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා - කථිකාචාර්ය, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
තනුජා මෛත්‍රී විතාරණ මිය - සහකාර කොමසාරිස්, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ලේඛක මණ්ඩලය

හේමමාලි වීරකෝන් මිය - කථිකාචාර්ය, පස්දුන්රට ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
එච්.එම්.ඒ. ජයසේන මයා - ගුරු උපදේශක, (විශ්‍රාමික)
වයි.වී.ආර්. විතාරම මයා - ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, දෙහිඕවිට
අජිත් රණසිංහ මයා - ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, හෝමාගම
අනුර ඩී. වීරසිංහ මයා - ගුරු උපදේශක, (පිරිවෙන්), මාතර දිස්ත්‍රික්කය
ඩබ්ලිව්.එම්.ඩී. ලාල් විජේකාන්ත මයා - ගුරු සේවය, ශාන්ත තෝමස් විද්‍යාලය, ගල්කිස්ස
එච්. ප්‍රියන්ත ධර්මරත්න මයා - ගුරු සේවය, සිරිමාවෝ බණ්ඩාරනායක බාලිකා විදුහල
රංජනී ද සිල්වා මිය - ගුරු සේවය, ධර්මපාල විද්‍යාලය, පන්නිපිටිය
අයි. එන්. වාගීෂමූර්ති මයා - අධ්‍යක්ෂ, (විශ්‍රාමික)
ආර්. එස්. ඊ. පුෂ්පරාජන් මයා - සහකාර අධ්‍යක්ෂ, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, පුත්තලම
කේ. කරුණේෂ්වරන් මයා - ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, කොළඹ

භාෂා සංස්කරණය

හරින්ද්‍ර බී. දසනායක මයා - අධ්‍යක්ෂ, රාජ්‍ය භාෂා දෙපාර්තමේන්තුව
ජයත් පියදසුන් මයා - සංස්කාරක, නමස්කාර සඟරාව, ලේක්හවුස්

සෝදුපත් කියවීම

ඩී. යූ. ශ්‍රීකාන්ත එදිරිසිංහ මයා - ගුරු සේවය, ගොඩගම සුභාරතී මහාමාත්‍ය මහා විද්‍යාලය

රූපසටහන්, පිටකවර නිර්මාණය හා පරිගණක අක්ෂර සංයෝජනය

ආර්. ඩී. තිළිණි සෙව්වන්දි මෙය - පරිගණක සහයක, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
බී. ටී. චතුරාණි පෙරේරා මිය - පරිගණක සහයක, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සම්පාදක මණ්ඩල සටහන

2015 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක වන නව විෂය නිර්දේශයට අනුකූලව මෙම පෙළපොත රචනා කර ඇත.

පෙළපොත සම්පාදනය කෙරෙන්නේ සිසුන් වෙනුවෙනි. එබැවින්, ඔබට තනිව කියවා වුව ද තේරුම් ගත හැකි පරිදි සරල ව සහ විස්තරාත්මක ව එය රචනා කිරීමට උත්සාහ ගත්තෙමු.

විෂය සංකල්ප ආකර්ශනීය අන්දමින් ඉදිරිපත් කිරීම සහ තහවුරු කිරීම සඳහා, විස්තර කිරීම්, ක්‍රියාකාරකම්, සහ නිදසුන් වැනි විවිධ ක්‍රම අනුගමනය කළෙමු. තව ද, අභ්‍යාස කිරීමේ රුචිකත්වය වර්ධනය වන පරිදි ඒවා සරල සිට සංකීර්ණ දක්වා අනුපිළිවෙළින් පෙළ ගස්වා තිබේ.

ගණිත විෂයයට අදාළ සංකල්ප දැක්වෙන පද, රාජ්‍ය භාෂා දෙපාර්තමේන්තුව සම්පාදනය කරන ගණිතය පාරිභාෂික පදමාලාවට අනුකූලව භාවිත කළෙමු.

විෂය නිර්දේශයේ 10 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය කොටස් ඉගෙන ගැනීමට මින් පෙර ශ්‍රේණිවල දී ඔබ උගත් යම් යම් විෂය කරුණු අවශ්‍ය වේ. එබැවින් එම පෙර දැනුම සිහි කිරීම පිණිස පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස සෑම පරිච්ඡේදයකම ආරම්භයේ දැක්වෙයි. ඒවා මගින් 10 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය කොටස් සඳහා ඔබව සූදානම් කෙරෙනු ඇත.

පන්තියේ දී ගුරුවරයා විසින් ඉගැන්වීමට පෙර, ඔබ මේ පරිච්ඡේද කියවීමෙන් සහ ඒ ඒ පරිච්ඡේදයේ එන පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස කිරීමෙන්, මේ පොත භාවිතයෙන් උපරිම ඵල ලැබිය හැකි ය.

ගණිත අධ්‍යාපනය ප්‍රීතිමත් සහ ඵලදායක වන්නැයි අපි ප්‍රාර්ථනා කරමු.

සම්පාදක මණ්ඩලය

පටුන

		පිටුව
1.	පරිමිතිය	1
2.	වර්ගමූලය	14
3.	භාග	23
4.	ද්විපද ප්‍රකාශන	38
5.	ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය	46
6.	වර්ගඵලය	64
7.	වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක	73
8.	ත්‍රිකෝණ I	84
9.	ත්‍රිකෝණ II	97
10.	ප්‍රතිලෝම සමානුපාත	111
11.	දත්ත නිරූපණය	119
12.	වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය	129
13.	වීජීය භාග	133
14.	ප්‍රතිශත	137
15.	සමීකරණ	149
16.	සමාන්තරාස්‍ර I	159
17.	සමාන්තරාස්‍ර II	168
18.	කුලක	176
	පාරිභාෂික ශබ්ද මාලාව	186
	පාඩම් අනුක්‍රමය	188

පිවිසෙන්න නිදහසේ සතුටින් දැනුම සොයා.. ඊ-තක්සලාව ට... www.e-thaksalawa.moe.gov.lk
The National e-learning Portal for the General Education

1 පරිමිතිය

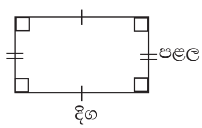
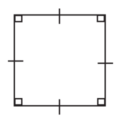
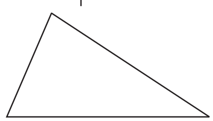
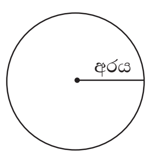
මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීමට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආශ්‍රිත තල රූපවල පරිමිතිය සෙවීම සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

තල රූපවල පරිමිතිය

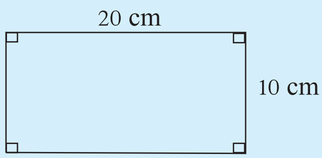
සෘජුකෝණාස්‍රය, සමචතුරස්‍රය, ත්‍රිකෝණය සහ වෘත්තය යන තල රූපවල පරිමිතිය සෙවීම පිළිබඳ ව මීට පෙර ශ්‍රේණිවල දී ඔබ හදාරා ඇත. ඒ පිළිබඳ ව කරුණු සාරාංශ කර මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

තල රූපය		පරිමිතිය
සෘජුකෝණාස්‍රය		2 (දිග + පළල)
සමචතුරස්‍රය		$4 \times$ පැත්තක දිග
ත්‍රිකෝණය		පාද තුනේ දිගෙහි එකතුව
වෘත්තය		$2\pi \times$ අරය

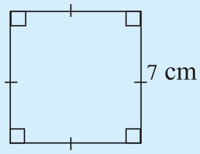
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් තල රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න.

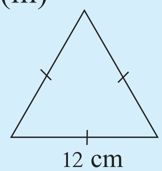
(i)



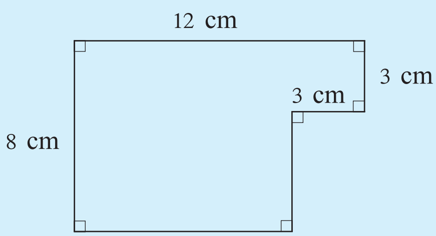
(ii)



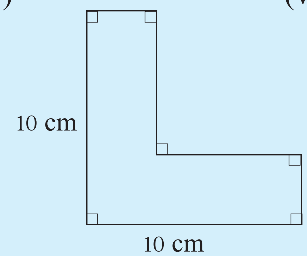
(iii)



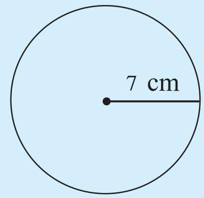
(iv)



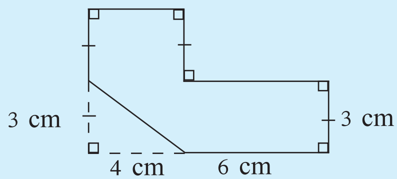
(v)



(vi)

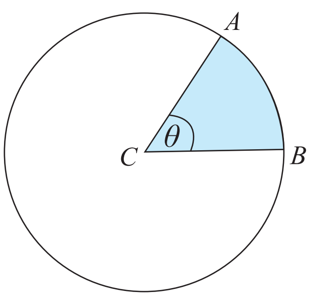


2. පහත දැක්වෙන රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න.



මූලික තල රූපවල පරිමිතිය මෙන්ම සංයුක්ත තල රූපවල පරිමිතිය සෙවීම පිළිබඳ කරුණු ඉහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය මගින් ඔබේ මතකයට නැගෙන්නට ඇත. දැන්, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල පරිමිතිය පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

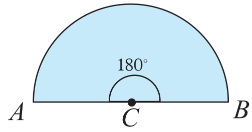
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය



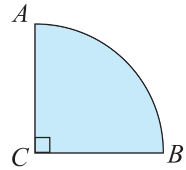
මෙම රූපයේ අඳුරු කොට ඇත්තේ කේන්ද්‍රය C වූ වෘත්තයක අර දෙකකින් හා පරිධියේ කොටසකින් මායිම් වූ පෙදෙසකි. එවැනි පෙදෙසකට **කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක්** යැයි කියනු ලැබේ. අර දෙක අතර කෝණය වන $\theta\ (A\hat{C}B)$ට **කේන්ද්‍ර කෝණය** යැයි කියනු ලැබේ.

මෙම කේන්ද්‍ර කෝණය 0° සිට 360° තෙක් වූ ඕනෑම අගයක් විය හැකි ය.

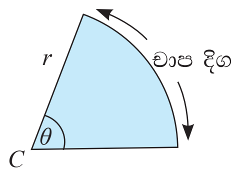
- කේන්ද්‍ර කෝණය 180° වූ විට ලැබෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය වන්නේ අර්ධ වෘත්තයකි.



- කේන්ද්‍ර කෝණය 90° වූ විට ලැබෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය වෘත්තයෙන් හතරෙන් එක් පංගුවකි.



1.1 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග සෙවීම

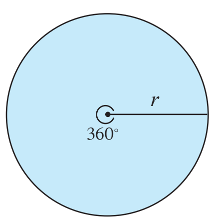


රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය r වන වෘත්තයකින් වෙන්කර ගන්නා ලද කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකි. මෙවැනි කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකට කේන්ද්‍ර කෝණය θ හා අරය r වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් යැයි කියනු ලැබේ. මෙහි චාප දිග සොයන ආකාරය දැන් විමසා බලමු. මේ සඳහා සූදානමක් ලෙස අරය r වන අර්ධ වෘත්තයක චාප දිග සොයමු.

අරය r වන වෘත්තයක පරිධිය (එනම් පරිමිතිය) $2\pi r$ බව අපි දනිමු.
එබැවින්, සමමිතිය අනුව, අරය r වන අර්ධ වෘත්තයක චාප දිග වන්නේ

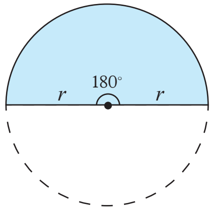
$$\frac{2\pi r}{2} = \pi r \quad \text{ය.}$$

මෙහි දී $2\pi r$ හි අගය 2න් බෙදා πr ලෙස අර්ධ වෘත්තයේ චාප දිග සෙවීමට හේතු වූයේ සමමිතිය යි. පහත විස්තර කෙරී ඇති පරිදි හේතු දැක්වීමෙන් ද එම πr අගය ලබා ගත හැකි ය.
මුලින්ම, අරය r වූ වෘත්තයක් හා අර්ධ වෘත්තයක් සලකමු.



වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රය වටා කෝණය 360°කි. එම කෝණයට අනුරූප වෘත්තයේ චාප දිග වන්නේ පරිධිය වන $2\pi r$ ය.

දැන් අර්ධ වෘත්තය සලකමු.



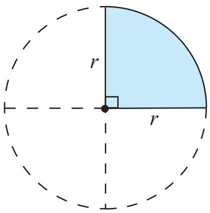
අර්ධ වෘත්තයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 180°කි. එය 360°න් $\frac{1}{2}$ කි. එම නිසා, අර්ධ වෘත්තයේ චාප දිග, වෘත්තයේ චාප දිගින් $\frac{1}{2}$ ක් විය යුතු ය.

එනම්, එය $2\pi r \times \frac{1}{2} = \pi r$ විය යුතුය.

වඩාත් විස්තරාත්මක ව ලියූ විට,

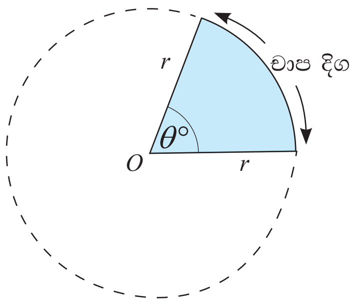
$$\text{අර්ධ වෘත්තයේ චාප දිග} = 2\pi r \times \frac{180}{360}$$
$$= 2\pi r \times \frac{1}{2}$$
$$= \pi r$$

මෙලෙසම, වෘත්තයෙන් $\frac{1}{4}$ ක් වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක කේන්ද්‍ර කෝණය 90° නිසා,



$$\text{වෘත්තයෙන් } \frac{1}{4} \text{ ක් වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග} = 2\pi r \times \frac{90}{360}$$
$$= 2\pi r \times \frac{1}{4}$$
$$= \frac{\pi r}{2}$$

මේ ආකාරයට හේතු දැක්වීමෙන්, අරය r වන වෘත්තයක, කේන්ද්‍ර කෝණය θ° වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග සඳහා ප්‍රකාශනයක් මෙසේ ලබා ගත හැකි ය.

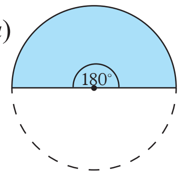
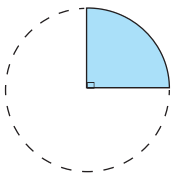
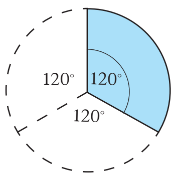
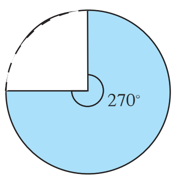
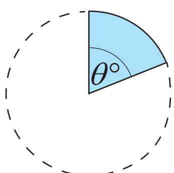


වෘත්තයේ පරිධිය $= 2\pi r$

චාප දිග $=$ වෘත්තයේ පරිධියෙන් $\frac{\theta}{360}$

$$\therefore \text{ චාප දිග } = 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග සෙවීම පිළිබඳ අදහස තවදුරටත් තහවුරු කර ගැනීම සඳහා පහත වගුව අධ්‍යයනය කරන්න.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	චාප කොටසේ දිග පරිධියෙන් භාගයක් ලෙස (රූපය ඇසුරෙන්)	කේන්ද්‍ර කෝණය	කේන්ද්‍ර කෝණය මුළු කෝණයෙන් භාගයක් ලෙස
(*a*) 	$\frac{1}{2}$	180°	$\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$
(*b*) 	$\frac{1}{4}$	90°	$\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$
(*c*) 	$\frac{1}{3}$	120°	$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$
(*d*) 	$\frac{3}{4}$	270°	$\frac{270}{360} = \frac{3}{4}$
(*e*) 	$\frac{\theta}{360}$	θ°	$\frac{\theta}{360}$

වගුවේ 1 හා 2 තීර බලන්න. යම් චාප කොටසක දිග, වෘත්තයේ පරිධියෙන් කවර භාගයක් දැයි රූපයෙන් හඳුනාගත හැකි විට එම චාප කොටසේ දිග පහසුවෙන් සොයා ගත හැකි ය. ඇත්ත වශයෙන් ම මෙම භාගය වන්නේ, කේන්ද්‍ර කෝණය අංශකවලින් දී ඇති විට

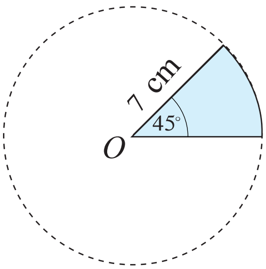
$$\frac{\text{කේන්ද්‍ර කෝණය}}{360}$$

බව අවසාන තීරය අනුව පෙනී යයි. මේ අනුව කේන්ද්‍ර කෝණය θ° හා අරය r වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග $2\pi r \times \dfrac{\theta}{360}$ මගින් ලැබෙන බව තවදුරටත් ඔබට පැහැදිලි වන්නට ඇත.

දැන් අපි නිදසුන් කිහිපයක් සලකා බලමු.

මෙම පාඩමෙහි අඩංගු නිදසුන් හා අභ්‍යාසවලදී π හි අගය $\dfrac{22}{7}$ ලෙස සලකනු ලැබේ.

නිදසුන 1



(i) රූපයේ අඳුරු කොට දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග වෘත්තයේ පරිධියෙන් කවර භාගයක් ද?

(ii) එම චාප දිග සොයන්න.

(i) $\dfrac{45}{360} = \underline{\underline{\dfrac{1}{8}}}$

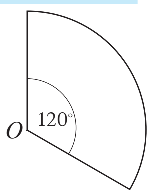
(ii) චාප දිග $= 2\pi r \times \dfrac{1}{8}$

$= \cancel{2}^{1} \times \dfrac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}_{1}} \times \cancel{7}_{1} \times \dfrac{1}{\cancel{8}_{\cancel{4}_{2}}}$

$= 5.5$

එනම්, චාප දිග 5.5 cm වේ.

නිදසුන 2



රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙහි චාප දිග සෙන්ටිමීටර 44කි. එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය අයත් වන වෘත්තයේ අරය (එනම්, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය) සොයන්න.

වෘත්තයේ අරය සෙන්ටිමීටර r ලෙස ගනිමු.

චාප දිග $= 2\pi r$ න් $\dfrac{120}{360}$

$\therefore \quad 44 = 2\pi r \times \dfrac{120}{360}$

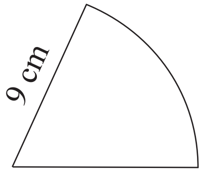
$44 = 2 \times \dfrac{22}{7} \times r \times \dfrac{\cancel{120}^{1}}{\cancel{360}_{3}}$

$\therefore \quad r = \dfrac{\cancel{44}^{\cancel{2}^{1}} \times 3 \times 7}{\cancel{2}_{1} \times \cancel{22}_{1}}$

$r = 21$

$\therefore$ වෘත්තයේ අරය 21 cm වේ.

නිදසුන 3



රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙහි චාප දිග සෙන්ටිමීටර 11කි. මෙම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙහි, කේන්ද්‍ර කෝණය සොයන්න.

කේන්ද්‍ර කෝණය θ° යැයි ගනිමු.

එවිට,

$$\text{චාප දිග} = 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$$

$$\therefore 11 = 2 \times \frac{22}{7} \times 9 \times \frac{\theta}{360}$$

$$\theta = \frac{11 \times 360 \times 7}{2 \times 22 \times 9}$$

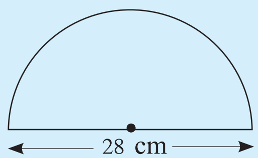
$$\theta = 70$$

$\therefore$ කේන්ද්‍ර කෝණය 70° වේ.

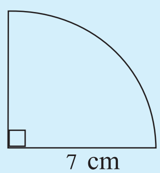
1.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප කොටසේ දිග සොයන්න.

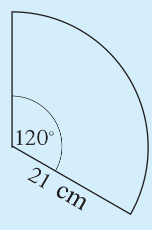
(i)



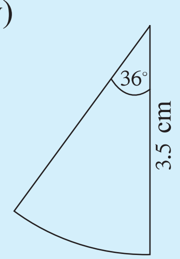
(ii)



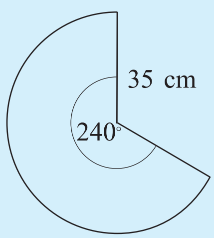
(iii)



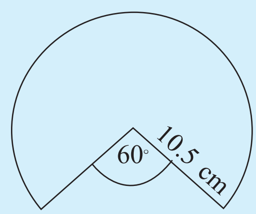
(iv)



(v)

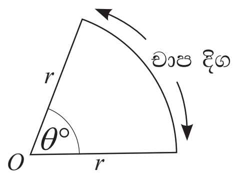


(vi)



1.2 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීම

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග සෙවූ පසු කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය සෙවීම පහසු ය. ඒ සඳහා කළ යුත්තේ, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය මායිම් වන අර දෙකේ දිගත් චාප දිගත් එකතු කිරීම ය. එනම්,

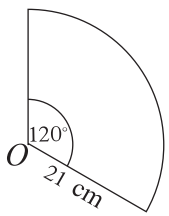


කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය = චාප දිග + අරය + අරය
= චාප දිග + 2 × අරය

මේ අනුව, අරය r හා කේන්ද්‍ර කෝණය $\theta°$ වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක,

$$\text{පරිමිතිය} = 2\pi r \times \frac{\theta}{360} + 2r$$

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍ර කෝණය 120°ක් සහ අරය සෙන්ටිමීටර 21ක් වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකි. එහි පරිමිතිය සොයන්න.

$$\text{චාප දිග} = 2\pi r \times \frac{120}{360}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times \frac{120}{360}$$

$$= 44$$

එනම්, චාප දිග 44 cm වේ.

$\therefore$ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය = 44 + 2 × 21
= 86 cm

නිදසුන 2

වෘත්තයකින් $\frac{2}{3}$ක් වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙන්ටිමීටර 260කි. එහි අරය සොයන්න.

වෘත්තයේ අරය සෙන්ටිමීටර r ලෙස ගනිමු.

$$\text{චාප කොටසේ දිග} = 2\pi r \times \frac{2}{3}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times r \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{88r}{21}$$

$$\text{කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය} = \frac{88r}{21} + 2r$$

$$\therefore \frac{88r}{21} + 2r = 260$$

$$\therefore 88r + 42r = 260 \times 21$$

$$\therefore 130r = 260 \times 21$$

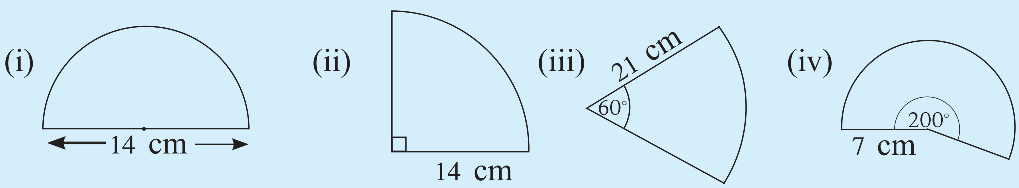
$$r = \frac{\overset{2}{\cancel{260}} \times 21}{\underset{1}{\cancel{130}}}$$

$$= 42$$

∴ වෘත්තයේ අරය 42 cm වේ.

1.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය සොයන්න.



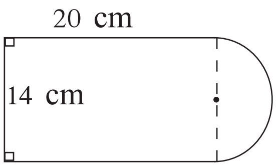
2. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක,
   (i) කේන්ද්‍ර කෝණය 180° සහ පරිමිතිය 180 cm වන විට
   (ii) කේන්ද්‍ර කෝණය 120° සහ පරිමිතිය 43 cm වන විට
   එහි අරය සොයන්න.

3. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක,
   (i) පරිමිතිය 64 cm හා අරය 21 cm වන විට
   (ii) පරිමිතිය 53 cm හා අරය 21 cm වන විට
   එහි කේන්ද්‍ර කෝණය සොයන්න.

1.3 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආශ්‍රිත තල රූපවල පරිමිතිය

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සහිත තල රූපවල පරිමිතිය සොයන අයුරු නිදසුන් කීපයක් මගින් විමසා බලමු.

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන්නේ දිග සෙන්ටිමීටර 20 හා පළල සෙන්ටිමීටර 14 වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකට අර්ධ වෘත්තයක් සම්බන්ධ කර ඇති අයුරුයි. එම රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න.

අරය r වූ අර්ධ වෘත්තයක චාප දිග $= \frac{1}{2} \times 2\pi r$

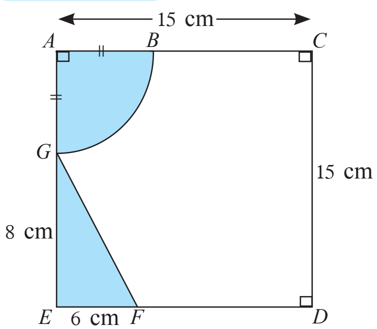
අරය 7 cm වූ අර්ධ වෘත්තයේ චාප කොටසේ දිග $= \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7$

$= 22$ cm

$\therefore$ රූපයේ පරිමිතිය $= 20 + 20 + 14 + 22$

$= \underline{\underline{76 \text{ cm}}}$

නිදසුන 2



රූපයේ දැක්වෙන්නේ පැත්තක දිග සෙන්ටිමීටර 15ක් වූ සමචතුරස්‍රාකාර තහඩුවකි. එහි අඳුරු කර ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය (AGB) හා ත්‍රිකෝණාකාර කොටස (GEF) කපා ඉවත් කළහොත් ඉතිරි වන තහඩුවේ ($BCDFG$) පරිමිතිය සොයන්න.

$BCDFG$ හි පරිමිතිය වන්නේ $BC + CD + DF + FG + GB$ චාප දිග

මුලින් ම FG හි අගය ගණනය කරමු.

ඒ සඳහා GEF සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$$FG^2 = 8^2 + 6^2$$
$$= 64 + 36$$
$$= 100$$
$$\therefore FG = \sqrt{100}$$
$$= 10 \text{ cm}$$

මීළඟට GB චාප දිග සොයමු.

ABG කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 90° නිසා

$$GB = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times \frac{90}{360}$$

$$GB = 11 \text{ cm}$$

අවසාන වශයෙන්, BC හා DF දිග සොයමු.

$$BC = 15 - 7$$
$$= 8 \text{ cm}$$
$$DF = 15 - 6$$
$$= 9 \text{ cm}$$

$BCDFG$ පරිමිතිය $= BC + CD + DF + FG + GB$ චාප දිග

$= 8 + 15 + 9 + 10 + 11$ cm

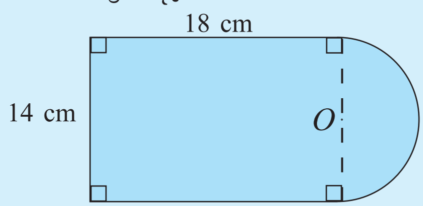
$= 53$ cm

$\therefore$ ඉතිරිවන තහඩුවේ පරිමිතිය 53 cm වේ.

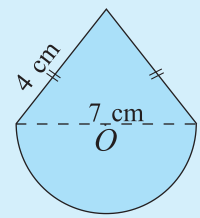
1.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් තල රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න. O වලින් එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍රය දැක්වේ.

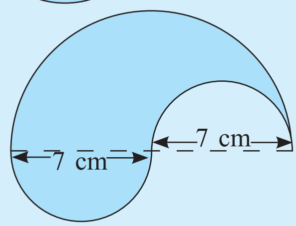
(i)



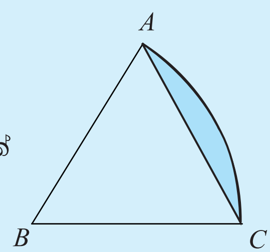
(ii)



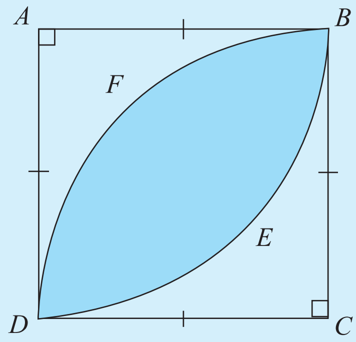
2. අරය 7 cm වූ අර්ධ වෘත්තාකාර තහඩුවකින් විෂ්කම්භය 7 cm වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසක් කපා, එම කොටස රූපයේ පරිදි පාස්සා ඇත.
   (i) අරය 7 cm වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග සොයන්න.
   (ii) විශ්කම්භය 7 cm වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග සොයන්න.
   (iii) අඳුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.



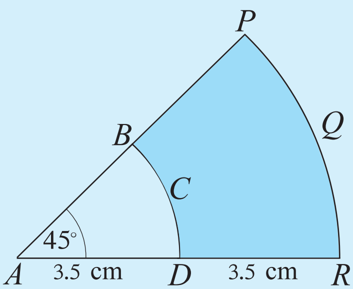
3. පැත්තක දිග සෙන්ටිමීටර 7 වූ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය, එහි පාදයක දිගට සමාන අරයකින් යුත් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් තුළ ඇඳ ඇති අයුරු රූපයේ දැක්වේ.
   (i) කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග සොයන්න.
   (ii) අඳුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.



4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ *ABED* හා *CDFB* කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකකි. $AB = 10.5$ cm නම්, දී ඇති දත්ත යොදා ගනිමින් අඳුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.

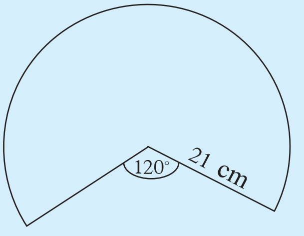


5. කේන්ද්‍රය *A* ද අරය *AD* ද වූ සහ කේන්ද්‍රය *A* ද අරය *AR* ද වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් රූපයේ දැක්වේ. *APQR* කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය අඳුරු කරන ලද කොටසේ පරිමිතියට වඩා කොපමණ වැඩි ද?

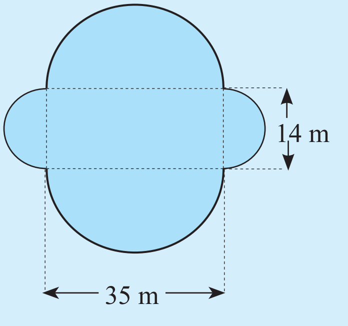


මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

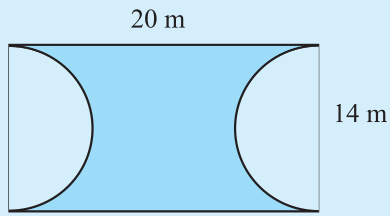
1. අරය 21 cm වූ වෘත්තාකාර තහඩුවකින් රූපයේ පරිදි කේන්ද්‍ර කෝණය 120°ක් වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් කපා ඉවත් කර ඇත. තහඩුවේ ඉතිරි කොටසේ පරිමිතිය 130 cm බව පෙන්වන්න.



2. රූපයේ දැක්වෙන්නේ අර්ධ වෘත්තාකාර මායිම් සහිත පොකුණකි. පොකුණ වටා එහි මායිම ඔස්සේ ආරක්ෂිත වැටක් සැකසීමට නියමිත ය. දී ඇති දත්ත භාවිතයෙන්
   (i) පොකුණෙහි පරිමිතිය සොයන්න.
   (ii) වැටෙහි මීටර 1ක දිගක් නිම කිරීම සඳහා රු 5000ක් වැයවේ යැයි ඇස්තමේන්තු කර ඇත. මුළු වැටම සකසා නිම කිරීමට කොපමණ මුදලක් වැයවේ ද?



3. දෙකෙළවර අර්ධ වෘත්තාකාර මල් පාත්ති දෙකක් සහිත සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ඉඩමක් රූපයේ දැක්වේ. අඳුරු කර ඇති කොටසේ තණකොළ වවා ඇත.

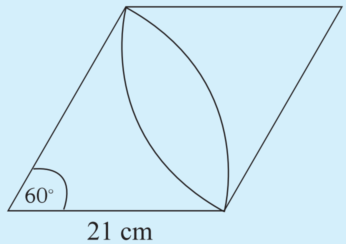


(i) තණකොළ වවා ඇති කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.

තණකොළ වවා ඇති කොටස වටා ගඩොල් ඇල්ලීමට තීරණය කෙරේ. ගඩොලක දිග 25 cm වේ.

(ii) අවශ්‍ය අවම ගඩොල් ගණන සොයන්න.

4. ජනේලයකට සවි කිරීම සඳහා සකස් කරන ලද කම්බි රාමුවක (ග්‍රිල්) කොටසක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් සංයුක්ත කර සකසා ඇත. එහි දක්වා ඇති දත්ත අනුව එය සකස් කිරීම සඳහා 128 cm දිගින් යුතු කම්බි කැබල්ලක් අවශ්‍ය බව එය සාදන්නා ප්‍රකාශ කරයි. ඔහුගේ ප්‍රකාශය සත්‍ය බව හේතු සහිතව පෙන්වන්න.



සාරාංශය

කේන්ද්‍ර කෝණය θ° සහ අරය r වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක

- චාප දිග $2\pi r \times \dfrac{\theta}{360}$ මගින් ද

- පරිමිතිය $2\pi r \times \dfrac{\theta}{360} + 2r$ මගින් ද ලැබේ.

2 වර්ගමූලය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- පූර්ණ වර්ගයක් නොවන ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සන්නිකර්ෂණයට
- ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සඳහා ආසන්න අගයක් බෙදීමේ ක්‍රමය මගින් සෙවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

2.1 ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය

සංඛ්‍යාවක වර්ගය පිළිබඳවත්, වර්ගමූලය පිළිබඳවත් ඔබ මීට පෙර යම්තාක් දුරකට ඉගෙන ගෙන ඇත. ඒ පිළිබඳව සැකෙවින් මතක් කර ගනිමු.
3×3 හි අගය 9 වේ. 3×3 යන්න කෙටියෙන් 3^2 ලෙස ලියා දැක්වේ. එය "තුනේ වර්ගය" ලෙස කියවනු ලැබේ. මෙහි "2"න් දැක්වෙන්නේ 3 "**දෙවරක්**" ගුණ වන වගයි. මේ අනුව, තුනේ වර්ගය 9 වන අතර ඒ බව $3^2 = 9$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

පහත දැක්වෙන වගුවෙහි සංඛ්‍යා කිහිපයක වර්ග දැක්වේ.

සංඛ්‍යාව	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලැබෙන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලියා දක්වන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය
1	1×1	1^2	1
2	2×2	2^2	4
3	3×3	3^2	9
4	4×4	4^2	16
5	5×5	5^2	25

1, 4, 9, 16 ආදී සංඛ්‍යා පූර්ණ වර්ග ලෙස හැඳින්වේ.
වර්ගමූලය මගින් වර්ගයෙහි ප්‍රතිවිරුද්ධ අදහස දැක්වෙයි. නිදසුනක් ලෙස $3^2 = 9$ නිසා 9 හි වර්ගමූලය 3 යැයි කියනු ලැබේ. ඉහත වගුවේ දක්වා ඇති මුල් හා අවසාන තීරු අනුව,

1 හි වර්ගමූලය 1 බවත්

4 හි වර්ගමූලය 2 බවත්

9 හි වර්ගමූලය 3 බවත්

16 හි වර්ගමූලය 4 බවත්

25 හි වර්ගමූලය 5 බවත්

වැටහේ. වර්ගමූලය දැක්වීමට $\sqrt{\ }$ ලකුණ යොදා ගැනේ. ඒ අනුව,

$\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$ ආදී වශයෙන් ලියා දැක්විය හැකි ය.

සෑම සංඛ්‍යාවකම වර්ගයක් ඇති බව පැහැදිලි ය. නමුත් සෑම සංඛ්‍යාවකම වර්ගමූලයක් තිබේද? ඒ පිළිබඳ ව දැන් විමසා බලමු.

ඉහත වගුව අනුව, 4 හි වර්ගමූලය 2 වන අතර, 9 හි වර්ගමූලය 3 වේ. 4ත් 9ත් අතර ඇති සංඛ්‍යාවල වර්ගමූල වන්නේ 2ත් 3ත් අතර ඇති අගයන් ය. ඒ අනුව, 4ත් 9ත් අතර ඇති සංඛ්‍යාවල වර්ගමූල නිඛිල නොවන බව පැහැදිලි ය. ඒවා දශම සංඛ්‍යා වේ. එම වර්ගමූල ආසන්න ලෙස සොයන අයුරු මෙම පාඩමේ දී සලකා බැලේ. එවැනි ආසන්න අගයකට **සන්නිකර්ෂණයක්** යැයි කියනු ලැබේ.

නිදසුනක් ලෙස, 5හි වර්ගමූලය සඳහා සන්නිකර්ෂණයක් සොයන අයුරු සලකා බලමු. පහත දැක්වෙන වගුව බලන්න.

සංඛ්‍යාව	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලැබෙන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලියා දක්වන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය
2	2×2	2^2	4
2.1	2.1×2.1	2.1^2	4.41
2.2	2.2×2.2	2.2^2	4.84
2.3	2.3×2.3	2.3^2	5.29
2.4	2.4×2.4	2.4^2	5.76
2.5	2.5×2.5	2.5^2	6.25
2.6	2.6×2.6	2.6^2	6.76
2.7	2.7×2.7	2.7^2	7.29

ඉහත වගුවෙහි දකුණු පස කෙලවර තීරුවේ ඇති අගය අතුරින් 5ට ආසන්නම අගය දෙක වන්නේ 4.84 හා 5.29යි. ඒවා පිළිවෙළින් 2.2හි හා 2.3හි වර්ගයයි.

වගුව අනුව, 4.84හි හා 5.29හි වර්ගමූල පිළිවෙළින් 2.2 හා 2.3 වේ. සංකේතාත්මක ව, $\sqrt{4.84} = 2.2$ ද $\sqrt{5.29} = 2.3$ ද ලෙස ලිවිය හැකි ය.

දැන්, 5ට වඩා ආසන්න අගය වන්නේ 4.84 ද, එසේ නැතිනම් 5.29 දැයි පරීක්ෂා කරමු.

4.84ත් 5ත් අතර වෙනස $= 5 - 4.84 = 0.16$

5.29ත් 5ත් අතර වෙනස $= 5.29 - 5 = 0.29$

ඒ අනුව, 5ට වඩාත් ආසන්න අගය 4.84යි. එමනිසා, 5හි වර්ගමූලය සඳහා ආසන්න අගයක් ලෙස 2.2 ගත හැකි ය. මෙසේ, යම් ධන නිඛිලයක වර්ගමූලය සඳහා දශමස්ථාන

එකකට නිවැරදි ව ලැබෙන අගයට එම සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලයේ "**පළමු දශමස්ථානයට සන්නිකර්ෂණය**"(හෝ, වඩාත් සරල ව, "**පළමු සන්නිකර්ෂණය**") යැයි කියනු ලැබේ.

මේ අනුව, 5හි වර්ගමූලය සඳහා පළමු සන්නිකර්ෂණය 2.2 වේ. ආසන්න අගය දැක්වීමේ දී $\approx$ සංකේතය යොදා ගැනේ. ඒ අනුව, $\sqrt{5} \approx 2.2$ ලෙස ද ලියා දැක්විය හැකි ය.

මේ ආකාරයෙන් ම හේතු දක්වමින්, ඉහත වගුව අනුසාරයෙන්, 6හි වර්ගමූලයේ පළමු සන්නිකර්ෂණය 2.4 බවත්, 7හි වර්ගමූලයේ පළමු සන්නිකර්ෂණය 2.6 බවත් නිගමනය කළ හැකි ය. එනම්,

$$\sqrt{6} \approx 2.4$$
$$\sqrt{7} \approx 2.6$$

පූර්ණ වර්ගයක් නොවන යම් ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සඳහා පළමු සන්නිකර්ෂණයක් සොයන නිශ්චිත ක්‍රමයක් පහත නිදසුන් මගින් උගෙන ගනිමු.

නිදසුන 1

$\sqrt{17}$ සඳහා පළමු දශමස්ථානයට සන්නිකර්ෂණය සොයන්න.
මුලින්ම 17 ඇත්තේ කුමන පූර්ණ වර්ග දෙක අතර දැයි සොයා ගත යුතු ය.

- 17 ට අඩු පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා අතුරින් 17ට ආසන්නම පූර්ණ වර්ගය 16 වන අතර, 17ට වැඩි පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා අතුරින් 17ට ආසන්නම පූර්ණ වර්ගය 25 වේ.

  ඒ අනුව, $16 < 17 < 25$ ලෙස ලියමු.

- එම එක් එක් සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය ලියූ විට

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$
$$\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$$

ඒ අනුව 17 හි වර්ගමූලය, 4ත් 5ත් අතර පිහිටයි.
එනම්, $\sqrt{17}$ හි අගය 4ත් 5ත් අතර වේ.

- 17 වඩා ආසන්න වන්නේ 16ට ද 25ට ද සොයා ගනිමු.
  16ත් 17ත් අතර වෙනස 1 කි.
  17ත් 25ත් අතර වෙනස 8 කි.

$\therefore$ 17 වඩා ආසන්න වන්නේ 16ට ය.
$\therefore \sqrt{17}$ හි අගය 5ට වඩා 4ට ආසන්න අගයක් වේ.
එමනිසා 4.1, 4.2, 4.3 හා 4.4 සංඛ්‍යා අතරින් එක් සංඛ්‍යාවක් $\sqrt{17}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය වේ.

මේවා අතුරින් $\sqrt{17}$ ට ආසන්නම අගය සෙවීමට එක් එක් සංඛ්‍යාව වර්ග කරමු. මුල් සංඛ්‍යා දෙක වර්ග කළ විට

$$4.1 \times 4.1 = 16.81$$
$$4.2 \times 4.2 = 17.64$$

ලැබේ. 4.2^2 හි අගය 17 ඉක්මවා යන හෙයින් 4.3^2 හා 4.4^2 සෙවීම අනවශ්‍ය වේ.
තව ද, 16.81 හා 17.64 සංඛ්‍යා අතුරින් 17 වඩා ආසන්න අගය 16.81 නිසා $\sqrt{17}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය 4.1 වේ.

නිදසුන 2

$\sqrt{245}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය සොයන්න.

$15^2 = 225$ ද $16^2 = 256$ ද බැවින්
$225 < 245 < 256$ ලෙස ලියාගන්න.

ඒ අනුව, $15 < \sqrt{245} < 16$

$\therefore$ $\sqrt{245}$ හි අගය 15ත් 16ත් අතර වේ.

245 වඩාත් ආසන්න වන්නේ 256ට බැවින් $\sqrt{245}$ හි අගය 15ට වඩා 16ට ආසන්න වේ. එනම්, එය 15.5, 15.6, 15.7, 15.8, 15.9 යන අගයන්ගෙන් එකකි. එම අගය නිර්ණය කරමු.

$$15.9 \times 15.9 = 252.81$$
$$15.8 \times 15.8 = 249.64$$
$$15.7 \times 15.7 = 246.49$$
$$15.6 \times 15.6 = 243.36$$

ඉහත අගය අතරින් 245ට වඩාත් ම ආසන්න අගය 246.49 වේ.

$\therefore$ $\sqrt{245}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය 15.7 වේ.

2.1 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ පළමු සන්නිකර්ෂණය සොයන්න.

(i) $\sqrt{5}$ (ii) $\sqrt{20}$ (iii) $\sqrt{67}$ (iv) $\sqrt{115}$ (v) $\sqrt{1070}$

2.2 බෙදීමේ ක්‍රමය මගින් වර්ගමූලය සෙවීම.

ඕනෑම ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවිය හැකි ක්‍රමයක් දැන් සලකා බලමු. මෙම ක්‍රමය වර්ගමූලය සෙවීමේ බෙදීමේ ක්‍රමය (හෝ සාධාරණ ක්‍රමය) ලෙස හැඳින්වේ. නිදසුන් කිහිපයක් මගින් මෙම ක්‍රමය හදාරමු.

නිදසුන 1 1764 හි වර්ගමූලය සොයමු.

පියවර 1

1764 හි ඒකස්ථානයේ සිට වම් පසට ඉලක්කම් දෙක බැගින් පහත දැක්වෙන ආකාරයට වෙන් කරන්න.

```
17 64
```

පියවර 2

එසේ වෙන් කිරීමෙන් පසු මුලට එන ඉලක්කමෙන් හෝ ඉලක්කම් දෙකෙන් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවට අඩු හෝ සමාන, ආසන්නම පූර්ණ වර්ගයේ වර්ග මූලය ඉරට උඩින් සහ ඉරට වම් පසින් පහත පරිදි ලියන්න.

```
   4
4|17  64
```

පියවර 3

ඉරට උඩින් ඇති සංඛ්‍යාවේ හා වම් පැත්තේ ඇති සංඛ්‍යාවේ ගුණිතය වන 4 x 4 පහත දක්වා ඇති පරිදි පහළින් ලියා අඩු කරන්න.

```
   4
4 |17 64
  |16
  | 1
```

පියවර 4

දැන් ඊළඟ සංඛ්‍යා යුගලය වන 64 පහත දැක්වෙන පරිදි ලියන්න.

```
   4
4 |17 64
  |16
  | 1 64
```

පියවර 5

ඉරට උඩින් ඇති සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය වන 8 පහත පෙන්වා ඇති පරිදි වම් පසින් ලියන්න. තව ද, ඒකස්ථානයේ අගය සඳහා හිස් තැනක් තබන්න.

```
            [4]
     4 | 17 64
       | 16
4×2=8 → 8 [ ] |  1 64
```

පියවර 6

ඉරට උඩින් 4ට දකුණු පසින් හා ඉරට වම් පසින් හිස්තැන් තැබූ ස්ථානයට එකම ඉලක්කම යොදන්න. ඉලක්කම තෝරා ගත යුත්තේ 8 □ × □ = 164 හෝ 164ට අඩු, ආසන්නම අගය ලැබෙන පරිදිය.

```
        4 [2]
   4  | 17 64
      | 16
 8 [2]|  1 64
      |  1 64
      |     0
```

ඒ අනුව $\sqrt{1764} = \underline{\underline{42}}$ වේ.

දශම සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවීමේ දී දශම තිතේ සිට දෙපසට සංඛ්‍යා දෙක බැගින් පහත දැක්වෙන ලෙස වෙන් කරන්න.

3.61 ⟶ 3. 61
12.321 ⟶ 12. 32 10
143.456 ⟶ 1 43. 45 60

නිදසුන 2

$\sqrt{3.61}$ හි අගය සොයන්න.

```
               1. [9]
          1  | 3. 61
             | 1
1×2=2 → 2 [9]| 2  61
             | 2  61
             |    00
```

$\therefore \sqrt{3.61} = \underline{\underline{1.9}}$

නිදසුන 3

$\sqrt{2737}$ හි අගය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව සොයන්න.

මෙහිදී දශමස්ථාන තුනක් දක්වා සොයා එය දශමස්ථාන දෙකකට වටයිය යුතු ය. දශමස්ථාන තුනක් දක්වා සෙවීමට නම් දශම තිතෙන් පසු බින්දු යුගල තුනක් වෙන්කළ යුතු ය.

```
                                          5 [2].[3] [1] [6]
                                     5  | 27 37. 00 00 00
                                        | 25
5 x 2 = 10              →     10 [2]    |   2 37
                                        |   2 04
52 x 2 = 104            →    104 [3]    |     33 00
                                        |     31 29
523 x 2 = 1046          →   1046 [1]    |      1 71 00
                                        |      1 04 61
5231 x 2 = 10462        →  10462 [6]    |        66 39 00
                                                 62 77 56
                                                  3 61 44
```

$\therefore \sqrt{2733} \approx \underline{\underline{52.32}}$

නිදසුන 4 $\sqrt{3.421}$ හි අගය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව සොයන්න.

ඉහත නිදසුනේ පරිදි ම මෙහිදී ද දශමස්ථාන තුනකට සොයා එය දශමස්ථාන දෙකකට වටයමු. ඒ සඳහා දශමස්ථානවල සංඛ්‍යාංක යුගල තුනක් වෙන්කළ යුතු ය.

```
          1. [8] [4] [9]
     1 | 3. 42 10 00
       | 1
  2 [8]| 2  42
       | 2  24
 36 [4]|    18 10
       |    14 56
368 [9]|     3 54 00
       |     3 32 01
       |        21 99
```

$\therefore \sqrt{3.421} \approx \underline{\underline{1.85}}$

2.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය සොයන්න.

   (i) 676 (ii) 1024 (iii) 2209 (iv) 2809 (v) 3721

2. දශමස්ථාන එකකට නිවැරදිව අගය සොයන්න.

   (a)

   (i) $\sqrt{8}$ (ii) $\sqrt{19}$ (iii) $\sqrt{26}$

   (iv) $\sqrt{263}$ (v) $\sqrt{2745}$ (vi) $\sqrt{3630}$

   (b)

   (i) $\sqrt{5.4}$ (ii) $\sqrt{3.45}$ (iii) $\sqrt{15.3}$ (iv) $\sqrt{243.2}$

   (v) $\sqrt{4061.3}$ (vi) $\sqrt{85.124}$ (vii) $\sqrt{0.0064}$ (viii) $\sqrt{0.000144}$

2.3 ගැටලු විසඳීම සඳහා වර්ගමූලය යොදා ගැනීම

නිදසුන 1

වර්ගඵලය 441 cm^2 වූ සමචතුරස්‍රයක පාදයක දිග සොයන්න.

(පාදයක දිග)^2 = සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය

∴ සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග = $\sqrt{\text{සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය}}$

සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = 441 cm^2

∴ සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග = $\sqrt{441}$ cm

= 21 cm

$$\begin{array}{r|l} & 2\quad 1 \\ \hline 2 & 4\ \ 41 \\ & 4 \\ \hline 41 & 0\ \ 41 \\ & \quad 41 \\ \hline & \quad 00 \end{array}$$

නිදසුන 2

සමචතුරස්‍රාකාර ගෙබිමක් සම්පූර්ණයෙන් වැසෙන සේ ඒකක වර්ගඵලය 900 cm^2 වූ සමචතුරස්‍රාකාර පිඟන් ගඩොල් 324ක් අල්ලා ඇත. ගෙබිමේ පැත්තක දිග සොයන්න.

එක් පේළියක ඇති පිඟන් ගඩොල් ගණන = $\sqrt{324}$

= 18

පිඟන් ගඩොලක පැත්තක දිග = $\sqrt{900}$ cm

= 30 cm

ගෙබිමේ පැත්තක දිග = 18×30 cm

= 540 cm

= 5.4 m

2.3 අභ්‍යාසය

1. වර්ගඵලය $1225\ cm^2$ වූ සමචතුරස්‍රාකාර කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක පැත්තක දිග කොපමණ ද?
2. පාද 27 cm සහ 12 cm වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකට වර්ගඵලයෙන් සමාන වූ සමචතුරස්‍රයක පාදයක දිග කොපමණ ද?
3. ළමුන් 196ක් සරඹ සංදර්ශනයක් සඳහා පේළි ගණන හා තීර ගණන සමාන වන සේ සිටුවා ඇත. පේළියක සිටින ළමුන් ගණන කොපමණ ද?
4. ඝනකයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $1350\ cm^2$කි. ඝනකයේ පැත්තක දිග සොයන්න.
5. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මංතීරුවක් සකස් කර ඇත්තේ සමචතුරස්‍රාකාර පැතලි මූණතක් ඇති බිම් ඇතුරුම් ගල් දහයේ පේළි 200ක් ඇල්ලීමෙනි. බිම් ඇතිරුම් ගලක පැතලි මුහුණතෙහි වර්ගඵලය $231.04\ cm^2$ නම් මංතීරුවේ දිග හා පළල කොපමණ ද?

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. අගය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදි ව සොයන්න.
   (i) $\sqrt{3669}$ (ii) $\sqrt{4302}$ (iii) $\sqrt{22.79}$ (iv) $\sqrt{0.1296}$ (v) $\sqrt{5.344}$
2. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර බිමක දිග හා පළල පිළිවෙලින් 25 m හා 12 m වේ. බිමෙහි එක් මුල්ලක සිටින ළමයෙකුට ප්‍රතිවිරුද්ධ මුල්ලට යාමට ගමන් කළ යුතු අවම දුර ආසන්න මීටරයට සොයන්න.
3. සමද්විපාද සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණයේ දිග සෙන්ටිමීටර 12 ක් නම් ඉතිරි පාදයක දිග සොයන්න (පිළිතුර දශම ස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව දක්වන්න).
4. 9, 16, 25, ... සංඛ්‍යා රටාවෙහි 729 වන්නේ කීවන පදය ද?

3 භාග

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- භාග භාවිත අවස්ථා හඳුනා ගැනීමට
- භාග ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

භාග

රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ එක්තරා වර්ගයක චොකලට් පෙත්තකි. එය පහසුවෙන් කැබලිවලට කඩා ගත හැකි වන සේ සමාන කොටස් දහයකට බෙදා දක්වා ඇත.

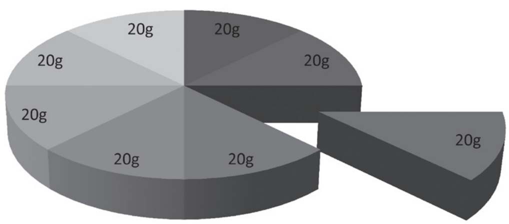
සම්පූර්ණ චොකලට් පෙත්ත ඒකක එකක් ලෙස සැලකූ විට, ඉන් වෙන් කර ගත්,

- කැබලි එකක් මුළු චොකලට් පෙත්තෙන් $\frac{1}{10}$ ක් ලෙස දැක්වේ.
- කැබලි දෙකක් මුළු චොකලට් පෙත්තෙන් $\frac{2}{10}$ ක් ලෙස දැක්වේ.
- කැබලි තුනක් මුළු චොකලට් පෙත්තෙන් $\frac{3}{10}$ ක් ලෙස දැක්වේ.

අනෙක් කැබලි ප්‍රමාණය ද මේ ආදී වශයෙන් දැක්විය හැකි ය.

මේ ආකාරයට සම්පූර්ණ ඒකකයකින් වෙන් කර ගත් කොටස් දැක්වීමට යොදා ගන්නා $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ ආදිය භාග සඳහා උදාහරණ වේ.

දැන් තවත් නිදසුනක් සලකා බලමු.



දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන්නේ එක්තරා වර්ගයක චීස් පැකැට්ටුවක් තුළ චීස් අසුරා ඇති ආකාරයයි. එහි එක සමාන චීස් කැබලි 8ක් අඩංගුය. එයින් එක් කැබැල්ලක් වෙන් කර

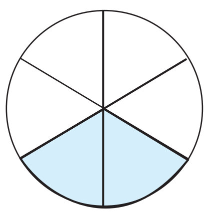
ඉවතට ගෙන ඇත. එම කැබැල්ල පැකැට්ටුවේ ඇති චීස් ප්‍රමාණයෙන් $\frac{1}{8}$කි. පැකැට්ටුවේ ඇති චීස්වල මුළු ස්කන්ධය ග්‍රෑම් 160ක් නම් පිටතට ගත් කැබැල්ල මුළු චීස් ප්‍රමාණයෙන් $\frac{1}{8}$ක් වන ග්‍රෑම් 20ක ස්කන්ධයකින් යුක්ත වේ. එහි ඒකකය ලෙස සලකා ඇත්තේ මුළු චීස් ප්‍රමාණයේ ස්කන්ධය වන ග්‍රෑම් 160 යි.

භාග පිළිබඳ ව සඳහන් කරන විට, එය ලබා ගත් සම්පූර්ණ ඒකකය ගැන සැලකිය යුතු ම වේ.

නිදසුනක් ලෙස ''පන්තියක මුළු සිසුන්ගෙන් $\frac{2}{3}$ ක් ගැහැනු ළමයි වෙති'' යන වගන්තියෙහි $\frac{2}{3}$ යන භාගය යොදා ඇත්තේ ''පන්තියේ සිසුන් ගණන'' ඒකකය ලෙස සලකා ය.
පහත වගුවේ, භාග සම්බන්ධ ප්‍රකාශ ගණනාවකට අදාළ සම්පූර්ණ ඒකක දක්වා ඇත.

අවස්ථාව	සම්පූර්ණ ඒකකය
(a) වායුගෝලයෙන් පරිමාවෙන් $\frac{1}{5}$ ක් ඔක්සිජන් පවතී.	වායුගෝලයේ පරිමාව
(b) ජලය ලීටර 50කින් $\frac{1}{4}$ක් පාවිච්චියට ගෙන ඇත.	ජලය ලීටර 50
(c) වර්ගමීටර 200ක බිම් ප්‍රමාණයෙන් $\frac{2}{3}$ ක එළවළු වගා කර ඇත.	200 m^2 බිම් ප්‍රමාණය
(d) නෙළා ගත් අස්වැන්නෙන් $\frac{1}{4}$ක් පරිභෝජනයට තබා ගන්නා ලදි.	නෙළා ගත් අස්වැන්න ප්‍රමාණය
(e) මීටර 5ක් දිග කම්බියකින් $\frac{3}{4}$ක් කපා දැමී ය.	5 m දිග කම්බිය
(f) දොඩම් ගෙඩි 25කින් $\frac{1}{5}$ ක් ඉදුණු ඒවා ය.	දොඩම් ගෙඩි 25
(g) පියෙක් ඉඩමකින් හරි අඩක් (එනම් $\frac{1}{2}$ක්) තම පුතාට ලියා දුනි.	මුළු ඉඩමේ වර්ගඵලය

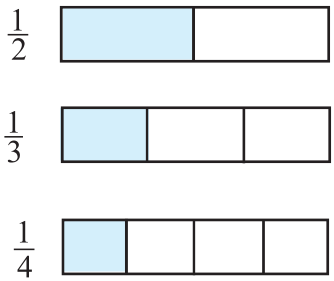
රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තාකාර හැඩය සමාන කොටස් හයකට බෙදා තිබේ. එහි අඳුරු කර ඇති භාගය $\frac{2}{6}$ ක් බව අපි දනිමු.



$\frac{2}{6}$ හි හරය 6 ද ලවය 2 ද වේ. ඒකකය බෙදා ඇති සම්පූර්ණ කොටස් ගණන හරය ද ඉන් වෙන් කර ගත් කොටස් ගණන ලවය ද වේ. $\frac{2}{6}$ හි ලවයෙහි ඇති සංඛ්‍යාව හරයේ ඇති

සංඛ්‍යාවට වඩා කුඩා වේ. මෙවැනි භාග **තත්‍ය භාග (නියම භාග)** ලෙස හැඳින්වේ. ලවය 1 වූ $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ වැනි භාග **ඒකක භාග** ලෙස හැඳින්වේ.

පහත දැක්වෙන රූපවල අඳුරු කර ඇත්තේ එකම ඒකකයෙන් ලබා ගත් $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ හා $\frac{1}{4}$ භාගවලින් දැක්වෙන ප්‍රමාණයි. මෙහිදී ඒකකය ලෙස ගෙන ඇත්තේ සෘජුකෝණාස්‍රයක වර්ගඵලයයි.

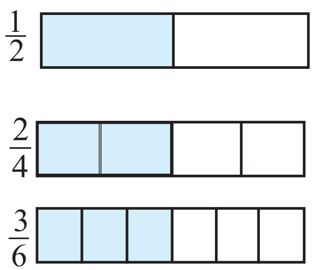


එම රූප අනුව $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ බව පැහැදිලි වේ.

එමෙන් ම, ලව සමාන වන එහෙත් හර අසමාන වන $\frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}$ වැනි භාගවල ද, හරය විශාල වන විට එම භාගවලින් නිරූපණය වන ප්‍රමාණ අඩු වේ.

එනම්, $\frac{2}{3} > \frac{2}{4} > \frac{2}{5} > \frac{2}{6}$ වේ.

එකම ඒකකයෙන් ලබා ගත් $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}$ හා $\frac{3}{6}$ යන භාග තුන පහත රූපයේ දැක් වේ.



රූපය අනුව එම භාග තුනෙන් දැක්වෙන ප්‍රමාණ එකිනෙකට සමාන වේ.

එනම්, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

මෙවැනි එකිනෙකට සමාන භාග **තුල්‍ය භාග** ලෙස හැඳින්වේ. භාගයක ලවයත් හරයත් එකම සංඛ්‍යාවෙන් ගුණ කිරීමෙන් තුල්‍ය භාග ලැබෙන බව නිරීක්ෂණය කරන්න. නිදසුන් ලෙස,

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

ලවයත්, හරයත් එකම සංඛ්‍යාවෙන් බෙදීමෙන් ද තුල්‍ය භාග ලැබේ. නිදසුන් ලෙස,

$$\frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}, \quad \frac{8}{16} = \frac{8 \div 8}{16 \div 8} = \frac{1}{2}$$

දැන් $\frac{2}{3}$ හා $\frac{3}{4}$ යන එකිනෙකට ප්‍රමාණයෙන් අසමාන, එකම ඒකකයෙන් ලබා ගත් භාග දෙක පිළිබඳව සලකා බලමු.

මුලින්ම $\frac{2}{3}$ හා $\frac{3}{4}$ ට ගැලපෙන තුල්‍ය භාග කිහිපයක් බැගින් ලියමු.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{14}{21} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27} = \dots$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \frac{21}{28} = \dots$$

මෙහි $\frac{2}{3}$ හා $\frac{3}{4}$ යන භාගවලට තුල්‍ය වන භාග ඇසුරෙන්, එකම හරය සහිත භාග ද තිබෙන බව පෙනේ.

$\frac{8}{12}$ හා $\frac{9}{12}$ එවැනි භාග දෙකකි. $\frac{16}{24}$ හා $\frac{18}{24}$ එවැනි තවත් භාග දෙකකි.

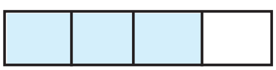
පහසුව තකා ඉන් කුඩාම පොදු හරය සහිත භාග වන $\frac{8}{12}$ හා $\frac{9}{12}$ තෝරා ගනිමු.

$\frac{8}{12}$ හා $\frac{9}{12}$ සංසන්දනය කළ විට $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ වේ.

නමුත් $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ හා $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ නිසා $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ බව අපට නිගමනය කළ හැකි ය.

ඉහතින්, තුල්‍ය භාග යටතේ සිදු කළ $\frac{3}{4}$ හා $\frac{2}{3}$ සැසඳීම, රූප සටහනකින් ද පැහැදිලි කර ගනිමු.

$\frac{2}{3}$

$\frac{3}{4}$  රූපය අනුව ද $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ බව පැහැදිලි ය.

මේ අනුව, භාග සංසන්දනයේ දී පොදු හරයක් සහිත තුල්‍ය භාගවලින් ලියා ගැනීම යෝග්‍ය බව පැහැදිලි ය.

දැන් භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම පිළිබඳව සලකා බලමු. පහළ ශ්‍රේණිවල දී $\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10}$ ලෙස හර සමාන විට දී භාග එකතු කිරීමට ඔබ ඉගෙන ගෙන ඇත.

එසේම $\frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$ ආදී ලෙස හර සමාන භාග අඩු කළ හැකි බව ද ඔබ දැක ඇත. හර අසමාන භාග එකතු කිරීමේ දී හා අඩු කිරීමේ දී අදාළ භාග, පොදු හරයක් සහිත තුල්‍ය භාග බවට හරවා ගැනීම කළ හැකි ය.

නිදසුන් ලෙස,

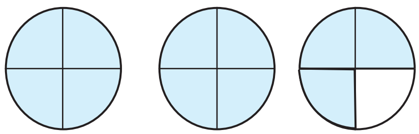
$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4} = \frac{2\times4}{3\times4} + \frac{1\times3}{4\times3} = \frac{8}{12}+\frac{3}{12} = \underline{\underline{\frac{11}{12}}}$$

$$\frac{3}{5}-\frac{1}{3} = \frac{3\times3}{5\times3} - \frac{1\times5}{3\times5} = \frac{9}{15}-\frac{5}{15} = \underline{\underline{\frac{4}{15}}}$$

ඒකකයකට වැඩි ප්‍රමාණ නිරූපණය සඳහා ද භාග යොදා ගත හැකි ය.

නිදසුනක් ලෙස පාන් ගෙඩියකින් $\frac{3}{2}$ ක් ලෙස දැක්වෙන්නේ කොපමණ ප්‍රමාණයක් දැයි බලමු. එයින් දැක්වෙන්නේ පාන් ගෙඩියක් සමාන කොටස් දෙකකට කපා එවැනි කොටස් තුනක් සැලකුවහොත් ලැබෙන ප්‍රමාණයයි. එය පාන් ගෙඩි එකහමාරක ප්‍රමාණයයි. එනම් පාන් ගෙඩි $1+\frac{1}{2}$ ක හෙවත් කෙටියෙන් දක්වතොත්, $1\frac{1}{2}$ ක ප්‍රමාණයයි.

තවත් නිදසුනක් ලෙස වෘත්තයකින් $2\frac{3}{4}$ ක ප්‍රමාණය රූපයකින් දක්වමු.



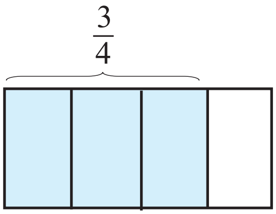
රූප තුන වෙන වෙන ම නොව එකට ගෙන එකම ඒකකයක් ලෙස සැලකුවහොත් අඳුරු කළ පෙදෙසින් දැක්වෙන්නේ $\frac{11}{12}$ කි. එහෙත්, ඕනෑම වෘත්තයක් ඒකකයක් ලෙස ගත් විට අඳුරු කළ පෙදෙසින් දැක්වෙන්නේ $\frac{11}{4}$ කි. මේ අනුව $2\frac{3}{4}$ යන මිශ්‍ර සංඛ්‍යාව, $\frac{11}{4}$ ලෙස ද ලිවිය හැකි බව පැහැදිලි ය. $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ බව පෙන්විය හැකි තවත් ආකාරයක් මෙසේ ය.

$$2\frac{3}{4} = 1+1+\frac{3}{4} = \frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{3}{4} = \underline{\underline{\frac{11}{4}}}$$

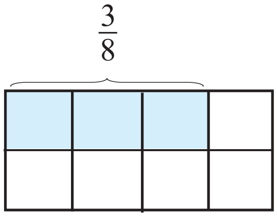
මේ අනුව $2\frac{3}{4}=\frac{11}{4}$ බව පැහැදිලි ය. $2\frac{3}{4}$ ආකාරයෙන් භාග ලියූ විට එම භාග **මිශ්‍ර සංඛ්‍යා** ලෙස හැඳින්වේ. එය $\frac{11}{4}$ ලෙස ලියා ඇති විට **විෂම භාගයක්** ලෙස හැඳින්වේ.

විෂම භාගයක් මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක් බවටත් මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක් විෂම භාගයක් බවටත් හරවන අයුරු ඔබ මීට ඉහත ශ්‍රේණිවලදී ද උගෙන ඇත.

දැන් අපි, භාග ගුණ කිරීම පිළිබඳව ද මතක් කර ගනිමු. ඒ සඳහා $\frac{3}{4}$ න් $\frac{1}{2}$ යනු කෙතරම් ප්‍රමාණයක් දැයි බැලීමට පහත ආකාරයට රූප අඳිමු.



$\frac{3}{4}$ න් $\frac{1}{2}$



රූපයට අනුව $\frac{3}{4}$ න් $\frac{1}{2}$ යනු $\frac{3}{8}$ බව පැහැදිලි ය.

පහත දැක්වෙන ආකාරයට සුළු කර ගැනීමෙන් ද ඉහත පිළිතුරම ලැබේ.

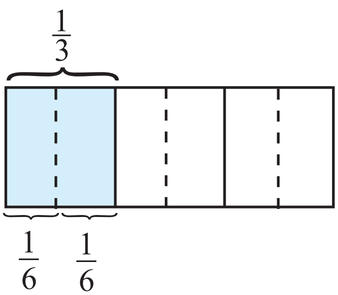
$$\frac{3}{4} \text{ න් } \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{8}}}$$

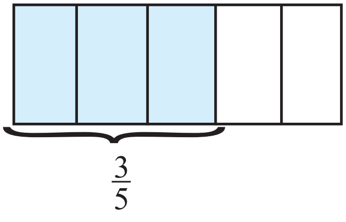
$\frac{3}{4}$ න් $\frac{1}{2}$ යන්නෙහි 'න්' මගින් ගුණ කිරීමේ ගණිත කර්මය දැක්වෙන බවත් ගුණ කළ විට ලැබෙන භාගයෙහි ලවය 3 × 1 ලෙස හා හරය 4 × 2 ලෙස ගත හැකි බවත් පැහැදිලි වේ.

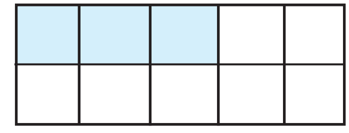
දැන් භාග බෙදීමේ අවස්ථාව සලකමු.

$\frac{1}{3}$ ට ඇති $\frac{1}{6}$ ඒවා ගණන සොයමු. එය $\frac{1}{3} \div \frac{1}{6}$ ලෙස දැක්වේ. පහත රූපය අනුව එම අගය 2 බව පැහැදිලි ය.



තවත් නිදසුනක් ලෙස $\frac{3}{5}$ හි අඩක් ලබා ගනිමු.





රූපය අනුව $\frac{3}{5}$න් අඩක් $\frac{3}{10}$ වේ.

නමුත්, ඕනෑම ප්‍රමාණයකින් අඩක් යනු එම ප්‍රමාණය 2න් බෙදූ විට ලැබෙන ප්‍රමාණය නිසා,

$$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{10}$$

සෑම විටම රූප ඇසුරෙන් භාග බෙදීම දුෂ්කර කටයුත්තකි. ඒ සඳහා වෙනත් ක්‍රමයක් හඳුනා ගත යුතු ය. රූප ඇසුරෙන් කරන ලද ඉහත බෙදීම නැවතත් පහත ආකාරයට ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5} \div \frac{2}{1}$ ($2 = \frac{2}{1}$ නිසා)

$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ (2න් බෙදීම වෙනුවට $\frac{1}{2}$ න් ගුණ කිරීම යෙදූ විට)

$= \underline{\underline{\frac{3}{10}}}$

එනම්, රූපය අනුව ලද පිළිතුරම ලැබේ.

මෙම ක්‍රමය $\frac{1}{3} \div \frac{1}{6}$ට ද ගැලපේ දැයි බලමු.

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{1}$$

$$= \frac{1 \times 6}{3 \times 1}$$

$$= \underline{\underline{2}}$$

එනම්, රූපය අනුව ලද පිළිතුරම ලැබේ.

$\frac{1}{6}$ භාගයෙහි හරය හා ලවය හුවමාරුකළ විට $\frac{6}{1}$ ලැබේ. මෙවිට $\frac{1}{6}$ හි පරස්පරය $\frac{6}{1}$,

එනම් 6 යැයි කියනු ලැබේ. සාධාරණව $\frac{a}{b}$ ආකාරයේ භාගයක පරස්පරය ලෙස හැඳින්වෙන්නේ $\frac{b}{a}$ ය.

මේ අනුව, භාගයක් තවත් භාගයකින් බෙදීමේ දී දෙවන භාගයේ පරස්පරයෙන් ගුණ කිරීම කළ හැකි ය.

පහත නිදසුන මගින්, භාග පිළිබඳ ව මෙතෙක් උගත් කරුණු තවදුරටත් මතක් කර ගනිමු.

$$\left(2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right) \div \left(1\frac{2}{3} \text{ න් } \frac{4}{5}\right)$$

$$= \left(\frac{8}{3} - \frac{3}{2} + \frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{\cancel{5}^{1}}{3} \times \frac{4}{\cancel{5}_{1}}\right)$$

$$\left(\frac{16 - 9 + 5}{6}\right) \div \frac{4}{3}$$

$$= \frac{12}{6} \div \frac{4}{3}$$

$$= 2 \div \frac{4}{3}$$

$$= \frac{{}^{1}\cancel{2}}{1} \times \frac{3}{\cancel{4}_{2}}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$= 1\frac{1}{2}$$

භාග සුළු කිරීමේදී මූලික ගණිත කර්ම හසුරුවන අනුපිළිවෙල මෙසේ ය.

- වරහන් තුළ කොටස් - B - Brackets
- 'න්' සම්බන්ධ කොටස - O - Of
- බෙදීම හා ගුණ කිරීම (වමේ සිට දකුණට) - D - Division, M - Multiplication
- එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම - A - Addition, S - Subtraction

භාග පිළිබඳ උගත් කරුණු තව දුරටත් මතක් කර ගැනීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පළමු වගුවේ ඇති භාග යොදා ගෙන දෙවන වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

$$\frac{4}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{7}, \frac{4}{9}, \frac{9}{4}, \frac{19}{15}, \frac{7}{12}, \frac{1}{15}, \frac{7}{8}, \frac{11}{9}, \frac{23}{50}, \frac{22}{7}, \frac{1}{3}, \frac{8}{7}, \frac{6}{5}$$

ඒකක භාග	
නියම භාග	
විෂම භාග	

2. පහත වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.

මිශ්‍ර සංඛ්‍යාව	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{5}$	$3\frac{5}{6}$	......	......	......
විෂම භාගය	......	......	......	$\frac{7}{2}$	$\frac{16}{3}$	$\frac{22}{5}$

3. හිස්තැන් පුරවන්න.

a. $\frac{1}{4} = \frac{1 \times ...}{4 \times 3} = \frac{..}{12}$ b. $\frac{2}{3} = \frac{...}{12}$ c. $\frac{2}{7} = \frac{...}{14}$ d. $\frac{4}{16} = \frac{...}{...}$

e. $\frac{8}{20} = \frac{... \div ...}{... \div ...} = \frac{...}{5}$ f. $\frac{10}{12} = \frac{5}{...}$ g. $\frac{21}{30} = \frac{7}{...}$ h. $\frac{75}{100} = \frac{...}{...}$

4. පහත එක් එක් කොටසේ දැක්වෙන එක් එක් භාග ආරෝහණ පිළිවෙළට ලියන්න.

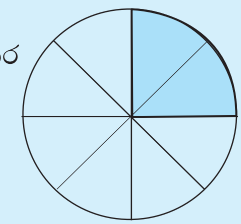
(i) $\frac{1}{7}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}, \frac{2}{3}$

(iii) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{4}{5}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$

5. නිවෙසක දිනක පරිභෝජනය සඳහා සම්පූර්ණයෙන් ජලයෙන් පිරී ඇති ටැංකියකින් $\frac{3}{4}$ ක් යොදා ගතහොත් දිනය අවසානයේ දී එම ටැංකියෙන් කවර භාගයක් ජලය ඉතිරි ව තිබේ ද?

6. A හා B යනු දිගින් අසමාන කම්බි දෙකකි. A හි දිගින් $\frac{1}{3}$ ක් හා B හි දිගින් $\frac{1}{3}$ ක් සමාන ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

7. රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට සමාන කොටස් අටකට වෙන් කර ඇති වෘත්තාකාර තහඩුවකින් අඳුරු කර දක්වා ඇති කොටස් දෙක කපා ඉවත් කළහොත්



(i) ඉතිරිවන ප්‍රමාණය තහඩුවෙන් කවර භාගයක් ද?
(ii) ඉතිරි කොටසින් හරි අඩක් මුළු තහඩුවෙන් කවර භාගයක් ද?

8. සුළු කරන්න.

a. $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}$ b. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ c. $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}$

d. $\left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3}\right)$ න් $\frac{1}{2}$ e. $\left(4\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right) \times 1\frac{2}{13}$ f. $\left(1\frac{2}{5} \times \frac{5}{7}\right) + \left(\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}\right)$

g. $2\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2}$ න් $\frac{4}{5}$ h. $2\,\frac{2}{5} \div 1\,\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$

9. රුපියල් 500ක් රැගෙන පොළට ගිය අම්මා එම මුදලෙන් එළවළු ගැනීම සඳහා රුපියල් 300ක් ද, පලතුරු ගැනීම සඳහා රුපියල් 150ක් ද වැය කළා ය.
(i) මුදලෙන් කවර භාගයක් එළවළු ගැනීමට වියදම් කර තිබේ ද?
(ii) මුදලෙන් කවර භාගයක් පලතුරු ගැනීමට වියදම් කර තිබේ ද?

(iii) බඩු මිල දී ගැනීමෙන් පසු ගෙන ගිය මුදලෙන් $\frac{1}{4}$ක් ඉතිරි කර ගැනීමට ඇය කලින් අදහස් කර ගෙන තිබුණි නම්, ඇගේ අදහස ඉටු වී ඇත් ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

10. ගමනක් යෑමට නිවෙසින් පිටත් වූ සතිෂ්, මුළු ගමනින් $\frac{1}{4}$ක් බයිසිකලයෙන් ද, $\frac{2}{3}$ක් බසයෙන් ද ගොස්, ඉතිරි කොටස ත්‍රිරෝද රථයකින් ගියේ ය.
   (i) බයිසිකලයෙන් හා බසයෙන් ගිය මුළු ප්‍රමාණය, ගමනෙහි මුළු දුරෙන් කවර භාගයක් ද?
   (ii) මුළු ගමනින් කවර භාගයක් ත්‍රිරෝද රථයෙන් යෑමට ඔහුට ඉතිරි වූයේ ද?

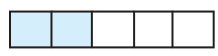
3.1 භාග භාවිත

එදිනෙදා ජීවිතයේ දී පැන නගින බොහෝ ගණනය කිරීම්වලදී භාග සම්බන්ධ වේ. භාග පිළිබඳ නිසි දැනුම භාවිතයෙන් එම ගණනය කිරීම පහසුවෙන් සිදු කළ හැකි ය. එවැනි අවස්ථා ඇතුළත් නිදසුන් කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

නිදසුන 1

එක්තරා කෑම වර්ගයක් සෑදීම පිණිස යොදාගන්නා පිටි මිශ්‍රණයකින් $\frac{2}{5}$ක් කුරක්කන් පිටි වන අතර ඉතිරිය පාන්පිටි වේ. ඇණවුමක් සඳහා මෙම කෑම වර්ගය සෑදීම පිණිස කෝකියෙක් කිලෝග්රෑම් 50ක පිටි මිශ්‍රණයක් සෑදීමට අදහස් කරයි. එම මිශ්‍රණය සඳහා අවශ්‍ය කුරක්කන් පිටි ප්‍රමාණයත් පාන්පිටි ප්‍රමාණයත් සොයන්න.

(i) මිශ්‍රණයේ ඇති කුරක්කන් පිටිවල භාගය $= \frac{2}{5}$



$\frac{2}{5}$

මිශ්‍රණයේ ඇති කුරක්කන් පිටි ප්‍රමාණය = කිලෝග්‍රෑම් 50 න් $\frac{2}{5}$

= කිලෝග්‍රෑම් 50 $\times \frac{2}{5}$

මිශ්‍රණයේ ඇති කුරක්කන් පිටි ප්‍රමාණය = $\underline{\underline{20 \text{ kg}}}$

මිශ්‍රණයේ ඇති පාන්පිටි ප්‍රමාණය = $\overline{50 - 20}$ kg

= $\underline{\underline{30 \text{ kg}}}$

නිදසුන 2

ඒකාකාර වේගයෙන් ජලය ගලා එන නලයක් යොදාගෙන ටැංකියකින් $\frac{1}{4}$ක් පිරවීමට මිනිත්තු 12ක් ගත විය. මෙම නලයෙන් මුළු ටැංකියම පිරවීමට ගත වන කාලය සොයන්න.

ටැංකියේ $\frac{1}{4}$ක් පිරවීමට ගතවන කාලය $=$ මිනිත්තු 12

$\therefore$ ටැංකියේ $\frac{4}{4}$ (එනම් මුළු ටැංකියම) පිරවීමට ගතවන කාලය $=$ මිනිත්තු 12×4

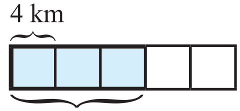
$=$ <u>මිනිත්තු 48</u>

නිදසුන 3

සෙල්වාගේ නිවසේ සිට පාසලට ඇති දුරෙන් $\frac{3}{5}$ක් බසයෙන් යා හැකි ය. එම දුර කිලෝමීටර 12කි. නිවසේ සිට පාසලට ඇති දුර සොයන්න.

නිවසේ සිට පාසලට ඇති දුරෙන් $\frac{3}{5}$ ක් $= 12$ km

පාසලට ඇති දුරෙන් $\frac{1}{5} = 12 \text{ km} \div 3$



$= 4$ km

$\therefore$ පාසලට ඇති මුළු දුර,

එනම්, පාසලට ඇති දුරෙන් $\frac{5}{5}$ ක් $= 4 \text{ km} \times 5$

$=$ <u>20 km</u>

නිදසුන 4

ටැංකියකින් $\frac{4}{5}$ක් ජලයෙන් පිරී තිබුණි. ඉන් ලීටර 350ක් පාවිච්චි කළ පසු ටැංකියෙන් $\frac{1}{3}$ ක් ජලය ඉතිරිව තිබිණ.

(i) පාවිච්චි කර ඇති ජලය ප්‍රමාණය මුළු ටැංකියෙන් කවර භාගයක් ද?

(ii) ටැංකියේ ධාරිතාව සොයන්න.

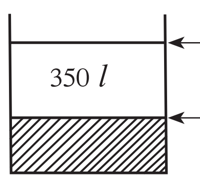
(i) පාවිච්චි කරන ලද ජල ප්‍රමාණය, මුළු ටැංකියෙන් භාගයක් ලෙස $= \frac{4}{5} - \frac{1}{3}$

$= \frac{12 - 5}{15}$

$= \frac{7}{15}$

(ii) මුළු ටැංකියෙන් $\frac{7}{15}$ ක් $= 350\,l$

$\therefore$ මුළු ටැංකියෙන් $\frac{1}{15} = \frac{350\,l}{7}$



$\therefore$ ටැංකියේ ධාරිතාව $= \frac{\overset{50}{\cancel{350}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} \times 15\,l$

$= \underline{\underline{750\,l}}$

ඉහත නිදසුන් අනුව, භාග ආශ්‍රිත ගැටලු ඇතුළත් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

3.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන ප්‍රමාණ ගණනය කරන්න.

   (i) රුපියල් 5 000 න් $\frac{1}{2}$ (iii) 200 m න් $\frac{3}{4}$ (v) 2.4 l න් $\frac{2}{3}$

   (ii) 2 000 ml න් $\frac{1}{4}$ (iv) 250 kg න් $\frac{3}{5}$ (vi) 4.8 km න් $\frac{3}{4}$

2. උපුල් මහතා පසුගිය මාසයේ වැටුප ලෙස රුපියල් 24 000ක් ලබා ගත්තේ ය. ඔහු එම මුදලින් $\frac{3}{8}$ක් ගමන් වියදම් සඳහා යෙදෙව්වේ ය. ගමන් වියදම් සඳහා යෙද වූ මුදල සොයන්න.

3. නිවසක ජලය ගබඩා කරන ටැංකියක් සම්පූර්ණයෙන් පුරවා එයින් $\frac{3}{4}$ක ජල පරිමාවක් පාවිච්චියට ගන්නා ලදි. එවිට ටැංකියේ ඉතිරි වූයේ ලීටර 200 කි.
   (i) ඉතිරි ව තිබූ ජල පරිමාව මුළු ටැංකියෙන් කවර භාගයක් ද?
   (ii) ටැංකියේ ධාරිතාව සොයන්න.

4. ඉඩමකින් $\frac{3}{7}$ක් ප්‍රදීප් ට අයිතිය. ඔහු එම ඉඩමේ ඔහුට අයත් නොවූ කොටසින් $\frac{1}{4}$ක් මිලට ගෙන, මුල් ඉඩමට යා කර ගනියි.
   (i) ප්‍රදීප් මිලදී ගත් ඉඩම් කොටස් මුළු ඉඩමෙන් කවර භාගයක් ද?
   (ii) මුළු ඉඩමෙන් අඩකට වඩා දැන් ප්‍රදීප් සතුව ඇති බව පෙන්වන්න.
   (iii) මිල දී ගැනීමෙන් පසු ප්‍රදීප්ට අයත් නොවූ කොටසේ වර්ගඵලය වර්ගමීටර 240ක් නම් ප්‍රදීප්ට ඉඩමෙන් අයිති මුළු ඉඩම් ප්‍රමාණය වර්ගමීටර කොපමණද?

5. පාපැදියක් මිල දී ගැනීමට මුදල් ඉතිරි කරන විශ්වාට, එහි වටිනාකමින් $\frac{5}{8}$ක් ඉතිරි කර ගත හැකි විය. පාපැදිය සඳහා තවත් රුපියල් 2700ක් අවශ්‍ය වේ.
   (i) පාපැදිය මිලදී ගැනීමට එහි වටිනාකමින් තවත් කවර භාගයක් අවශ්‍යවේ ද?
   (ii) පාපැදියේ වටිනාකම සොයන්න.

6. මොහොමඩ් තමා සතු ඉඩමෙන් හරි අඩක් දියණියට ද, $\frac{1}{3}$ක් පුතාට ද ලියා වෙන් කර දී ඉතිරි කොටස වන අක්කර 10, පුණ්‍යායතනයකට පරිත්‍යාග කළේ ය.
   (i) පරිත්‍යාග කළේ මුළු ඉඩමෙන් කවර භාගයක් ද?
   (ii) මුළු ඉඩමේ ප්‍රමාණය අක්කර කීය ද?
   (iii) පුණ්‍යායතනයට ලබා දුන් කොටස ප්‍රමාණවත් නොවන හෙයින්, එම ප්‍රමාණය දෙගුණයක් කිරීමට තම කොටසින් ඉතිරිය ලබා දීමට දියණිය කැමති වූවාය. එසේ දුන් පසු, දියණියටත්, පුතාටත් වෙන්වන්නේ ඉඩමෙන් සමාන ප්‍රමාණ බව පෙන්වන්න.

7. ඉඩමකින් $\frac{7}{8}$ ක් වන ප්‍රමාණයක ගම්මිරිස් හා කරාබුනැටි වගා කොට ඇත. ගම්මිරිස් වගා කොට ඇති ඉඩම් ප්‍රමාණය වර්ගමීටර 450ක් වන අතර කරාබුනැටි වගා කොට ඇති භාගය මුළු ඉඩමෙන් $\frac{1}{4}$ කි.

(i) ඉඩමේ ගම්මිරිස් වවා ඇති භාගය
(ii) මුළු ඉඩමේ වර්ගඵලය
(iii) කරාබු නැටි වවා ඇති වර්ගඵලය
සොයන්න.

8. යකඩ කම්බියක් සමාන කොටස් තුනකට කපා වෙන් කර ඉන් එක් කොටසක් නැවත සමාන කොටස් හතරකට බෙදා කපා වෙන් කරනු ලැබීය.
(i) කපා වෙන් කළ කුඩා කැබැල්ලක් මුළු කම්බියේ දිගෙන් කවර භාගයක් ද?
(ii) ඉහත වෙන් කිරීම, රූප සටහනක් මගින් නිරූපණය කර, (i) දී ලැබුණු පිළිතුර සමග සසඳන්න.
(iii) කුඩා කැබැල්ලක් 70 cmක් දිග වේ නම්, මුල් කම්බියේ දිග සොයන්න.

3.2 භාග භාවිත තවදුරටත්

ඒකකයකින් කිසියම් කොටසක් වෙන් කළ පසු ඉතිරි කොටස නැවත නැවතත් වෙන් කිරීමේ අවස්ථා ද භාග භාවිත තුළ පවතී. එවැනි අවස්ථාවක් පහත නිදසුන මගින් දැක්වේ.

නිදසුන 1

රාජ් තම පියාගෙන් ලද මුදලින් $\frac{2}{3}$ ක් පොත් පත් ගැනීමට ද, ඉතිරියෙන් $\frac{1}{4}$ ක් ගමන් වියදම් සඳහා ද වැය කළේ ය. ඉන් පසු රුපියල් 500ක් ඔහු ළඟ ඉතිරි විය.

(i) පොත්පත් ගැනීමෙන් පසු රාජ් ළඟ ඉතිරි වූයේ පියා දුන් මුදලින් කවර භාගයක් ද?
(ii) පියා දුන් මුදලින් කවර භාගයක් ගමන් වියදම් සඳහා වැය කළේ ද?
(iii) පියාගෙන් ලැබුණ මුදල සොයන්න.

(i) පොත් පත් ගැනීමට වියදම් කළ භාගය $= \frac{2}{3}$

පොත් පත් ගැනීමෙන් පසු ඉතිරි භාගය $= 1 - \frac{2}{3}$

$= \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$

(ii) ගමන් වියදම් සඳහා පියා දුන් මුදලින් වැය කළ භාගය $\}$ = ඉතිරියෙන් $\frac{1}{4}$

$= \frac{1}{3}$ න් $\frac{1}{4}$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$

$= \underline{\underline{\frac{1}{12}}}$

(iii) පොත් පත් ගැනීම හා ගමන් වියදම් යන දෙකට ම වැය වූ භාගය $\left.\right\}$ $= \frac{2}{3} + \frac{1}{12}$

$= \frac{8+1}{12}$

$= \frac{9}{12}$

$= \underline{\frac{3}{4}}$

ඉහත කරුණු දෙකටම වියදම් කළ පසු ඉතිරි භාගය $= 1 - \frac{3}{4}$

$= \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

ඉතිරි වූ මුදල රු 500 බව දී ඇති නිසා පියා දුන් මුදලෙන් $\frac{1}{4}$ ක්= රු 500

∴ පියා දුන් මුදල = රු 500×4

= රු $\underline{\underline{2\,000}}$

3.2 අභ්‍යාසය

1. නගරයේ කාර්යාලයක සේවය කරන ඔස්ටින් මහතා තම මාසික වැටුපෙන් $\frac{2}{5}$ ක් කෑම බීම සඳහා වියදම් කර ඉතිරියෙන් $\frac{2}{3}$ ක් සිය බිරිඳට යවයි.
   (i) කෑම වියදමෙන් පසු වැටුපෙන් කවර භාගයක් ඉතිරි වේ ද?
   (ii) බිරිඳට යවන්නේ ඔහුගේ වැටුපෙන් කවර භාගයක් ද?
   (iii) ඔහුට ඉතිරි වන්නේ වැටුපෙන් කවර භාගයක් ද?

2. එක්තරා මුදලකින් $\frac{1}{2}$ ක් Aට ද, ඉතිරියෙන් $\frac{1}{3}$ ක් Bට ද ලබා දුන් පසු ඉතිරි කොටස Cට ලබා දුන්නේ ය.
   (i) බෙදූ මුදලෙන් Cට ලැබුණ භාගය සොයන්න.
   (ii) ඉහත ආකාරයට නොබෙදා, තිදෙනා අතර සමසේ එම මුදල බෙදුවහොත්, එවිට Bට ලැබෙන මුදල, ඉහත ආකාරයට බෙදීමෙන් ලැබෙන මුදල මෙන් දෙගුණයක් වන බව පෙන්වන්න.
   (iii) මුලින් සඳහන් ආකාරයට බෙදීමේ දී Cට රුපියල් 1000ක් ලැබුණි නම්, තිදෙනා අතර බෙදන ලද මුදල සොයන්න.

3. ශාලාවක බිමේ වර්ගඵලයෙන් $\frac{2}{3}$ ක් පන්තිකාමර සඳහාත් ඉතිරි බිමෙන් $\frac{2}{3}$ ක් කාර්යාලය සඳහාත් වෙන් කර ඉතිරි වන 200 m^2 බිම් ප්‍රමාණය, පුස්තකාලය සඳහා වෙන් කිරීමට තීරණය කෙරී ඇත.

(i) කාර්යාලය සඳහා වෙන් වන්නේ මුළු වර්ගඵලයෙන් කවර භාගයක් ද?
(ii) පුස්තකාලය සඳහා වෙන්කර ඇති ප්‍රමාණය මුළු වර්ගඵලයෙන් කවර භාගයක් ද?
(iii) ශාලාවේ බිමේ මුළු වර්ගඵලය සොයන්න.
(iv) පන්ති කාමර සඳහාත් කාර්යාල සඳහාත් වෙන් වන බිම් ප්‍රමාණ වෙන වෙනම සොයන්න.

4. චාරිකාවක නිරත වූ අනිල්ට ඒ සඳහා වියදම් වූ සම්පූර්ණ මුදලින් $\frac{4}{7}$ක් ආහාර සඳහා ද, ඉතිරියෙන් $\frac{2}{3}$ක් ගමන් ගාස්තු සඳහා ද, වැය වුණි. ඒ හැර අනෙකුත් වියදම් සඳහා රුපියල් 800ක් වැය වූයේ නම් චාරිකාව වෙනුවෙන් අනිල්ට වියදම් වූ මුළු මුදල සොයන්න.

5. සරෝජා පුස්තකාලයෙන් රැගෙන ආ පොතකින් $\frac{1}{3}$ක් පළමු දිනයේ කියවූවා ය. දෙවැනි දිනයේ ඇයට කියවීමට ලැබුනේ ඉතිරි ප්‍රමාණයෙන් $\frac{1}{2}$ක් පමණි. නැවත තුන්වන දිනයේ ඉතිරි ව තිබූ පිටු 75 කියවා ඇය එදින පොත අවසාන කළා ය. පොතේ මුළු පිටු ගණන කීය ද?

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $3\frac{1}{2}+(1\frac{1}{2}\times.....)=4\frac{1}{2}$ වීමට හිස්තැනට ගැලපෙන භාගය සොයන්න.

2. සුළු කරන්න.

$$\frac{2\frac{1}{2}+1\frac{2}{3}}{1\frac{1}{5}\div\frac{4}{15}+\frac{1}{2}} \text{ න් } \frac{4}{5}$$

3. *A*, *B* හා *C* ව්‍යාපාරයක හිමිකරුවන් තිදෙනෙකි. එම ව්‍යාපාරය සඳහා ඔවුන් යෙදූ මුදල අනුව ලැබූ ලාභය බෙදා ගත්තේ ය. *A*ට ලාභයෙන් $\frac{2}{7}$ක ප්‍රමාණයක් ද එමෙන් දෙගුණයක් *B*ට ද ලබා දී ඉතිරිය *C*ට දුන්නේ ය. *A* හා *B* දෙදෙනාටම වෙන් වූයේ රුපියල් 72 000 ක් නම් ව්‍යාපාරයෙන් ලද ලාභය සොයන්න.

4. එක්තරා ආයතනයක් සඳහා නියෝජිතයෙකු තෝරා ගැනීම පිණිස අපේක්ෂකයින් දෙදෙනෙකු අතර ඡන්දයක් පැවැත්විණි. එහි දී ලියාපදිංචි සියලු ම ඡන්දදායකයෝ ඡන්දය පාවිච්චි කළහ. ජයග්‍රාහී අපේක්ෂකයා මුළු ඡන්ද සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{7}{12}$ක් ලබා ගත් අතර ඔහුගේ වැඩි ඡන්ද සංඛ්‍යාව 120ක් විය.
(i) පරාජිත අපේක්ෂකයා මුළු ඡන්ද සංඛ්‍යාවෙන් කවර භාගයක් ලබා ගත්තේ ද?
(ii) ලියාපදිංචි කළ මුළු ඡන්ද දායකයන් සංඛ්‍යාව කොපමණද?
(iii) ජයග්‍රාහකයා ලැබූ ඡන්ද සංඛ්‍යාව සොයන්න.

4 ද්විපද ප්‍රකාශන

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක් ගුණ කිරීමට
- ද්විපද ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතය ප්‍රසාරණය කිරීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

වීජීය ප්‍රකාශන ආශ්‍රිත සුළු කිරීම් පිළිබඳ ඔබ උගත් විෂය කරුණු නැවත මතක් කර ගැනීම සඳහා පහත දී ඇති අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

a. $2 \times 3a$ **b.** $4 \times (-2x)$ **c.** $(-3) \times 2x$
d. $2x \times 3y$ **e.** $3a \times (-5b)$ **f.** $(-2m) \times 4n$
g. $(-4p) \times (-2q)$ **h.** $3x \times 5x$ **i.** $(-5a) \times 3a$

2. ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $2(x+1)$ **b.** $3(b+3)$ **c.** $4(y-2)$
d. $-3(a+2)$ **e.** $-2(x-2)$ **f.** $x(2x+3)$
g. $2y(y+1)$ **h.** $-2x(4x+1)$ **i.** $-3b(a-b)$
j. $2(a-b-3c)$

3. ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

(a) **(i)** $x(x+2)+2(x+2)$ **(ii)** $y(y+3)+3(y-2)$
(iii) $x(x+1)-3(x-1)$ **(iv)** $m(m-3n)-n(m-3n)$

(b) **(i)** $(x+5)(x+8)$ **(ii)** $(7+a)(3+a)$ **(iii)** $(x-5)(x+8)$
(iv) $(x+5)(x-8)$ **(v)** $(2+m)(3-m)$ **(vi)** $(x-5)(x-8)$

4.1 ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය

ඉහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයෙහි 3 (b) ප්‍රශ්නය යටතේ ඔබ විසින් සුළු කරන ලද්දේ $x+a$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය යි. $ax+by$ ආකාරයේ වඩාත් සාධාරණ ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ප්‍රසාරණය කිරීම පිළිබඳ ව මෙම පාඩමේ දී ඉගෙන ගනිමු. මෙහි ax හා byට ද්විපද ප්‍රකාශනයේ පද දෙක යැයි කියනු ලැබේ.

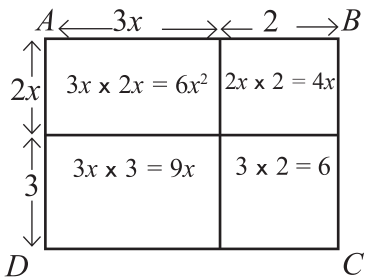
නිදසුන 1 $(3x + 2)(2x + 3)$ ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

$$(3x+2)(2x+3)$$
$$= 3x(2x+3)+2(2x+3)$$
$$= 6x^2+9x+4x+6$$
$$= \underline{\underline{6x^2+13x+6}}$$

හෝ

$$(3x+2)(2x+3)$$
$$= (3x+2)\times 2x+(3x+2)\times 3$$
$$= 6x^2+4x+9x+6$$
$$= \underline{\underline{6x^2+13x+6}}$$

ඉහත ලබා ගත් ප්‍රතිඵලය සෘජුකෝණාස්‍රවල වර්ගඵලය ඇසුරෙන් ද නිදර්ශනය කළ හැකි ය. (සියලු මිනුම් එකම ඒකකයකින් දී ඇතැයි සලකමු).



රූපයට අනුව, $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ,

AB හි දිග $= 3x + 2$

AD හි දිග $= 2x + 3$

වර්ගඵලය $= (3x + 2)(2x + 3)$ ——— ①

වෙනත් අයුරකින්, රූපයට අනුව

$ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය = කුඩා සෘජුකෝණාස්‍ර හතරෙහි වර්ගඵලවල එකතුව

$= 6x^2 + 9x + 4x + 6$

$= 6x^2 + 13x + 6$ ——— ②

① හා ② අනුව

$(3x + 2)(2x + 3) = 6x^2 + 13x + 6$ වන බව සනාථ වේ.

විවිධ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශන ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන ආකාරය දැක්වෙන පහත දී ඇති නිදසුන් ද අධ්‍යයනය කරන්න.

නිදසුන 2

$(3x-2)(2x+5)$

$$(3x-2)(2x+5)$$
$$= 3x(2x+5)-2(2x+5)$$
$$= 6x^2+15x-4x-10$$
$$= \underline{\underline{6x^2+11x-10}}$$

නිදසුන 3

$(2x + y)(x + 3y)$

$$(2x + y)(x + 3y)$$
$$= 2x(x + 3y) + y(x + 3y)$$
$$= 2x^2 + 6xy + xy + 3y^2$$
$$= \underline{\underline{2x^2 + 7xy + 3y^2}}$$

නිදසුන 4

$(3x+2y)(3x-2y)$

$$(3x+2y)(3x-2y)$$
$$= 3x(3x-2y)+2y(3x-2y)$$
$$= 9x^2-6xy+6xy-4y^2$$
$$= \underline{\underline{9x^2-4y^2}}$$

නිදසුන 5

$(5a-2b)(2a-3b)$

$$(5a-2b)(2a-3b)$$
$$= 5a(2a-3b)-2b(2a-3b)$$
$$= 10a^2-15ab-4ab+6b^2$$
$$= \underline{\underline{10a^2-19ab+6b^2}}$$

නිදසුන 6

$(a+b)(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)$

$$(a+b)(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)$$
$$= a(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)+b(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)$$
$$= \frac{1}{3}a^2-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{3}ab-\frac{1}{4}b^2$$
$$= \underline{\underline{\frac{1}{3}a^2+\frac{1}{12}ab-\frac{1}{4}b^2}}$$

4.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් කොටසේ දැක්වෙන ද්විපද ප්‍රකාශනය ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

a. $(x+2)(x+2)$ **b.** $(x-3)(x-3)$ **c.** $(2x+3)(x+2)$
d. $(2p-5)(p-3)$ **e.** $(3x-1)(3x+1)$ **f.** $(-3x+2)(2x-3y)$
g. $(2a+b)(3a+2b)$ **h.** $(3x-5y)(4x+3y)$ **i.** $(-3p+4q)(3p-2q)$
j. $(-7k-5l)(3k+4l)$ **k.** $(4m-3n)(4m-3n)$ **l.** $(5x-2y)(5x-2y)$
m. $\left(\frac{1}{2}x+y\right)(2x+3y)$ **n.** $\left(\frac{1}{3}p+\frac{1}{2}q\right)\left(\frac{2}{3}p-\frac{3}{4}q\right)$ **o.** $(3x+4y)(5a+3b)$

2. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පිට්ටනියක දිග මීටර $(2a+7)$ ද පළල මීටර $(2a-3)$ ද නම් පිට්ටනියේ වර්ගඵලය a ඇසුරෙන් සොයන්න.

3. පියුමි සමචතුරස්‍රාකාර මල් පාත්තියක් සෑදුවා ය. ඇගේ නැගණිය සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මල් පාත්තියක් සෑදුවා ය. නැගණියගේ මල් පාත්තියේ දිග, පියුමිගේ මල් පාත්තියේ පැත්තක දිගට වඩා මීටර 3ක් වැඩි වන අතර එහි පළල පියුමිගේ පාත්තියේ පැත්තක දිගට වඩා මීටර 2ක් අඩුය. පියුමිගේ මල් පාත්තියේ පැත්තක දිග මීටර x ලෙස ගෙන නැගණියගේ මල් පාත්තියේ දිග හා පළල සොයා, එහි වර්ගඵලය Ax^2+Bx+C ආකාරයෙන් ලියන්න.

4. ළමයෙක්, එකක් රුපියල් x බැගින් වූ නාරං ගෙඩි a සංඛ්‍යාවක් මිලදී ගත්තේය. ඉන් පසු නාරං ගෙඩි ප්‍රමාණය මෙන් තුන් ගුණයක ඇපල් ප්‍රමාණයක් මිල දී ගැනීමට සූදානම් වේ. ඇපල් ගෙඩියක මිල, නාරං ගෙඩියක මිල මෙන් දෙගුණයකි.
   (i) ඇපල් මිල දී ගැනීමට යන වියදම සඳහා ප්‍රකාශනයක් a හා x ඇසුරෙන් ලියන්න.
   මිල දී ගන්නා ඇපල් ගෙඩි ගණන තවත් 5කින් වැඩි කළහොත් ඇපල් ගෙඩියක මිල රුපියල් 3කින් අඩු කළ හැකි බව වෙළෙන්දා පවසයි. ළමයා ඒ අනුව වැඩිපුර ඇපල් ගෙඩි 5ක් මිල දී ගැනීමට තීරණය කරයි.
   (ii) මිල දී ගන්නා ඇපල් ප්‍රමාණය සඳහා ප්‍රකාශනයක් a ඇසුරෙන් ලියන්න.
   (iii) ඇපල් ගෙඩියක මිල සඳහා ප්‍රකාශනයක් x ඇසුරෙන් ලියන්න.

(iv) ඇපල් මිල දී ගැනීම සඳහා යන වියදම දැක්වෙන ප්‍රකාශනයක් a හා x ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

(v) ඉහත (iv) කොටසෙහි දැක්වෙන ද්විපද ප්‍රකාශන ප්‍රසාරණය කොට සුළු කරන්න.

4.2 ද්විපද ප්‍රකාශනවල වර්ගායිත

ඉහත අභ්‍යාසයේ 1. **a, b** හා **l** හිදී ඔබ විසින් ප්‍රසාරණය කළ පහත සඳහන් ද්විපද ප්‍රකාශනවල ගුණිත පිළිබඳ ව නැවත අවධානය යොමු කරමු.

$$(x + 2)\ (x + 2),\ (x - 3)\ (x - 3),\ (5x - 2y)\ (5x - 2y)$$

ඒවායේ ගුණ කිරීමට ඇති ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකම එකිනෙකට සමාන බව පෙනේ ද? වීජ ගණිතයේ දී $x \times x = x^2$ ලෙස ලියන්නා සේම,

$(x + 2)\ (x + 2) = (x + 2)^2$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

එසේ ම, $(x - 3)\ (x - 3) = (x - 3)^2$

$(5x - 2y)\ (5x - 2y) = (5x - 2y)^2$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

එසේ ලියන ලද $(x + 2)^2$, $(x - 3)^2$ හා $(5x - 2y)^2$ ආකාරයේ ප්‍රකාශන වර්ගායිත ලෙස හැඳින්වේ.

වර්ගායිත ප්‍රසාරණය කිරීම සඳහා මීට ඉහත දී ඉගෙන ගත් ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ප්‍රසාරණය කළ ආකාරය ම යොදා ගත හැකි ය.

නිදසුන 1

$(x + 2)^2$ වර්ගායිතය, ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලියා ප්‍රසාරණය කරන්න.

$$\begin{aligned}(x+2)^2 &= (x+2)\,(x+2)\\ &= x\,(x+2) + 2\,(x+2)\\ &= x^2 + 2x + 2x + 4\\ &= \underline{\underline{x^2 + 4x + 4}}\end{aligned}$$

වර්ගායිත සුළු කිරීම තවත් ක්‍රමයකින් ද කළ හැකි ය.

$(a + b)^2$ ආකාරයේ වර්ගායිතයක් ප්‍රසාරණය කරන ආකාරය සලකා බලමු.

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)\,(a+b)\\ &= a^2 + ab + ba + b^2\\ &= a^2 + ab + ab + b^2\\ &= \underline{\underline{a^2 + 2ab + b^2}}\end{aligned}$$

මෙය සූත්‍රයක් ලෙස මතක තබා ගැනීම වැදගත් ය.

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

මුල් පදයෙහි වර්ගය ↗ ↑ ↖ දෙවන පදයෙහි වර්ගය

මුල් පදය හා දෙවන පදයේ ගුණිතයේ දෙගුණය

දැන් $(a-b)^2$ ප්‍රසාරණය සලකා බලමු.

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b)\\ &= a^2 - ab - ba + b^2\\ &= a^2 - ab - ab + b^2\\ &= \underline{\underline{a^2 - 2ab + b^2}}\end{aligned}$$

එනම්, $\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

සටහන: $(a-b)^2$ සඳහා ප්‍රකාශනය, $(a+b)^2$ හි b වෙනුවට $-b$ යොදාගැනීමෙන් ද ලබා ගත හැකි ය.

ඒ මෙසේය $(a+(-b))^2 = a^2 + 2(a)(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

තවද,

$$(-a+b)^2 = (-a)^2 + 2(-a)b + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(-a-b)^2 = (-a)^2 + 2(-a)(-b) + (-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ඒ අනුව, $(a+b)^2$ හා $(-a-b)^2$ හි ප්‍රසාරණ එකිනෙක සමාන බවද $(a-b)^2$ හා $(-a+b)^2$ හි ප්‍රසාරණ එකිනෙක සමාන බව ද ඔබට පෙනී යනු ඇත.

පහත දැක්වෙන නිදසුන් අධ්‍යයනය කරන්න.

නිදසුන 2

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2 + 2\times x\times 3 + 3^2\\ &= \underline{\underline{x^2 + 6x + 9}}\end{aligned}$$

නිදසුන 3

$$\begin{aligned}(y-2)^2 &= y^2 - 2\times y\times 2 + 2^2\\ &= \underline{\underline{y^2 - 4y + 4}}\end{aligned}$$

නිදසුන 4

$$\begin{aligned}(3x+5y)^2 &= (3x)^2 + 2\times 3x\times 5y + (5y)^2\\ &= \underline{\underline{9x^2 + 30xy + 25y^2}}\end{aligned}$$

නිදසුන 5

$$\begin{aligned}(3a-2b)^2 &= (3a)^2 - 2\times 3a\times (2b) + (2b)^2\\ &= \underline{\underline{9a^2 - 12ab + 4b^2}}\end{aligned}$$

නිදසුන 6

$$\begin{aligned}(-y+5)^2 &= (-y)^2 - 2\times (y)\times 5 + 5^2\\ &= \underline{\underline{y^2 - 10y + 25}}\end{aligned}$$

නිදසුන 7

$$\begin{aligned}(-2x-3y)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2\\ &= \underline{\underline{4x^2 + 12xy + 9y^2}}\end{aligned}$$

සමහර සංඛ්‍යාත්මක සුළු කිරීම් පහසුවෙන් කිරීම සඳහා මෙම ප්‍රතිඵලය යොදා ගත හැකි ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 8

105^2 හි අගය සොයන්න.

$105^2 = (100 + 5)^2$

$= 100^2 + 2 \times 100 \times 5 + 5^2$

$= 10000 + 1000 + 25$

$= \underline{\underline{11025}}$

නිදසුන 9

99^2 හි අගය සොයන්න.

$99^2 = (100 - 1)^2$

$= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$

$= 10000 - 200 + 1$

$= \underline{\underline{9801}}$

නිදසුන 10

$x = 5$ හා $y = 2$ සඳහා $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ යන්න සත්‍යාපනය කරන්න.

ව.පැ. $(x+y)^2$

$= (5+2)^2$

$= 7^2$

$= \underline{\underline{49}}$

දැ.පැ. $x^2 + 2xy + y^2$

$= 5^2 + 2\times5\times2 + 2^2$

$= 25 + 20 + 4$

$= \underline{\underline{49}}$

$\therefore$ ව.පැ. = දැ.පැ.

4.2 අභ්‍යාසය

1. A තීරුවේ දැක්වෙන එක් එක් වර්ගායිතයේ ප්‍රසාරණය, B තීරුවෙන් තෝරා යා කරන්න.

***A* තීරුව**	***B* තීරුව**
a. $(x + 5)^2$	$4x^2 + 4xy + y^2$
b. $(x - 5)^2$	$4y^2 + 4xy + x^2$
c. $(2x + 5)^2$	$x^2 - 10x + 25$
d. $(2x + y)^2$	$4x^2 - 4xy + y^2$
e. $(-2x + 5)^2$	$x^2 - 4xy + 4y^2$
f. $(x - 2y)^2$	$4x^2 - 12xy + 9y^2$
g. $(-2x + y)^2$	$4x^2 + 20x + 25$
h. $(2x + 3y)^2$	$4x^2 + 12xy + 9y^2$
i. $(2x - 3y)^2$	$x^2 + 10x + 25$
j. $(-2y - x)^2$	$4x^2 - 20x + 25$

2. පහත දැක්වෙන වර්ගායිත ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $(x+2)^2$ **b.** $(a+3)^2$ **c.** $(p-3)^2$ **d.** $(y-1)^2$
e. $(2a+3)^2$ **f.** $(3b+2)^2$ **g.** $(3x-1)^2$ **h.** $(4m-5)^2$
i. $(3p+4q)^2$ **j.** $(5m-3n)^2$ **k.** $(-2y+5)^2$ **l.** $(3a-5b)^2$
m. $(-3m+n)^2$ **n.** $(-5m-6n)^2$

3. පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල ඇති හිස්තැන් සඳහා සුදුසු පද ලියා දක්වන්න.

a. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + ___$ **b.** $(y+2)^2 = y^2 + ___ + 4$
c. $(m-5)^2 = m^2 - 10m + ___$ **d.** $(a + __)^2 = a^2 + 8a + 16$
e. $(___ + b)^2 = 25 + 10b + b^2$ **f.** $(___ - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$
g. $(-3 + ___)^2 = ___ - 6x + x^2$ **h.** $(___ - x)^2 = +16 - 8x + x^2$

4. පහත දැක්වෙන එක එකක අගය, ද්විපද ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතයක් ලෙස ලියා සොයන්න.

(i) 21^2 (ii) 102^2 (iii) 17^2 (iv) 98^2 (v) 9.9^2

5. සමචතුරස්‍රාකාර කාමරයක පැත්තක දිග මීටර $(2a+3b)$ ලෙස දී ඇත්නම්, කාමරයේ වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් a හා b ඇසුරෙන් ලියා ප්‍රසාරණය කර දක්වන්න.

6. $a = 2$ හා $b = 3$ අවස්ථාව සඳහා,
(i) $(-a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ බව
(ii) $(-a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ බව
සත්‍යාපනය කරන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $(2x+3y)(x+y) = 2x^2 + 5xy + 3y^2$ බව පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා සත්‍යාපනය කරන්න.

(i) $x = 3,\ y = 2$ (ii) $x = 5,\ y = 0$
(iii) $x = 1,\ y = 1$ (iv) $x = -1,\ y = -2$

2. පහත දැක්වෙන භාගමය සංගුණක සහිත එක් එක් වර්ගායිතය, ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලියා සුළු කරන්න.

(i) $(\frac{1}{2}x + y)^2$ (ii) $(\frac{1}{3}a - b)^2$ (iii) $(\frac{1}{4}m - \frac{2}{3}n)^2$

3. හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) $(x + __)^2 = x^2 + 6x + __$ (ii) $(y + __)^2 = y^2 + 8y + __$

(iii) $(__ + 5)^2 = x^2 + __ + 25$ (iv) $(__ + y)^2 = x^2 + __ + y^2$

4. වර්ගායිතයක් ලෙස ලිවීම සඳහා පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනයට එකතු කළ යුතු පදය ලියා, එය වර්ගායිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

(i) $x^2 + 6x$ (ii) $y^2 + 8y$ (iii) $m^2 + 10m$
(iv) $a^2 - 4a$ (v) $x^2 + 4xy$ (vi) $p^2 - 12pq$

5. $x + y = 5$ ද $xy = 6$ ද වන විට $x^2 + y^2$ හි අගය සොයන්න.

6. $a - b = 3$ ද $ab = 28$ ද වන විට $a^2 + b^2$ හි අගය සොයන්න.

7. $x^2 + y^2 = 25$ ද $xy = 12$ ද වන විට $x + y$ හි අගය සොයන්න.

8. $(x + k)^2 = x^2 + 6x + q$ වන විට k හා q හි අගය සොයන්න.

9. $t + \frac{1}{t} = 2$ වන විට $t^2 + \frac{1}{t^2}$ හි අගය සොයන්න.

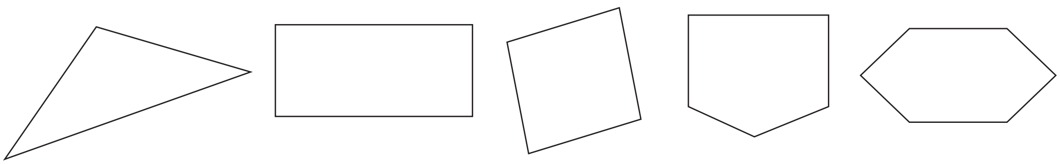
5 ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- තලරූප දෙකක් අංගසම වීම යනු කුමක්දැයි හඳුනා ගැනීමට
- ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වීමේ අවස්ථා හඳුනා ගැනීමට
- ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය ඇසුරෙන් අනුමේයයන් සාධනය කිරීමට

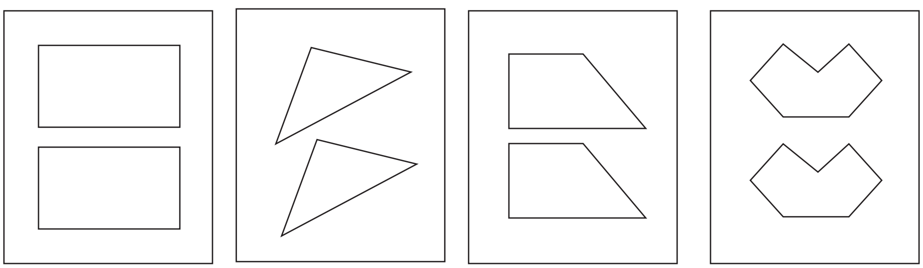
හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

තලරූප දෙකක අංගසාම්‍යය



ඉහත දැක්වෙන රූප සටහන් පරීක්ෂා කිරීමේ දී ඒවා සියල්ල සරල රේඛා ඛණ්ඩවලින් සෑදී ඇති සංවෘත තලරූප බව පැහැදිලි වේ. එවැනි රූප සරල රේඛීය තලරූප ලෙස හැඳින්වේ. කෝණ හා පාදවලට එම රූපවල අංග යැයි කියනු ලැබේ.

පහත (i) සිට (iv) දක්වා රූප සටහන්වල ඉදිරිපත් කර ඇති, හැඩයෙන් හා ප්‍රමාණයෙන් සමාන එක් එක් සරල රේඛීය තලරූප යුගලයෙහි ඇති තලරූප දෙක එකිනෙක සම්පාත කළ හැකි වේ.



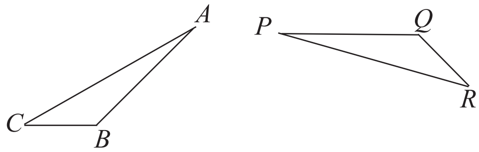
(i) (ii) (iii) (iv)

එකිනෙකට සම්පාත කළ හැකි තලරූප යුගලයක් **අංගසම තලරූප** යුගලයක් ලෙස හැඳින්වේ. මෙම පාඩමේ දී ත්‍රිකෝණ යුගලයක අංගසම වීම පිළිබඳ ව අපගේ අවධානය යොමු කෙරේ.

5.1 ත්‍රිකෝණ දෙකක අංගසාම්‍යය

ත්‍රිකෝණයක අංග හයක් ඇත. ඒවා නම්, පාද තුන සහ කෝණ තුනයි.

පහත දැක්වෙන ABC සහ PQR ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ යැයි සිතමු. එම ත්‍රිකෝණ දෙක එකක් මත එකක් තබා සම්පාත කළහොත් AB සමග PQත් AC සමග PRත් BC සමග QR ත් සම්පාත වේ යැයි ද සිතමු. එවිට, ත්‍රිකෝණ දෙකේ, ABට අනුරූප පාදය PQ ද ACට අනුරූප පාදය PR ද, BCට අනුරූප පාදය QR ද යැයි කියනු ලැබේ. මෙලෙසම $B\hat{A}C$ ට අනුරූප කෝණය $Q\hat{P}R$ ද, $A\hat{B}C$ ට අනුරූප කෝණය $P\hat{Q}R$ ද, $A\hat{C}B$ට අනුරූප කෝණය $P\hat{R}Q$ ද යැයි කියනු ලැබේ.



මේ අනුව, අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වන බව "≡" ලකුණ යොදා දක්වනු ලැබේ. නිදසුනක් ලෙස, ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නම් ඒ බව $ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ මගින් දැක්වේ.

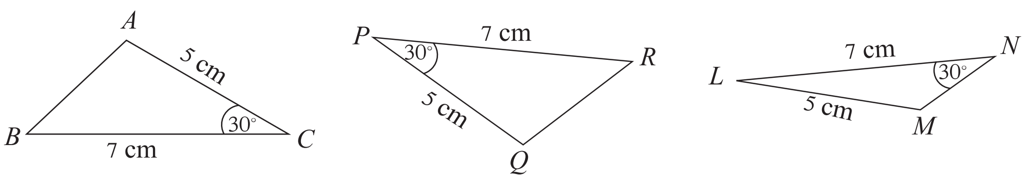
ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම බව පෙන්වීමට ඉහත සඳහන් කරන ලද ආකාරයට, එක් ත්‍රිකෝණයක අංග හය, තවත් ත්‍රිකෝණයක අංග හයට සමාන විය යුතු යැයි පෙන්වීම අවශ්‍යම නොවේ. යම් අංග තුනක් පමණක් සමාන බව පෙන්වීම ප්‍රමාණවත් ය. නමුත් ත්‍රිකෝණයක ඕනෑම අංග තුනක් තවත් ත්‍රිකෝණයක ඕනෑම අංග තුනකට සමාන වූ පමණින් ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නොවේ. සමහර අවස්ථාවල දී පමණක් ත්‍රිකෝණයක අංග තුනක් තවත් ත්‍රිකෝණයක අංග තුනකට සමාන වූ විට ඉතිරි අංග ද සමාන වී ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. එවැනි අවස්ථා හතරක් ඇත. එම අවස්ථා හතර පිළිබඳ ව දැන් සලකා බලමු.

(a) පළමු අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණය තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට හා අන්තර්ගත කෝණයට සමාන වන අවස්ථාව

ක්‍රියාකාරකම

පාද දෙකක දිග 5 cm හා 7 cm ද කෝණයක වටිනාකම 30°ක් වන ත්‍රිකෝණ තුනක් පහත දැක්වේ.



- ABC ත්‍රිකෝණය ටිෂූ කඩදාසියක පිටපත් කර කපා ගන්න.
- කපා ගත් ත්‍රිකෝණය PQR හා LMN ත්‍රිකෝණ සමග සම්පාත වේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න.
- ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණයට අංගසම ත්‍රිකෝණය තෝරන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව ABC ත්‍රිකෝණයට අංගසම වන්නේ PQR ත්‍රිකෝණය පමණක් බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත. එසේ නමුත්, ABC ත්‍රිකෝණයේ දී ඇති අංග තුනකට සමාන අංග තුනක් අනෙක් ත්‍රිකෝණ දෙකෙහිම ඇත. නමුත් ABC ත්‍රිකෝණය, PQR ත්‍රිකෝණයට පමණක් අංගසම වී ඇත. එනම් ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි සමාන අංග තුනක් තිබූ පමණින්ම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නොවන බව ඔබට වැටහෙන්නට ඇත.

ABC ත්‍රිකෝණය, PQR ත්‍රිකෝණයට අංගසම බවත්, එය LMN ත්‍රිකෝණයට අංගසම නැති බවත් හඳුනා ගත හැකි තවත් ක්‍රමයක් පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

ABC ත්‍රිකෝණයේ 30° කෝණය අන්තර්ගත වී ඇත්තේ 5 cm හා 7 cm දිග පාද දෙකටය. PQR ත්‍රිකෝණයේ ද එය එසේම ය. නමුත්, LMN ත්‍රිකෝණයේ 30° කෝණය පිහිටන්නේ එසේ 5 cm හා 7 cm දිග පාද දෙකට අන්තර්ගතව නොවේ. ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණය PQR ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකකට හා **අන්තර්ගත කෝණයට** සමාන වී ඇත. නමුත්, ABC හා LMN ත්‍රිකෝණ සඳහා එසේ කිව නොහැකි ය. ඒ අනුව ABC හා LMN ත්‍රිකෝණ අංගසම යැයි කීමට ප්‍රමාණවත් කරුණු නොමැත.

සටහන : මෙහි දී 30°ක් වන $A\hat{C}B$ කෝණයට, AC හා BC පාද දෙකෙහි අන්තර්ගත කෝණය යැයි කියනු ලැබේ. එලෙසම, PQR ත්‍රිකෝණයෙහි $R\hat{P}Q$ යනු PR හා PQ පාද දෙකෙහි අන්තර්ගත කෝණයයි.

ඉහත ක්‍රියාකාරකම තුළින් ඔබ අත්දුටු මෙම ප්‍රතිඵලය ප්‍රත්‍යක්ෂයක් ලෙස අතීතයේ සිටම ජ්‍යාමිතියේ දී භාවිත වේ.

එක් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණය තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට සහ අන්තර්ගත කෝණයට සමාන නම්, එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

මෙලෙස ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම වීම, **පා.කෝ.පා.** අවස්ථාවෙන් අංගසම වීම ලෙස කෙටියෙන් සඳහන් කෙරේ.

ඉහත සඳහන් කරන ලද අවස්ථාවට අනුව, පහත දැක්වෙන ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ යුගලය, දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් අංගසම බව පෙන්වීම පහත පරිදි ලියා දැක්විය හැකි ය.

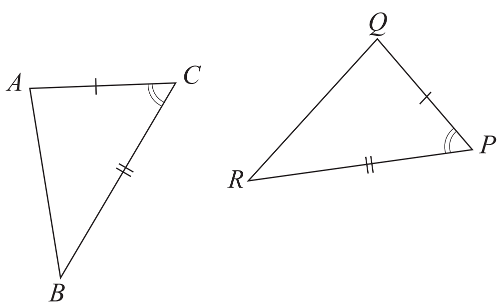
ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල

$AC = QP$ (දී ඇත)

$A\hat{C}B = Q\hat{P}R$ (දී ඇත)

$BC = PR$ (දී ඇත)

$\therefore \underline{\underline{ABC\Delta \equiv PQR\,\Delta}}$ (පා.කෝ.පා.)

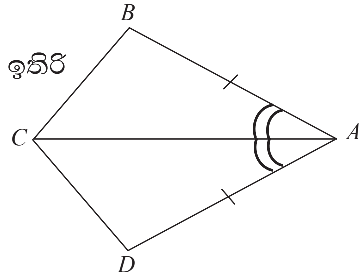


ඉහත ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම නිසා ඉතිරි අනුරූප අංග ද සමාන වේ.
එනම්,
සමාන බව දන්නා $A\hat{C}B$ හා $Q\hat{P}R$ කෝණ ඉදිරියෙන් ඇති AB හා QR පාද ද සමාන වේ.
සමාන බව දන්නා AC හා PQ පාද ඉදිරියෙන් ඇති $A\hat{B}C$ හා $P\hat{R}Q$ කෝණ ද සමාන වේ.
සමාන බව දන්නා BC හා PR පාද ඉදිරියෙන් ඇති $B\hat{A}C$ හා $P\hat{Q}R$ කෝණ ද සමාන වේ.

දැන් නිදසුනක් සලකා බලමු.

නිදසුන 1

රූපයේ ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව, $ABC\Delta \equiv ACD\Delta$ බව පෙන්වා සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියන්න.



සාධනය:

ABC හා ADC ත්‍රිකෝණවල

$AB = AD$ (දී ඇත)

$B\hat{A}C = D\hat{A}C$ (දී ඇත)

AC පොදු පාදය වේ.

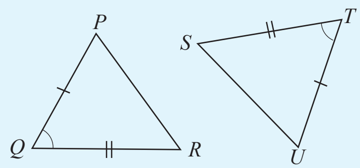
$\therefore ABC\Delta \equiv ADC\Delta$ (පා.කෝ.පා.)

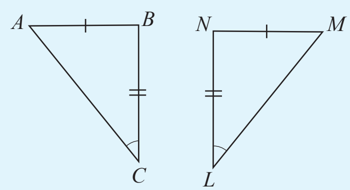
අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

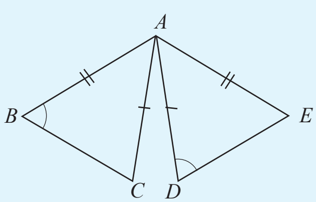
$\therefore BC = DC$ ද $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ ද $A\hat{C}B = A\hat{C}D$ ද වේ.

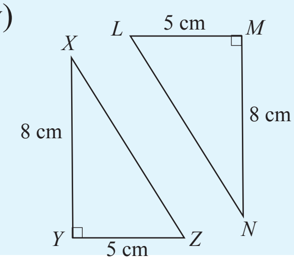
5.1 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති දත්ත අනුව අංගසම බව පෙන්වීම සඳහා පා.කෝ.පා. අවස්ථාව යොදා ගත හැක්කේ පහත දැක්වෙන කුමන ත්‍රිකෝණ යුගලවලට දැයි නිර්ණය කරන්න. එවැනි අවස්ථාවල දී අදාළ ත්‍රිකෝණ අංගසම බව සාධනය කර සමාන වන අනෙක් අනුරූප අංග යුගල ලියා දක්වන්න.

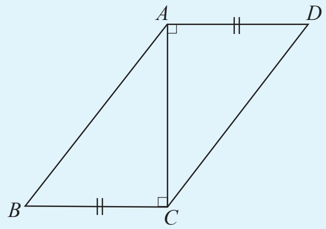
(i)


(ii)


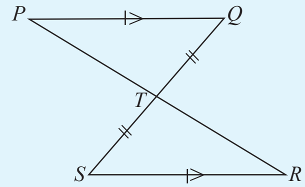
(iii)


(iv)


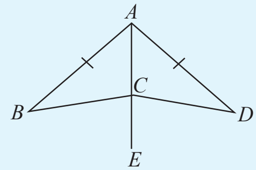
(v)



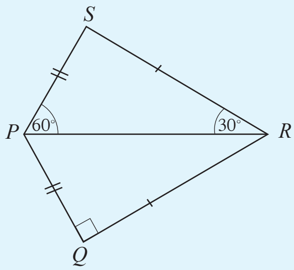
(vi)



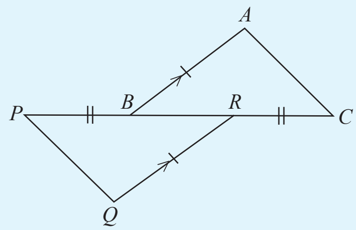
(vii)



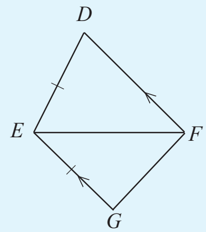
(viii)



(ix)



(x)



2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවට අදාළ ත්‍රිකෝණ යුගලවල දළ සටහන් අඳින්න. එම ත්‍රිකෝණ යුගල අතරින් අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරා, එහි සමාන වන අනෙක් අනුරූප අංග යුගල ලියා දක්වන්න.

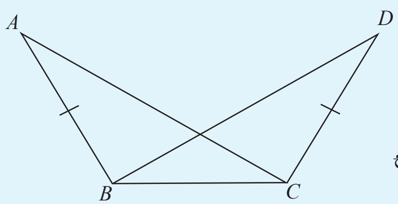
(i) PQR හා XYZ ත්‍රිකෝණවල $PQ = XZ, QR = XY, P\hat{Q}R = Y\hat{X}Z$.

(ii) ABC හා LMN ත්‍රිකෝණවල $AC = LN, BC = LM, A\hat{B}C = L\hat{M}N = 50^\circ$.

(iii) DEF හා STU ත්‍රිකෝණවල $EF = TU, DF = SU, E\hat{F}D = T\hat{U}S$.

(iv) ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල $BC = PQ, C\hat{B}A = Q\hat{P}R, AC = PR$.

3.



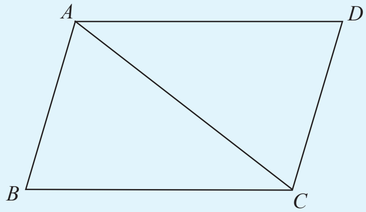
දී ඇති රූපයේ $AB = DC$ හා $A\hat{B}C = B\hat{C}D$ වේ.

(i) $ABC\Delta \equiv DCB\Delta$ බව

(ii) $AC = BD$ බව

සාධනය කරන්න.

4.



රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AD හා BC පාද දිගින් සමාන වන අතර එම පාද සමාන්තර ද වේ. දී ඇති දත්ත ලකුණු කොට

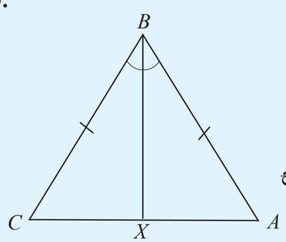
(i) $ABC\Delta \equiv ADC\Delta$ බව

(ii) $AB = DC$ බව

(iii) AB හා DC සමාන්තර බව

සාධනය කරන්න.

5.



ABC ත්‍රිකෝණයේ ලකුණු කර ඇති දත්ත ඇසුරෙන්

(i) $ABX\Delta \equiv CBX\Delta$ බව

(ii) $A\hat{X}B = 90^\circ$ බව

සාධනය කරන්න.

6. $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AC හා BD විකර්ණ O හි දී එකිනෙක සමච්ඡේද වේ.

(i) $AOD\Delta \equiv BOC\Delta$ බව

(ii) AD හා BC රේඛා සමාන්තර බව

සාධනය කරන්න.

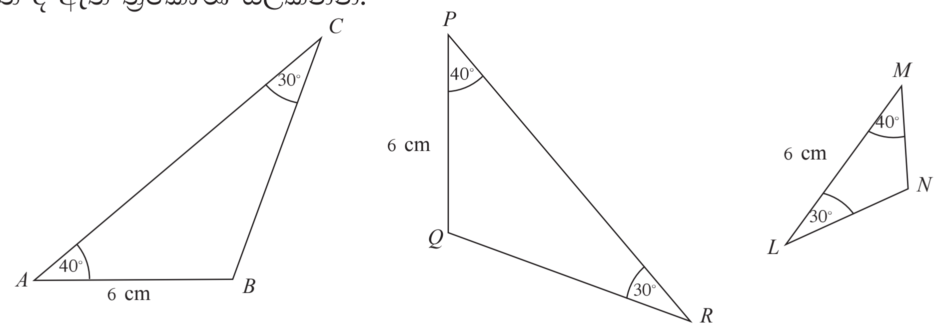
දැන් ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම බව හඳුනා ගත හැකි දෙවන අවස්ථාව සලකා බලමු.

(b) දෙවන අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක්, තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන වන අවස්ථාව

ක්‍රියාකාරකම

පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණ සලකන්න.



- ABC ත්‍රිකෝණය ට්‍රේසින් කඩදාසියක පිටපත් කර ගෙන කපා ගන්න.
- එය PQR හා LMN ත්‍රිකෝණ මත තබමින් සම්පාත වන්නේ කුමන ත්‍රිකෝණය සමඟ දැයි පරීක්ෂා කරන්න.
- ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණය අංගසම වන ත්‍රිකෝණය කුමක් ද?

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව ABC ත්‍රිකෝණය අංගසම වන්නේ PQR ත්‍රිකෝණයට පමණක් බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.

මෙම අවස්ථාවේ දී ත්, ඉහත (a) අවස්ථාවේ දී මෙන්ම ABC ත්‍රිකෝණයෙහි ඇති අංග තුනකට සමාන අංග තුනක් අනෙක් ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි ම ඇත.

නමුත් ABC ත්‍රිකෝණය PQR ත්‍රිකෝණයට අංගසම වී ඇතත් LMN ත්‍රිකෝණයට අංගසම නොවේ. එනම් ත්‍රිකෝණයක අංග තුනක් තවත් ත්‍රිකෝණයක අංග තුනකට සමාන වූ පමණින්ම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නොවන බව තවදුරටත් ඔබට වැටහෙන්නට ඇත.

එසේනම් ABC ත්‍රිකෝණය PQR ත්‍රිකෝණයට අංගසම වන බව හඳුනාගත හැකි තවත් ක්‍රමයක් විමසා බලමු. ABC ත්‍රිකෝණයේ දී ඇති 6 cm දිග පාදය පිහිටා ඇත්තේ, දී ඇති 30° කෝණය ඉදිරියෙන් ය. PQR ත්‍රිකෝණයේ ද එය එසේම ය. නමුත්, LMN ත්‍රිකෝණයේ එසේ නොවේ. මේ අනුව, ABC ත්‍රිකෝණයෙහි කෝණ දෙකක් PQR ත්‍රිකෝණයේ කෝණ දෙකකට සමාන වී ඇති අතර, ඊට අමතර ව, ABC ත්‍රිකෝණයේ එක් පාදයක් PQR ත්‍රිකෝණයේ **අනුරූප** පාදයට සමාන වී ඇත. නමුත් LMN ත්‍රිකෝණයෙහි අනුරූප පාදයට සමාන වී නොමැත.

සටහන: මෙහි දී, ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි අනුරූප පාද ලෙස හැඳින්වූයේ සමාන වන කෝණ ඉදිරියෙන් ඇති පාදයි.

එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක් තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. මෙලෙස ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම වීම **කෝ.කෝ.පා.** අවස්ථාවෙන් අංගසම වීම ලෙස කෙටියෙන් සඳහන් කෙරේ.

ඉහත අවස්ථාවට අනුව පහත දැක්වෙන STU හා LMN ත්‍රිකෝණ යුගලය, දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් අංගසම බව පෙන්වන්නේ මෙසේ ය.

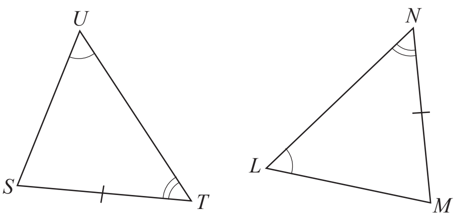
STU හා LMN ත්‍රිකෝණවල

$S\hat{T}U = L\hat{N}M$ (දී ඇත)

$T\hat{U}S = M\hat{L}N$ (දී ඇත)

$ST = MN$ (දී ඇත)

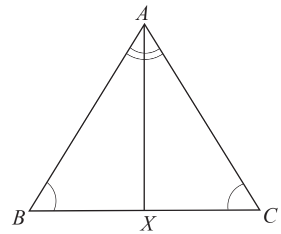
$\therefore STU\,\Delta \equiv LMN\,\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)



සටහන: ඉහත දී ඇති ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි ST හා MN අනුරූප පාද වන අතර ඒවා සමාන වේ. ඒවා අනුරූප පාද වන්නේ, සමාන කෝණ වන $S\hat{U}T$ හා $M\hat{L}N$ ඉදිරියෙන් පිහිටන නිසා බව හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.

නිදසුන 1

රූපයේ ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව, $ABX\,\Delta \equiv ACX\,\Delta$ බව සාධනය කොට සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියන්න.



සාධනය: ABX හා ACX ත්‍රිකෝණවල

$A\hat{B}X = A\hat{C}X$ (දී ඇත)

$B\hat{A}X = C\hat{A}X$ (දී ඇත)

AX පොදු පාදය වේ.

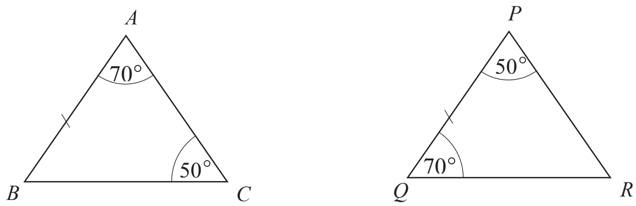
$\therefore ABX\,\Delta \equiv ACX\,\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

$\therefore BX = CX, A\hat{X}B = A\hat{X}C, AB = AC$

නිදසුන 2

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ යුගලය කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

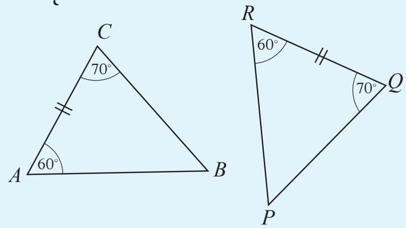


ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණ දෙකක්, PQR ත්‍රිකෝණයෙහි කෝණ දෙකකට සමාන වී ඇත. තවද, $AB = PQ$ වේ. නමුත් ඒවා අනුරූප පාද නොවේ. එයට හේතුව, එම පාද ඉදිරියෙන් ඇති ACB හා PRQ කෝණ සමාන නොවීමයි. ($A\hat{C}B = 50^\circ$ වන අතර $P\hat{R}Q = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$ වේ.) එමනිසා මෙම ත්‍රිකෝණ දෙක කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම යැයි කීමට ප්‍රමාණවත් හේතු නොමැත.

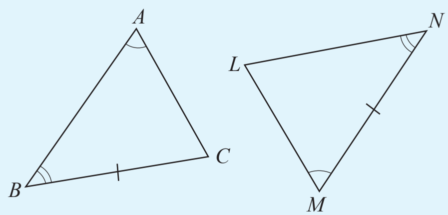
5.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිකෝණ යුගල අතරින් අංගසම බව පෙන්වීම සඳහා කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යොදා ගත හැක්කේ කුමන ත්‍රිකෝණ යුගලවලටදැයි සඳහන් කරන්න. එම ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම බව සාධනය කොට සමාන වන අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.

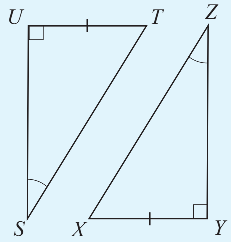
(i)



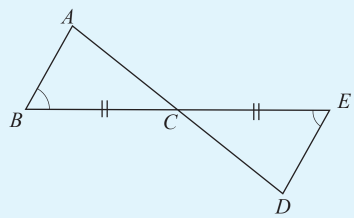
(ii)



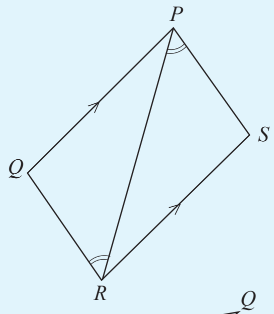
(iii)



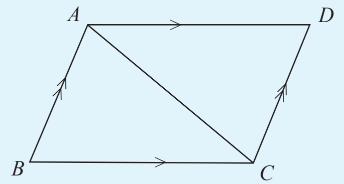
(iv)



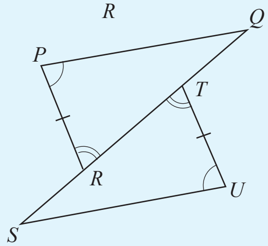
(v)



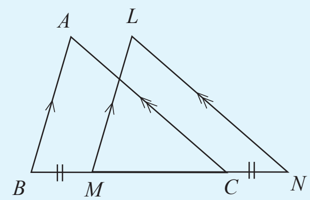
(vi)



(vii)



(viii)



2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවට අදාළ ත්‍රිකෝණයේ දළ සටහනක් අඳින්න. කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගලය තෝරා ඒවායේ සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.

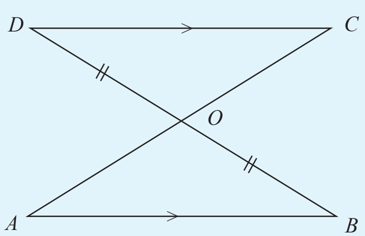
(i) *ABC* හා *PQR* ත්‍රිකෝණවල $A\hat{B}C = P\hat{Q}R, A\hat{C}B = P\hat{R}Q, BC = QR$

(ii) *XYZ* හා *LMN* ත්‍රිකෝණවල $X\hat{Y}Z = L\hat{M}N = 90^\circ, Y\hat{X}Z = 30^\circ, M\hat{N}L = 60^\circ, YZ = MN$

(iii) *STU* හා *PQR* ත්‍රිකෝණවල $T\hat{S}U = Q\hat{R}P, TU = PR, T\hat{U}S = P\hat{Q}R$

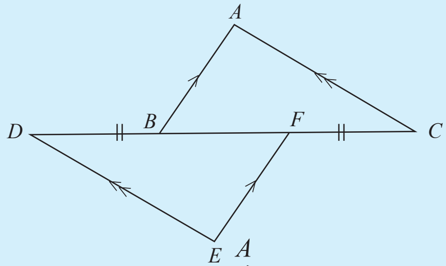
(iv) *DEF* හා *ABC* ත්‍රිකෝණවල $E\hat{D}F = B\hat{A}C = 40^\circ, D\hat{F}E = A\hat{C}B = 60^\circ, DE = BA$

3.

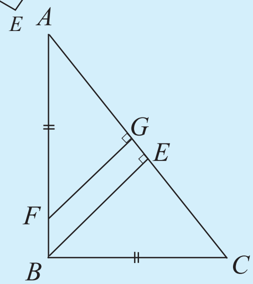


දී ඇති රූපයේ *AB* සහ *CD* රේඛා සමාන්තර වේ. $BO = OD$ ද වේ. $AOB\Delta \equiv DOC\Delta$ බව පෙන්වන්න.

4. AB හා EF රේඛා සහ AC හා DE රේඛා යුගල එකිනෙකට සමාන්තර වේ.
$ABC\Delta \equiv EFD\Delta$ බව පෙන්වන්න.



5. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C = 90^\circ$ වේ.
$AF = BC$ වේ නම්,
$AFG\Delta \equiv BCE\Delta$ බව සාධනය කරන්න.



6. $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$ වේ. BD මගින් $A\hat{D}C$ හා $A\hat{B}C$ සමච්ඡේදනය වේ.
$ABD\Delta \equiv CBD\Delta$ බව සාධනය කරන්න.

ත්‍රිකෝණ දෙකක අංගසම බව හඳුනා ගත හැකි තුන්වන අවස්ථාව සලකා බලමු.

(c) තුන්වන අවස්ථාව

එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුන, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමාන වන අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක පාද තුනෙහි දිග දී ඇති විට අනන්‍ය ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකි වේ ද? එසේ හැකිදැයි පසක් කර ගැනීමට පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි නියැලෙන්න.

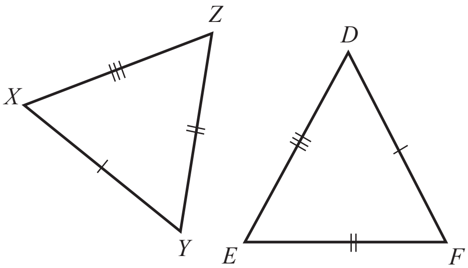
ක්‍රියාකාරකම

දිග සෙන්ටිමීටර 5ක්, 6ක්, හා 7ක් වන ඉරටු කැබලි දෙක බැගින් කඩා ගන්න. ඒවා භාවිතයෙන්, පාදවල දිග සෙන්ටිමීටර 5, 6 හා 7 බැගින් වන ත්‍රිකෝණ දෙකක් තනන්න. එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම විය යුතු බව ඔබට පෙනෙනවා ද? එක් ත්‍රිකෝණයක ඇති ඉරටු කැබලිවල පිහිටීම් වෙනස් කරමින්, අනෙක් ත්‍රිකෝණයට අංගසම නොවන ත්‍රිකෝණයක් ඔබට නිර්මාණය කළ හැකි ද? එසේ කළ නොහැකි බවට ඔබට පසක් වනු ඇත.

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව ඔබ අත්දුටු මෙම ප්‍රතිඵලය ද ප්‍රත්‍යක්ෂයක් ලෙස ජ්‍යාමිතියේ දී භාවිත කළ හැකි ය.

ත්‍රිකෝණයක පාද තුන තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමාන වන්නේ නම්, එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. මෙලෙස ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම වීම **පා.පා.පා.** අවස්ථාවෙන් අංගසම වීම ලෙස කෙටියෙන් සඳහන් කෙරේ.

XYZ හා DEF ත්‍රිකෝණ යුගලය ඉහත අවස්ථාවට අනුව අංගසම වන බව පහත පරිදි සාධනය කොට දැක්විය හැකි ය.



XYZ හා DFE ත්‍රිකෝණවල

$XY = DF$ (දී ඇත)

$YZ = FE$ (දී ඇත)

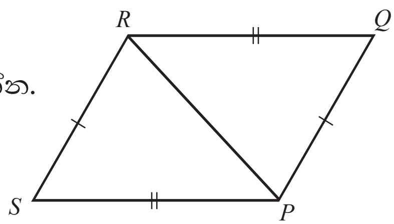
$ZX = ED$ (දී ඇත)

$\therefore XYZ\,\Delta \equiv DFE\,\Delta$ (පා.පා.පා.)

නිදසුන 1

රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව

$PQR\,\Delta \equiv PSR\,\Delta$ බව සාධනය කර ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියන්න.



සාධනය:

PQR හා PSR ත්‍රිකෝණවල

$PQ = RS$ (දී ඇත)

$QR = PS$ (දී ඇත)

PR පොදු පාදය වේ.

$\therefore PQR\,\Delta \equiv RSP\,\Delta$ (පා.පා.පා.)

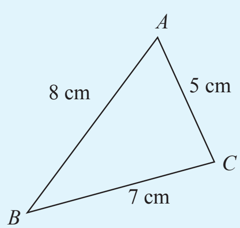
අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

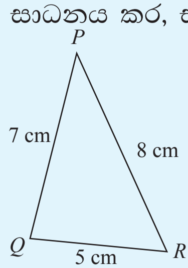
$\therefore R\hat{S}P = P\hat{Q}R,\ S\hat{R}P = Q\hat{P}R,\ S\hat{P}R = Q\hat{R}P$ වේ.

5.3 අභ්‍යාසය

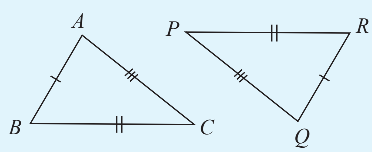
1. දී ඇති දත්ත අනුව අංගසම බව පෙන්වීම සඳහා පා.පා.පා. අවස්ථාව යොදා ගත හැක්කේ පහත දැක්වෙන කුමන ත්‍රිකෝණ යුගලවලට දැයි නිර්ණය කරන්න. එවැනි ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම බව සාධනය කර, සමාන වන අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.

(i)

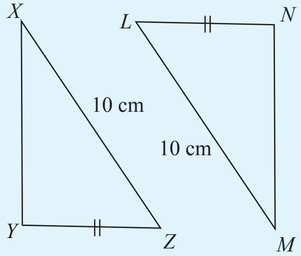




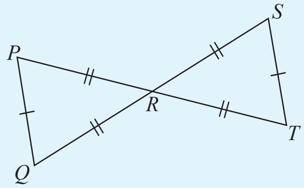
(ii)



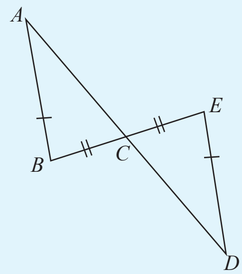
(iii)



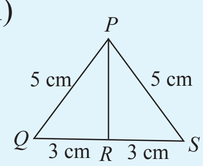
(iv)



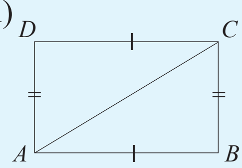
(v)



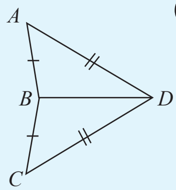
(vi)



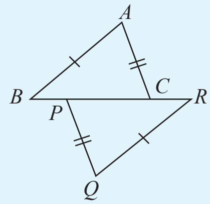
(vii)



(viii)



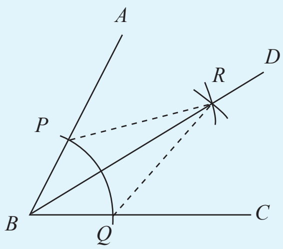
(ix)



2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් අදාළ ත්‍රිකෝණයේ දළ සටහනක් අඳින්න. පා.පා.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල (ඇත්නම්) තෝරා, ඒවායේ සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.

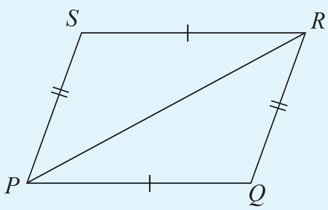
PQR ත්‍රිකෝණයේ $PQ = 4$ cm, $QR = 6$ cm, $RP = 5$ cm
XYZ ත්‍රිකෝණයේ $XY = 6$ cm, $YZ = 8$ cm, $ZX = 10$ cm
LMN ත්‍රිකෝණයේ $LM = 5$ cm, $NM = 4$ cm, $NL = 6$ cm
DEF ත්‍රිකෝණයේ $DE = 8$ cm, $EF = 10$ cm, $FD = 6$ cm
ABC ත්‍රිකෝණයේ $BC = 8$ cm, $CA = 7$ cm, $AB = 9$ cm
STU ත්‍රිකෝණයේ $ST = 9$ cm, $TU = 7$ cm, $SU = 5$ cm

3.



ශිෂ්‍යයකු රූපයේ දැක්වෙන ABC කෝණය සමච්ඡේද කිරීම සඳහා කේන්ද්‍රය වශයෙන් B ලක්ෂ්‍යය තෝරා ගෙන චාපයක් අඳියි. එමගින් AB හා BC බාහු ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P හා Q ලෙස නම් කෙරේ. P හා Q සිට සමාන දිගක් සහිත චාප දෙකක් R හි දී එකිනෙක ඡේදනය වන සේ අඳියි. $P\hat{B}R = Q\hat{B}R$ බව සාධනය කරන්න.

4.



$PQRS$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද දිගින් සමාන වේ.
(i) $PSR\Delta \equiv RQP\Delta$ බව
(ii) $P\hat{S}R = P\hat{Q}R$ බව
(iii) සම්මුඛ පාද සමාන්තර බව
සාධනය කරන්න.

5. සමපාද ත්‍රිකෝණයක එක් ශීර්ෂයක සිට ඊට සම්මුඛ පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ඇඳි රේඛාව, එම සම්මුඛ පාදයට ලම්බක බව සාධනය කරන්න.

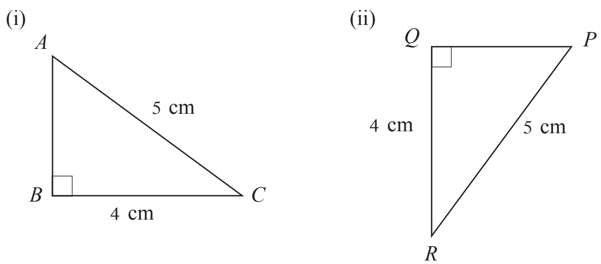
සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම බව හඳුනා ගත හැකි විශේෂ අවස්ථාවක් සලකා බලමු.

(*d*) හතරවන අවස්ථාව

සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ පාදයක් වෙනත් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණයට සහ පාදයට සමාන වන අවස්ථාව

ක්‍රියාකාරකම

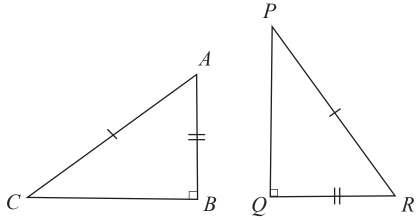
කර්ණයේ දිග 5 cm ද තවත් පාදයක දිග 4 cm ද වන පරිදි අඳිනු ලැබූ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගලයක් පහතින් පෙන්නුම් කෙරේ.



(i) රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණය ට්‍රේසිං කඩදාසියක පිටපත් කර ගෙන එය (ii) රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණය සමඟ සම්පාත වන්නේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න. එම ත්‍රිකෝණ අංගසම වන බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.
සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගලයක, සමාන වන අංග දෙකක් ඇසුරෙන් අංගසම බව පහත ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

එක් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ පාදයක් වෙනත් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණයට සහ පාදයකට සමාන වේ නම්, එම සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. මෙලෙස සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම වීම **කර්ණ පා.** අවස්ථාවෙන් අංගසම වීම ලෙස කෙටියෙන් සඳහන් කෙරේ.

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙක, දී ඇති තොරතුරු අනුව, අංගසම වන බව සාධනය කරමු.



ABC හා PQR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල

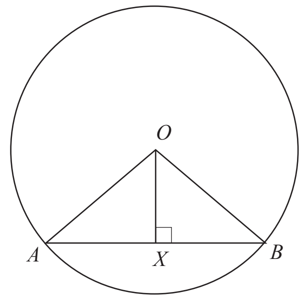
$AC = PR$ (දී ඇත)

$AB = QR$ (දී ඇත)

$\therefore ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ (කර්ණ පා.)

ඉහත ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම නිසා ඉතිරි අනුරූප අංග ද සමාන වේ. එනම්,
$BC = PQ,\ B\hat{A}C = P\hat{R}Q,\ A\hat{C}B = Q\hat{P}R$ වේ.

නිදසුන 1



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව $OXA\Delta \equiv OXB\Delta$ බව පෙන්වා ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග යුගල ලියා දක්වන්න.

සාධනය :

OXA හා OXB සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල

$OA = OB$ (වෘත්තයේ අර)

OX පොදු පාදය වේ.

$\therefore OXA\Delta \equiv OXB\Delta$ (කර්ණ පා. අවස්ථාව)

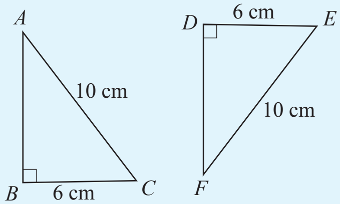
අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

$\therefore O\hat{A}X = O\hat{B}X,\ AX = BX,\ A\hat{O}X = B\hat{O}X$

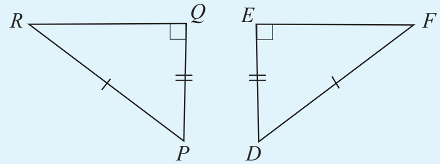
5.4 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති දත්ත අනුව අංගසම බව පෙන්වීම සඳහා කර්ණ පා. අවස්ථාව යොදා ගත හැක්කේ පහත දැක්වෙන කුමන ත්‍රිකෝණ යුගලවලට දැයි නිර්ණය කරන්න. එවැනි අවස්ථාවල දී අදාළ ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම බව සාධනය කර, සමාන වන ඉතිරි අංග ලියා දක්වන්න.

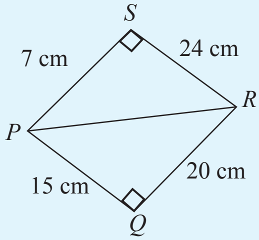
(i)



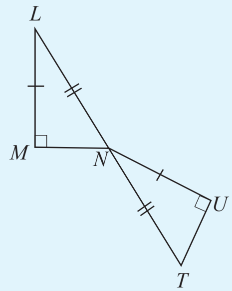
(ii)



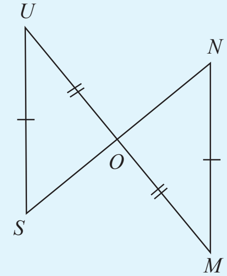
(iii)



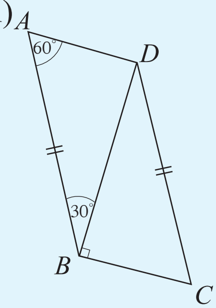
(iv)



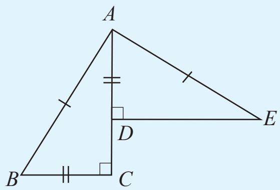
(v)



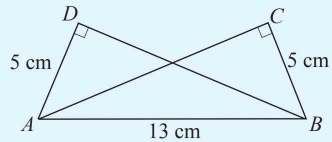
(vi)



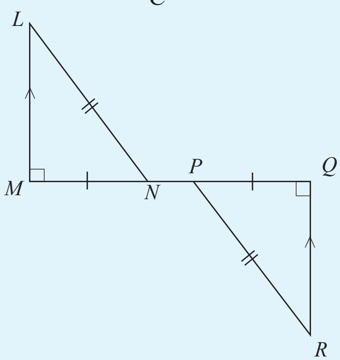
(vii)



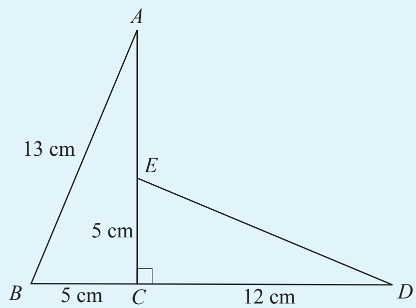
(viii)



(ix)



(x)



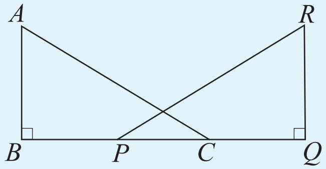
2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවට අදාළ ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අඳින්න. කර්ණ පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල ඇත්නම් ඒවා තෝරා ඒවායේ සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.

(i) ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල $A\hat{B}C = P\hat{Q}R = 90^\circ$, $AC = PR = 5$ cm, $BC = 3$ cm, $QP = 4$ cm

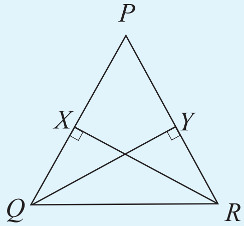
(ii) LMN හා XYZ ත්‍රිකෝණවල $L\hat{M}N = X\hat{Y}Z = 90^\circ$, $LM = XY$, $MN = YZ$

(iii) DEF හා PQR ත්‍රිකෝණවල $D\hat{E}F = P\hat{Q}R = 90^\circ$, $DF = PR$, $EF = PQ$

(iv) ABD හා ABC ත්‍රිකෝණවල $A\hat{D}B = A\hat{C}B = 90^\circ$, $AD = CB$

3. 

දී ඇති රූපයේ $AC = PR$ ද $AB = RQ$ ද වේ නම් $BP = CQ$ බව පෙන්වන්න.

4. 

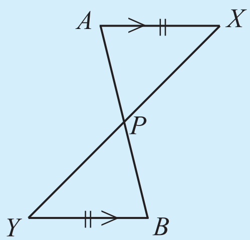
රූපයේ දැක්වෙන PQR ත්‍රිකෝණයේ Q හා R ලක්ෂ්‍යවල සිට පිළිවෙළින් RPට හා QPට ඇඳි QY හා RX ලම්බක දිගින් සමාන වේ.

(i) $XQR\ \Delta \equiv YRQ\ \Delta$ බව

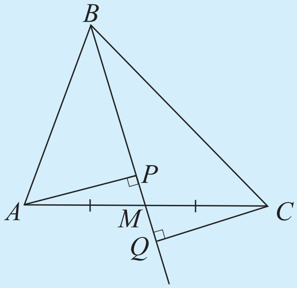
(ii) $X\hat{R}Q = Y\hat{Q}R$ බව

සාධනය කරන්න.

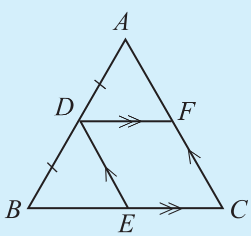
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. 

රූපයේ $AX//YB$ හා $AX = YB$ වේ. AB හා YX රේඛා P හි දී එකින් එක සමච්ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

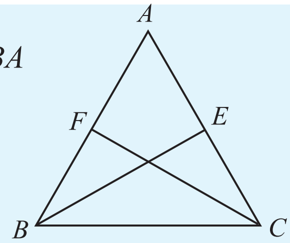
2. 

රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයෙහි AC පාදයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M වේ. BM රේඛාවට A සිට ඇඳි ලම්බය AP ද C සිට දික්කළ BMට ඇඳි ලම්බය CQ ද වේ. $AMP\ \Delta \equiv CMQ\ \Delta$ බව පෙන්වන්න.

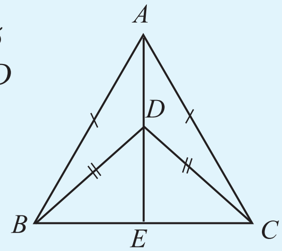
3. 

රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව $ADF\ \Delta \equiv DBE\ \Delta$ බව පෙන්වන්න.

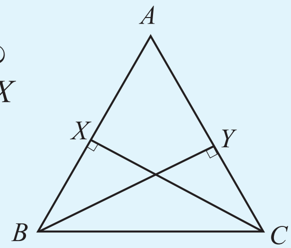
4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. AC හා BA පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙලින් E හා F වේ.
   (i) AB හා FC ලම්බක බව
   (ii) AC හා BE ලම්බක බව
   (iii) $CF = BE$ බව
   පෙන්වන්න.



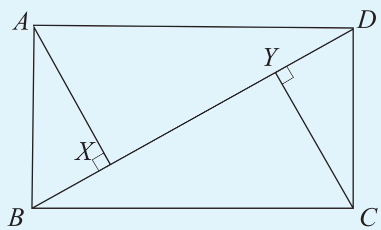
5. රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වන අතර D යනු $BD = CD$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යයකි. දික්කළ AD රේඛාවට BC පාදය E හිදී හමුවේ.
   (i) $ABD\,\Delta \equiv ACD\,\Delta$ බව
   (ii) $BAE\,\Delta \equiv CAE\,\Delta$ බව
   (iii) AE හා BC ලම්බක බව
   සාධනය කරන්න.



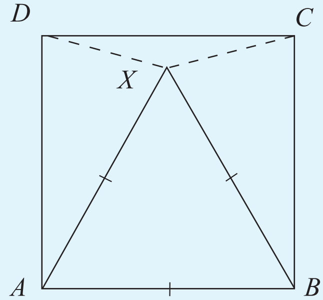
6. රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ B හා C ශීර්ෂවල සිට AC හා AB පාදවලට ඇඳි ලම්බක පිළිවෙලින් BY හා CX වේ. $BY = CX$ වේ නම්
   (i) $AB = AC$ බව
   (ii) $X\hat{B}C = Y\hat{C}B$ බව
   පෙන්වන්න.



7. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ BD විකර්ණය මතට A හා C සිට ඇඳි ලම්බවල අඩි පිළිවෙලින් X හා Y වේ.
   (i) $AXD\,\Delta \equiv BYC\,\Delta$ බව
   (ii) $AX = CY$ බව
   (iii) $BX = DY$ බව
   (iv) $YDC\,\Delta \equiv XBA\,\Delta$ බව
   සාධනය කරන්න.



8. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමචතුරස්‍රයේ අභ්‍යන්තරව X ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ XAB සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන පරිදි ය.
   (i) $AXD\,\Delta \equiv CBX\,\Delta$ බව
   (ii) DXC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව
   සාධනය කරන්න.



9. $ABCD$ සමචතුරස්‍රයේ BC හා DC පාද මත සමචතුරස්‍රයට පිටතින් BCF හා DCE සමපාද ත්‍රිකෝණ ඇඳ ඇත.
(i) ඉහත තොරතුරු දැක්වෙන දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.
(ii) $EDA\,\Delta \equiv FBA\,\Delta$ බව
(iii) EAF ත්‍රිකෝණය සමපාද ත්‍රිකෝණයක් බව
පෙන්වන්න.

10. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකය AE වේ. මෙහි D යනු AE මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි.
(i) $ABE\,\Delta \equiv ACE\,\Delta$ බව
(ii) $BDE\,\Delta \equiv CDE\,\Delta$ බව
(iii) $ABD\,\Delta \equiv ACD\,\Delta$ බව
සාධනය කරන්න.

11. $ABCDE$ යනු සවිධි පංචාස්‍රයකි.
(i) $ABC\,\Delta \equiv AED\,\Delta$ බව
(ii) A සිට CDට ඇඳි ලම්බකයේ අඩිය X වේ නම් $CX = XD$ බව
පෙන්වන්න.

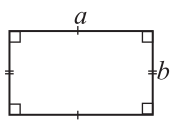
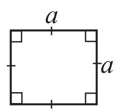
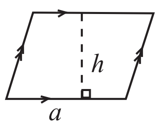
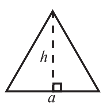
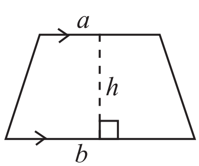
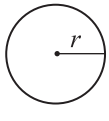
6 වර්ගඵලය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵල සෙවීමට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ඇතුළත් තල රූපවල වර්ගඵලය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

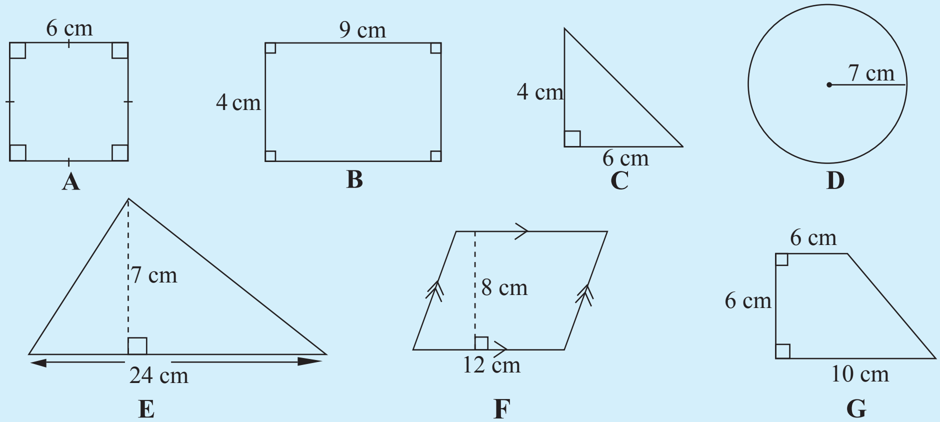
තල රූපවල වර්ගඵලය

වර්ගඵලය යටතේ ඔබ මීට පෙර උගත් විෂය කරුණු නැවත සිහිපත් කර ගනිමු.

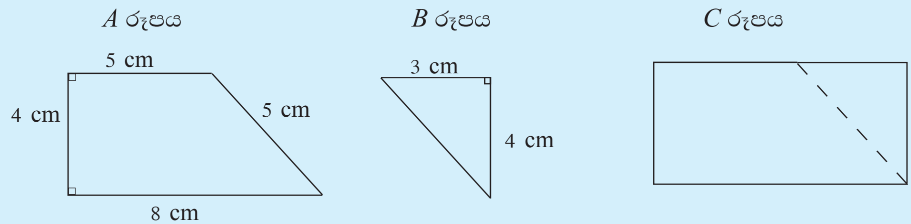
නම	තල රූපය	වර්ගඵලය ගණනය කරන ආකාරය	වර්ගඵලය (A) සඳහා සූත්‍රය
සෘජුකෝණාස්‍රය		දිග × පළල	$A = a \times b$
සමචතුරස්‍රය		(පාදයක දිග)^2	$A = a^2$
සමාන්තරාස්‍රය		ආධාරකය × ලම්බ උස	$A = a \times h$
ත්‍රිකෝණය		$\frac{1}{2}$ × ආධාරකය × ලම්බ උස	$A = \frac{1}{2} \times a \times h$
ත්‍රපීසියම		$\frac{1}{2}$ × සමාන්තර පාද දෙකේ දිගෙහි එකතුව × ලම්බ උස	$A = \frac{1}{2}(a+b) \times h$
වෘත්තය		π × (අරය)^2	$A = \pi r^2$

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති එක් එක් තල රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



2. පහත දී ඇති *A* හා *B* රූපවලින් දැක්වෙන ත්‍රපීසියම හා ත්‍රිකෝණය එක් වීමෙන් *C* රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණාස්‍රය සෑදී ඇත.

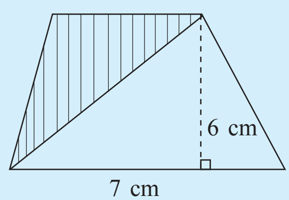


(i) *A* රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) *B* රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(iii) *C* රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය *A* හා *B* රූපවල වර්ගඵල ඇසුරෙන් සොයන්න.

3. රූපයේ දක්වා ඇත්තේ ත්‍රිකෝණ දෙකක් එක් වීමෙන් සෑදුණ වර්ගඵලය 33 cm^2 වූ ත්‍රපීසියමකි. එහි අඳුරු කර ඇති ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

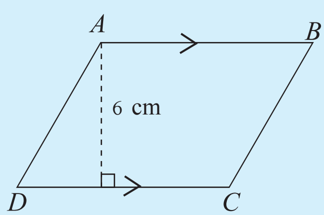


4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ වර්ගඵලය 120 cm^2 වූ සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි පරිමිතිය 64 cm වේ. දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් එහි,

(i) *CD* පාදයේ දිග

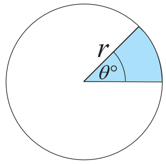
(ii) *BC* පාදයේ දිග

සොයන්න.

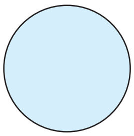
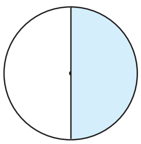
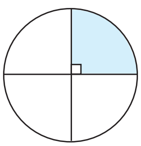
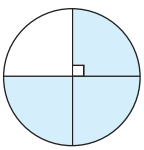
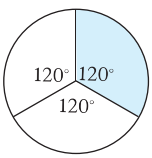
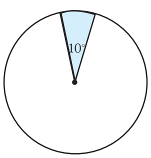
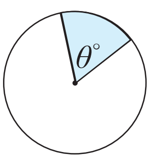


6.1 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය

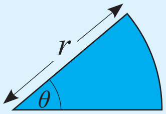
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සොයන ආකාරය පරිමිතිය පාඩම යටතේ විමසා බැලුවෙමු. දැන්, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන ආකාරය විමසා බලමු.



පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රික කෝණය විශේෂ අගයන් ගන්නා අවස්ථා ගණනාවක දී එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයා ඇති ආකාරය යි.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	අඳුරු කළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය වෘත්තයෙන් භාගයක් ලෙස	කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය
	1	πr^2
	$\frac{1}{2}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{4}$
	$\frac{3}{4}$	$\pi r^2 \times \frac{3}{4}$
	$\frac{1}{3}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{3}$
	$\frac{10}{360}$	$\pi r^2 \times \frac{10}{360}$
	$\frac{\theta}{360}$	$\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$

වගුවේ දී ඇති රටාව අනුගමනය කළ විට,
අරය r වන හා කේන්ද්‍ර කෝණය θ° වන,



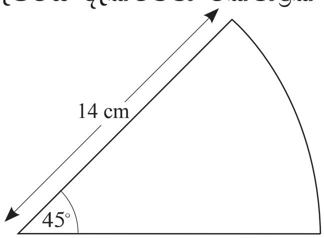
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $\pi r^2 \times \dfrac{\theta}{360}$ වේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන අයුරු නිදසුන් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

මෙම පරිච්ඡේදයේ අඩංගු නිදසුන් හා අභ්‍යාසවලදී π හි අගය $\dfrac{22}{7}$ ලෙස සලකනු ලැබේ.

නිදසුන 1

පහත රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



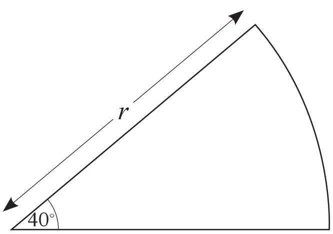
$$\text{වර්ගඵලය} = \pi r^2 \times \frac{45}{360}$$
$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{45}{360}$$
$$= 77$$

එනම්, වර්ගඵලය 77 cm^2 වේ.

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $17\frac{1}{9}\,\text{cm}^2$ නම්, එහි අරය සොයන්න.

අරය සෙන්ටිමීටර r ලෙස ගනිමු.

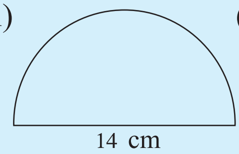


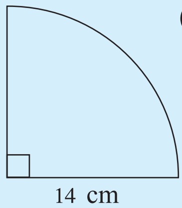
$$\text{වර්ගඵලය} = \pi r^2 \times \frac{40}{360}$$
$$17\frac{1}{9} = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{9}$$
$$\frac{154}{9} = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{9}$$
$$r^2 = \frac{154 \times 7}{22}$$
$$\therefore \quad r = 7$$

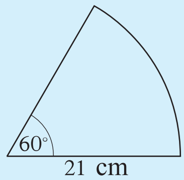
එනම්, අරය 7 cm වේ.

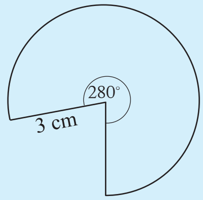
6.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

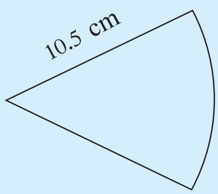
(i)


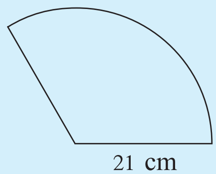
(ii)


(iii)


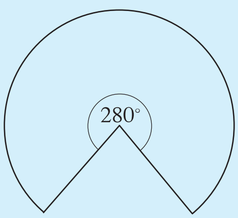
(iv)


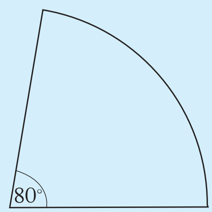
2. පහත දී ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵල පිළිවෙළින් 77 cm^2 හා 462 cm^2 වේ. එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය සොයන්න.

(i)


(ii)


3. පහත දී ඇති එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵල පිළිවෙළින් 792 cm^2 හා $6\frac{2}{7}$ cm^2 වේ. එම එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය සොයන්න.

(i)


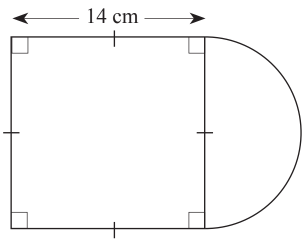
(ii)


6.2 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආශ්‍රිත තල රූප

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සමග සෘජුකෝණාස්‍ර, ත්‍රිකෝණ වැනි සරල තල රූප සම්බන්ධ වීමෙන් සෑදෙන තල රූපවල වර්ගඵල පිළිබඳ සලකා බලමු.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන්නේ සමචතුරස්‍රයක් හා අර්ධ වෘත්තයක් සම්බන්ධ ව සෑදී ඇති තල රූපයකි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.



සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 14 \times 14$

$= 196 \text{ cm}^2$

අර්ධ වෘත්තයේ විෂ්කම්භය සමචතුරස්‍රයේ පැත්තක දිගට සමාන නිසා, වෘත්තයේ අරය $= 14 \div 2 = 7 \text{ cm}$

අර්ධ වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times \pi r^2$

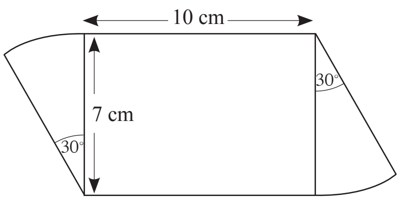
$= \frac{1}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}_1} \times \cancel{7}^1 \times 7 = 77 \text{cm}^2$

$\therefore$ සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය $= 196 \text{ cm}^2 + 77 \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{273 \text{ cm}^2}}$

නිදසුන 2

පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ සෘජුකෝණාස්‍රයක් සහ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් එක් වීමෙන් සෑදුණ තල රූපයකි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.



සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 10 \times 7$

$= 70 \text{ cm}^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{30}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{30}{360}$

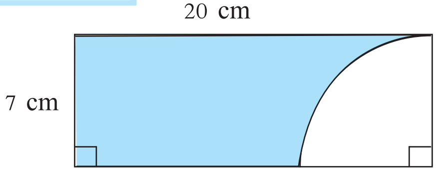
$= \frac{77}{6} \text{ cm}^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකේම වර්ගඵලය $= \frac{77}{6} \text{ cm}^2 \times 2 = \frac{77}{3} = 25\frac{2}{3} \text{ cm}^2$

සංයුක්ත තල රූපයේ වර්ගඵලය $= 70 \text{cm}^2 + 25\frac{2}{3} \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{95\frac{2}{3} \text{cm}^2}}$

නිදසුන 3



සෘජුකෝණාස්‍රාකාර තහඩුවකින්, වෘත්ත කාලක කොටසක් ඉවත් කළ විට ඉතිරි වන කොටස රූපයේ අඳුරු කොට ඇත. එම අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් සොයන්න.

සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 20 \times 7$

$= 140 \text{ cm}^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{90}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{90}{360}$

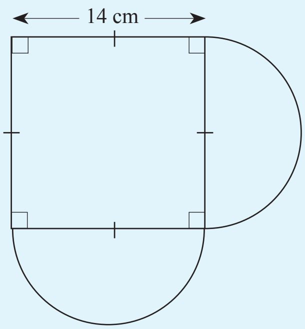
$= 38.5 \text{ cm}^2$

එමනිසා අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය $= 140 - 38.5 \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{101.5 \text{ cm}^2}}$

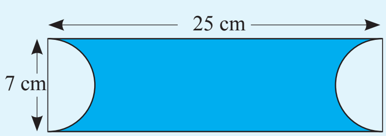
6.2 අභ්‍යාසය

1. පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමචතුරස්‍රයකට, අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකක් සම්බන්ධ කර සාදා ගත් සංයුක්ත තල රූපයකි. පහත දැක්වෙන දෑ සොයන්න.



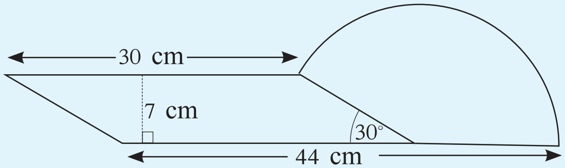
(i) සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය
(ii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසක අරය
(iii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකෙහි සම්පූර්ණ වර්ගඵලය
(iv) සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය

2. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කඩදාසියකින් අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකක් ඉවත් කිරීමෙන් අඳුරු කළ කොටස ලැබී ඇත.



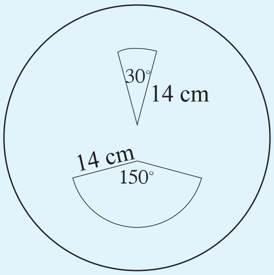
(i) සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකෙහි සම්පූර්ණ වර්ගඵලය සොයන්න.
(iii) අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමාන්තරාස්‍රයක් හා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් එක් වීමෙන් සැදුණ තල රූපයකි.

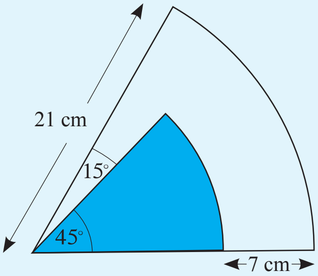


(i) සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(iii) සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය 28 cm වූ වෘත්තාකාර තහඩුවකි. රූපයේ පෙන්වා ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙක කපා ඉවත් කිරීමට නියමිත ය. එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙක කපා ඉවත් කළ පසු ඉතිරි වන කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

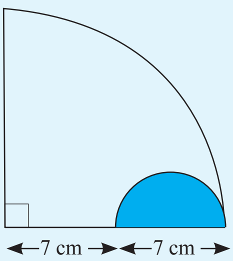


5. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් සහිත රූපයක් පහත දැක්වේ.



කුඩා හා විශාල කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 2හි වර්ගඵල අතර අනුපාතය 1 : 3 වන බව පෙන්වන්න.

6. රූපයේ දී ඇති මිනුම් අනුව, අඳුරු නොකළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය, අඳුරු කළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය මෙන් 7 ගුණයක් වන බව පෙන්වන්න.



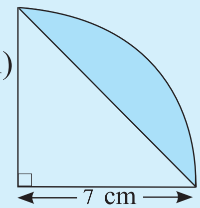
සාරාංශය

අරය r හා කේන්ද්‍රයේ කෝණය θ වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය $\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$ වේ.

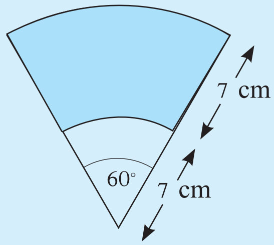
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවලින් සැදි එක් එක් රූපයේ අඳුරු කර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

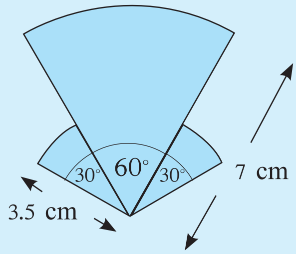
(i)



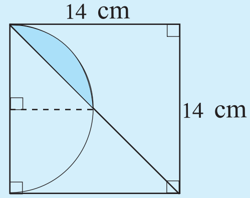
(ii)



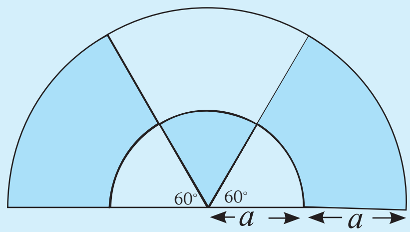
(iii)



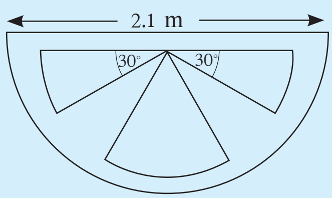
2. අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



3. අඳුරු නොකළ හා කළ කොටස්වල වර්ගඵල අතර අනුපාතය 5 : 7 වන බව පෙන්වන්න.



4. සමරු ඵලකයක් ඉදිරිපස බිමෙහි යොදා ඇති නිර්මාණයක දළ සටහනක් රූපයේ දැක්වේ. එහි අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස තුළ ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආකාර කොටස් 3හි තණකොළ වවා ඇති අතර ඉතිරි කොටසේ සුදු වැලි අතුරා ඇත. සෑම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකම අරය 84 cm බැගින් වේ.



(i) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ අරය සෙන්ටිමීටර කීය ද?

(ii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය වර්ග සෙන්ටිමීටරවලින් සොයන්න.

(iii) කේන්ද්‍ර කෝණය 30° වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන්න.

(iv) විශාල කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය කුඩා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකෙහි වර්ගඵලවල එකතුවට වඩා වර්ග සෙන්ටිමීටර 1848කින් වැඩි වේ නම්, එහි කේන්ද්‍ර කෝණයේ අගය සොයන්න.

(v) සුදු වැලි අතුරා ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

7 වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක සාධක සෙවීමට
- වර්ග දෙකක අන්තරයක් දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීමට හැකියාව

ලැබෙනු ඇත.

වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක

$2x + 6$ යනු ද්විපද වීජීය ප්‍රකාශනයක් බව අපි දනිමු. එය $2(x + 3)$ ලෙස දැක්විය හැකි නිසා, 2 හා $x + 3$ එහි සාධක බව ද දනිමු.

එසේම, $4x^2 + 6x = 2x(2x + 3)$ නිසා $2, x$ හා $(2x + 3)$ යනු $4x^2 + 6x$ හි සාධක වේ.
$a^2 - 2a + ab - 2b$ හි සාධක සොයමු.

$$\begin{aligned} a^2 - 2a + ab - 2b &= a(a-2) + b(a-2) \\ &= (a-2)(a+b) \end{aligned}$$

එනම්, $a^2 - 2a + ab - 2b$ හි සාධක $a - 2$ හා $a + b$ වේ.

මීට කලින් උගත්, ඉහතින් දැක්වූ සාධක වෙන් කිරීමේ අවස්ථා තවදුරටත් මතක් කර ගැනීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

A. **a.** $3x+12$ **b.** p^2-p **c.** x^2+3xy

d. $2a-4a^2$ **e.** p^2q-pq **f.** $2pq-4p^2q$

g. $3m^2n+n^2$ **h.** $2a^2-4ab$ **i.** $2a^2-8ab-2b^2$

j. $5x^2-10x^2y^2-15x^2y$ **k.** $3x^2y-6x^2y^2+6xy^2$ **l.** $a^2bc+ab^2c-abc^2$

B. **a.** $x(a+b)+y(a+b)$ **b.** $2a(3x+y)-b(3x+y)$

c. $p(2a-3b)+q(2a-3b)$ **d.** $2(x-3)-xy+3y$

e. $3b+3+a(b+1)$ **f.** $x^2-xy+4x-4y$

g. $a^2-2ab-5a+10b$ **h.** $m-3mn-n+3n^2$

2. පහත දැක්වෙන (i) හා (ii) හි හිස්තැන් සම්පූර්ණ කර, ඊට පහතින් දී ඇති එක් එක් ප්‍රකාශනයේ සාධක වෙන් කරන්න.

(i) $a\,(2x - y) + b\,(y - 2x)$
$= a\,(2x - y) - b\,(........)$
$= (........)\,(........)$

(ii) $p\,(a - b) - q\,(b - a)$
$= p\,(a - b)\,....\,q\,(a - b)$
$= (a - b)\,(........)$

a. $x\,(2p - q) - y\,(q - 2p)$
b. $3x\,(2a - b) + 2y\,(b - 2a)$
c. $m\,(l - 2n) - p\,(2n - l)$
d. $k\,(2x + y) - l\,(y + 2x)$
e. $a\,(x + 3y) - b\,(-x - 3y)$
f. $b\,(m - 2n) + d\,(2n - m)$

ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන හැඳින්වීම

දැන් අපි $x^2 + 2x - 3$ ආකාරයේ වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීම පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කරමු. මෙම ප්‍රකාශනය, $ax^2 + bx + c$ ආකාරයට පවතී. a, b හා c සියල්ල නිශ්ශුන්‍ය වන $ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ප්‍රකාශනයකට x හි ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් යැයි කියනු ලැබේ. මෙහි a ට x^2 හි සංගුණකය යැයි ද b ට x හි සංගුණකය යැයි ද cට නියත පදය යැයි ද කියනු ලැබේ. ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක පද මෙම අනුපිළිවෙළට ලියූ විට එහි සාධක සෙවීම පහසු වේ.

$x^2 + 2x - 3$ හි x^2 හි සංගුණකය 1 ද x හි සංගුණයක 2 ද නියත පදය -3 ද වේ. $4 + 2x - x^2$ ප්‍රකාශනය ද ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයකි. එය $-x^2 + 2x + 4$ ලෙස සාධක සෙවීමට පහසු පිළිවෙළට ලිවිය හැකි ය.

$x^2 + 2xy - y^2$ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනය සැලකූ විට එය x හි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස හෝ y හි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය. y හි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස සලකන විට එය $-y^2 + 2xy + x^2$ ලෙස ලියා ගැනීම පහසු ය.

නිදසුන් ලෙස, $3x^2 - 2x - 5$, $a^2 + 2a + 8$, $y^2 + 2y - 5$ හා $5 - 2x - 3x^2$ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන වුවත් $a + 2x + 3$ හෝ $2x^3 + 3x^2 - 5x$ යන ප්‍රකාශන ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන නොවේ.

7.1 ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක

ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක් වන $x + 2$ හා $x + 3$ හි ගුණිතය ලබා ගත් ආකාරය මතකයට නගා ගනිමු.

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3) &= x(x+3)+2(x+3)\\ &= x^2+\underbrace{3x+2x}+6\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

$x + 2$ හා $x + 3$ හි ගුණිතය ලෙස $x^2 + 5x + 6$ ලැබී ඇති නිසා $x + 2$ හා $x + 3$ යන්න $x^2 + 5x + 6$ හි සාධක වේ. $x^2 + 5x + 6$ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයකි. එහි සාධක ලෙස $x + 2$ හා $x + 3$ වෙන් කර ගත හැක්කේ කෙසේ ද? ඉහත ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකේ ගුණිතය ලබා ගැනීමට යොදා ගත් පියවර අග සිට මුලට විශ්ලේෂණය කර බලමු.

- $x^2 + 5x + 6$ ආකාරයට ඇති ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ, මැද පදය වන $5x$, පද දෙකක එකතුවක් ලෙස, එනම් $3x + 2x$ ලෙස දක්වා ඇත.
- $3x$ හා $2x$ පදවල ගුණිතය $= 3x \times 2x = 6x^2$.
- $x^2 + 5x + 6$ වන ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ මුල හා අග පදවල ගුණිතය ද $x^2 \times 6 = 6x^2$.

ඉහත විශ්ලේෂණයෙන් ලද නිරීක්ෂණ, ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීමට යොදා ගත හැකි ය. එනම්, මැද පදය, පද දෙකක එකතුවක් ලෙස ලිවිය යුතු ය. එම පද දෙකෙහි ගුණිතය, ත්‍රිපද ප්‍රකාශනයේ මුල් හා අවසාන පද දෙකෙහි ගුණිතයට සමාන විය යුතු ය.

නිදසුනක් ලෙස $x^2 + 7x + 10$ හි සාධක වෙන් කරමු. මෙහි මැද පදය $7x$ වේ. එය පද දෙකක එකතුවක් ලෙස ලිවිය යුතු ය. එසේ ම, එම පද දෙකෙහි ගුණිතය $10x^2$ ද විය යුතු ය. එනම්,

$$\text{මුල හා අග පදවල ගුණිතය} = x^2 \times 10 = 10x^2$$
$$\text{මැද පදය} = 7x$$

ගුණිතය $10x^2$ ද එකතුව $7x$ ද වන පද යුගලය සොයමු. ඒ සඳහා පහත වගුව නිරීක්ෂණය කරමු. වගුවෙහි පළමු තීරයේ ඇති පද යුගල තෝරාගෙන ඇත්තේ ගුණිතය $10x^2$ වන පරිදි ය.

පද යුගලය	ගුණිතය	එකතුව
$x, 10x$	$x \times 10x = 10x^2$	$x + 10x = 11x$
$2x, 5x$	$2x \times 5x = 10x^2$	$2x + 5x = 7x$
$(-x), (-10x)$	$(-x) \times (-10x) = 10x^2$	$(-x) + (-10x) = -11x$
$(-2x), (-5x)$	$(-2x) \times (-5x) = 10x^2$	$(-2x) + (-5x) = -7x$

වගුව අනුව, මැද පදය වන $7x$ ලිවිය යුත්තේ $2x + 5x$ ලෙස බව පැහැදිලි ය. ඒ අනුව, දී ඇති වර්ගජ ප්‍රකාශනයෙහි සාධක සොයමු.

$$\begin{aligned} x^2 + 7x + 10 &= x^2 + 2x + 5x + 10 \\ &= x(x+2) + 5(x+2) \\ &= \underline{\underline{(x+2)(x+5)}} \end{aligned}$$

$\therefore\ x^2 + 7x + 10$ හි සාධක, $x + 2$ හා $x + 5$ වේ.

ඉහත $x^2 + 7x + 10$ හි මැද පදය, $2x + 5x$ වෙනුවට $5x + 2x$ ලෙස ලියා සාධක සෙවූ විට අවසාන සාධක වෙනස් වේ දැයි බලමු.

$$\begin{aligned} x^2 + 7x + 10 &= x^2 + 5x + 2x + 10 \\ &= x(x + 5) + 2(x + 5) \\ &= \underline{\underline{(x + 5)(x + 2)}} \end{aligned}$$

මේ අනුව, එම සාධක යුගලයම ලැබී ඇත. එබැවින් තෝරා ගත් පද ලියන අනුපිළිවෙළ අවසාන සාධක කෙරෙහි බල නොපායි. ඒ අනුව, $7x = 2x + 5x$ හෝ $7x = 5x + 2x$ යන ආකාර දෙකෙන් කැමති ආකාරයකට ලියා මෙහි දී සාධක සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 1

$a^2 - 8a + 12$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $= a^2 \times 12 = 12a^2$

මැද පදය $= -8a$

ගුණිතය $12a^2$ ද, පදවල එකතුව $-8a$ ද වන පද දෙක සොයමු. පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ ගුණිතය $12a^2$ වන පද යුගල කිහිපයකි. ඒවායේ එකතුව $-8a$ වන යුගලය අඳුරු කොට ඇත.

පද යුගලය	ගුණිතය	එකතුව
$a, 12a$	$a \times 12a = 12a^2$	$a + 12a = 13a$
$2a, 6a$	$2a \times 6a = 12a^2$	$2a + 6a = 8a$
$3a, 4a$	$3a \times 4a = 12a^2$	$3a + 4a = 7a$
$(-a), (-12a)$	$(-a) \times (-12a) = 12a^2$	$(-a) + (-12a) = -13a$
$(-2a), (-6a)$	$(-2a) \times (-6a) = 12a^2$	$(-2a) + (-6a) = -8a$
$(-3a), (-4a)$	$(-3a) \times (-4a) = 12a^2$	$(-3a) + (-4a) = -7a$

එනම් $-8a = -2a - 6a$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

$$a^2 - 8a + 12 = a^2 - 2a - 6a + 12$$
$$= a(a-2) - 6(a-2)$$
$$= \underline{\underline{(a-2)(a-6)}}$$

සටහන : මෙහි වගුවක් යොදා ඇත්තේ නිදර්ශනය කිරීම සඳහා පමණි. මැද පදය එකතුවක් ලෙස මනෝමයෙන් ද ගෙන ලිවිය හැකි ය.

නිදසුන 2

$x^2 - 7x - 8$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $= x^2 \times (-8) = -8x^2$

මැද පදය $= -7x$

ගුණිතය $-8x^2$ ද එකතුව $-7x$ ද වන පද යුගලය වන්නේ $+x$ හා $-8x$ ය.

ඒ අනුව,

$$x^2 - 7x - 8 = x^2 + x - 8x - 8$$
$$= x(x+1) - 8(x+1)$$
$$= \underline{\underline{(x+1)(x-8)}}$$

වර්ගජ පදය සෘණ වන $-x^2 - x + 6$ වැනි ප්‍රකාශනයක සාධක වෙන් කරන ආකාරය බලමු. මෙම ප්‍රකාශනයේ වර්ගජ පදය අගට සිටින සේ $6 - x - x^2$ ආකාරයට ලිවීමෙන් ද සාධක සෙවිය හැකි ය. මෙම ආකාර දෙකෙන් ම සාධක සෙවිය හැකි බව පහත නිදසුනෙන් හඳුනා ගනිමු.

නිදසුන 3

$-x^2 - x + 6$ හි සාධක සොයන්න.

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $= -6x^2$

මැදපදය $= -x$

එමනිසා $-x = 2x - 3x$ ලෙස ලිවිය යුතු ය.

$$\begin{aligned} & -x^2 - x + 6 \\ &= -x^2 + 2x - 3x + 6 \\ &= x(-x+2) + 3(-x+2) \\ &= (-x+2)(x+3) \\ &= \underline{\underline{(2-x)(x+3)}} \end{aligned}$$

හෝ

$$\begin{aligned} & 6 - x - x^2 \\ &= 6 + 2x - 3x - x^2 \\ &= 2(3+x) - x(3+x) \\ &= (3+x)(2-x) \\ &= \underline{\underline{(2-x)(x+3)}} \end{aligned}$$

නිදසුන 4

$a^2 - 4ab - 5b^2$ හි සාධක වෙන් කරන්න. මෙය a හි ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් වශයෙන් සැලකිය හැකි ය.

එවිට, $a^2 - 4ab - 5b^2$ හි,

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $= a^2 \times (-5b^2) = -5a^2b^2$

මැද පදය $= -4ab$

ගුණිතය $-5a^2b^2$ ද එකතුව $-4ab$ ද වූ පද දෙක ab හා $-5ab$ වේ.

$$\begin{aligned} a^2 - 4ab - 5b^2 &= a^2 + ab - 5ab - 5b^2 \\ &= a(a+b) - 5b(a+b) \\ &= \underline{\underline{(a+b)(a-5b)}} \end{aligned}$$

සටහන : මෙය b හි ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් වශයෙන් සලකා ද සාධක වෙන් කළ හැකි ය. එවිට ද ඉහත පිළිතුරම ලැබේ.

ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන සාධකවල නිරවද්‍යතාව

ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක සාධක වෙන් කර, එම සාධක නිවැරදි දැයි පරීක්ෂා කිරීම තුළින් සුළු කිරීමේ දී වන වැරදි අවම කර ගත හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස $x^2 + 3x - 40$ හි සාධක වෙන් කරමු.

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 40 &= x^2 + 8x - 5x - 40 \\ &= x(x+8) - 5(x+8) \\ &= \underline{\underline{(x+8)(x-5)}} \end{aligned}$$

මෙම $x + 8$ හා $x - 5$ සාධක යුගලය නිවැරදි නම්, ඒවායේ ගුණිතයෙන් මුල් ප්‍රකාශනය ලැබිය යුතුයි. $(x + 8)(x - 5)$ ගුණිතය සොයමු.

$$(x + 8)(x - 5) = x^2 - 5x + 8x - 40$$
$$= \underline{\underline{x^2 + 3x - 40}}$$

$x^2 + 3x - 40$ ලැබී ඇති නිසා එහි $x + 8$ හා $x - 5$ සාධක නිවැරදි වේ.

7.1 අභ්‍යාසය

1. පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

වීජීය පද යුගලය	ගුණිතය	එකතුව
$4x, x$	$4x^2$	$5x$
$2x, 7x$	....	....
$-5x, x$	....	....
$-3a, -7a$	....	....
$-p, -5p$	....	....
$2mn, -8mn$	....	....
....	$-4x^2$	$3x$
....	$-7x^2$	$6x$
....	$-10a^2$	$-3a$
....	$8p^2$	$6p$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ සාධක වෙන් කරන්න.

A.
a. $x^2 + 6x + 8$ **b.** $a^2 - 8a + 15$ **c.** $p^2 + 8p + 12$
d. $x^2 - 10x + 21$ **e.** $m^2 + 11m + 24$ **f.** $y^2 - 11y + 18$
g. $n^2 + 15n + 14$ **h.** $x^2 - 17x + 30$ **i.** $a^2 + 14a + 49$
j. $p^2 - 12p + 35$ **k.** $p^2 + 8p - 20$ **l.** $x^2 - 3x - 10$
m. $p^2 + p - 20$ **n.** $n^2 - 4n - 21$ **o.** $a^2 + 3a - 28$
p. $y^2 - 4y - 12$ **q.** $m^2 - 40 + 6m$ **r.** $5p + p^2 - 24$
s. $45 + x^2 - 14x$ **t.** $n^2 - 28 - 12n$

B. **a.** $10-3x-x^2$ **b.** $12-p-p^2$ **c.** $12-4x-x^2$

d. $50+5x-x^2$ **e.** $18+7a-a^2$ **f.** $56-y-y^2$

C. **a.** $a^2+7ab+10b^2$ **b.** $x^2+3xy+2y^2$

c. $p^2-7pq+12q^2$ **d.** $y^2+10ay+24a^2$

e. $a^2-10ab+21b^2$ **f.** $x^2-2xy-8y^2$

g. $p^2+pq-12q^2$ **h.** $y^2-3py-10p^2$

i. $a^2-ab-20b^2$ **j.** $x^2+6xy-40y^2$

3. x මගින් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවකට තවත් සංඛ්‍යාවක් එකතු කිරීමෙන් හා x මගින් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවෙන් වෙනත් සංඛ්‍යාවක් අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන ප්‍රකාශනවල ගුණිතය x^2+x-56 විය.
   (i) දී ඇති ප්‍රකාශනයේ සාධක සොයන්න.
   (ii) x මගින් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවට එකතු කර ඇත්තේ කීයක් ද?
   (iii) x මගින් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවෙන් අඩු කර ඇත්තේ කීයක් ද?

7.2 ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක තවදුරටත්

අප මේ දක්වා සාකච්ඡා කළේ x^2 පදයෙහි සංගුණකය 1 හෝ -1 වන වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සොයන ආකාරය යි. x^2 හි සංගුණකය වෙනත් නිඛිල අගයක් ගන්නා අවස්ථාවල දී සාධක සොයන අයුරු දැන් සලකා බලමු. $3x^2+14x+15$ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනය සලකා බලමු. එය ax^2+bx+c ආකාරයට පවතී. එහි a හි අගය 3 වේ. මෙහි දී ද ඉහත ක්‍රමය ම යොදා ගත හැකි ය.

නිදසුන 1 $3x^2+14x+15$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $=45x^2$

මැද පදය $=14x=5x+9x$ ලෙස ලිවිය යුතු ය. ($5x\times 9x=45x^2$ නිසා)

$$\therefore\ 3x^2+14x+15 = 3x^2+5x+9x+15$$
$$= x(3x+5)+3(3x+5)$$
$$= \underline{\underline{(3x+5)(x+3)}}$$

නිදසුන 2

$6x^2 + x - 15$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

$$6x^2 + x - 15$$
$$= 6x^2 + 10x - 9x - 15$$
$$= 2x(3x+5) - 3(3x+5)$$
$$= \underline{\underline{(3x+5)(2x-3)}}$$

නිදසුන 3

$2a^2 + 13ab - 7b^2$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

$$2a^2 + 13ab - 7b^2$$
$$= 2a^2 - ab + 14ab - 7b^2$$
$$= a(2a-b) + 7b(2a-b)$$
$$= \underline{\underline{(2a-b)(a+7b)}}$$

ඉහත නිදසුන්වල දී $ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ වර්ගජ ප්‍රකාශනවල a, b හා c නිඛිල විය. ඒවා භාග සංඛ්‍යා වන විට දී ද පහත නිදසුනේ දැක්වෙන ආකාරයෙන් එහි සාධක සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 4

$x^2 + \frac{5}{2}x + 1$ වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ සාධක සොයන්න.

මෙහි දී මුලින් ම, දී ඇති වීජීය ප්‍රකාශනය පොදු හරයක් යටතට ගනිමු.

$$x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = \frac{2x^2 + 5x + 2}{2}$$
$$= \frac{1}{2}(2x^2 + 5x + 2)$$

දැන් වරහන තුළ ඇති වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ සාධක සොයමු.

$$2x^2 + 5x + 2 = 2x^2 + x + 4x + 2$$
$$= x(2x+1) + 2(2x+1)$$
$$= (2x+1)(x+2)$$

එමනිසා, $x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = \frac{1}{2}(2x+1)(x+2)$

7.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියන්න.

A.

a. $2x^2 + 3x + 1$	**b.** $5a^2 - 7a + 2$	**c.** $2x^2 - x - 1$
d. $4p^2 + 4p - 3$	**e.** $6x^2 + 3x - 3$	**f.** $2x^2 - 11xy + 15y^2$
g. $2y^2 - 5ya + 3a^2$	**h.** $2a^2 + 7ab + 6b^2$	**i.** $5p^2 - 9pq - 2q^2$
j. $2m^2 + 3mn - 2n^2$	**k.** $x^2y^2 + 10xy + 16$	**l.** $2x^3 - x^2y - 3xy^2$

2. සාධක දැනුම භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාත්මක ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

a. $8^2 + 7 \times 8 + 10$ **b.** $93^2 + 3 \times 93 - 28$

c. $27^2 - 4 \times 27 - 21$ **d.** $54^2 + 2 \times 54 - 24$

7.3 වර්ග දෙකක අන්තරයක් සේ දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල සාධක

$(x - y)$ හා $(x + y)$ යන ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකෙහි ගුණිතය සලකන්න.

$$(x - y)(x + y) = x^2 + xy - xy - y^2$$
$$= x^2 - y^2$$

මේ අනුව, $(x + y)(x - y)$ යන්න $x^2 - y^2$ ලෙස, වර්ග දෙකක අන්තරයක් ලෙස ලැබී ඇත. එනම් $x^2 - y^2$ ආකාරයේ ප්‍රකාශනයක සාධක $x - y$ හා $x + y$ බව ඉහත නිදසුනට අනුව පැහැදිලි ය. තව ද, $x^2 - y^2$ යන්න x හි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස සලකා ද එහි සාධක සෙවිය හැකි ය. එහි මැද පදය 0 ලෙස යොදා ගෙන x හි ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ආකාරයට, එනම් $x^2 + 0 - y^2$ ලෙස ලිවිය හැකි ය. එහි සාධක වෙන් කරමු.

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $= -x^2y^2$

මැද පදය $= 0$ විය යුතු ය.

ඒ අනුව ගුණිතය $-x^2y^2$ වන සේත් එකතුව 0 වන සේත් ගත හැකි පද යුගලය වන්නේ $-xy$ හා xy ය.

$$x^2 + 0 - y^2 = x^2 - xy + xy - y^2$$
$$= x(x - y) + y(x - y)$$
$$= (x - y)(x + y)$$

$\therefore$ මෙමගින් ද $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ ලෙස ලැබේ.

වර්ග දෙකක අන්තරයක් ලෙස සාධක සොයා ගෙන ඇති පහත නිදසුන් දෙස බලන්න.

නිදසුන 1

(i)

$$x^2 - 4$$
$$= x^2 - 2^2$$
$$= \underline{\underline{(x - 2)(x + 2)}}$$

(ii)

$$4x^2 - 9$$
$$= (2x)^2 - 3^2$$
$$= \underline{\underline{(2x - 3)(2x + 3)}}$$

(iii)

$$25a^2 - 16b^2$$
$$= (5a)^2 - (4b)^2$$
$$= \underline{\underline{(5a - 4b)(5a + 4b)}}$$

දෙන ලද නිදසුන් අධ්‍යයනය කර පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

7.3 අභ්‍යාසය

1. හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

(i) $x^2 - 36$
$= x^2 - ....^2$
$= \underline{\underline{(x-6)(x+6)}}$

(ii) $9 - y^2$
$= .... - ....$
$= \underline{\underline{(......)(......)}}$

(iii) $25x^2 - 4y^2$
$= (...)^2 - (...)^2$
$= \underline{\underline{(......)(......)}}$

(iv) $2a^2 - 8b^2$
$= 2(..............)$
$= 2(a^2 - (....)^2)$
$= \underline{\underline{2(......)(......)}}$

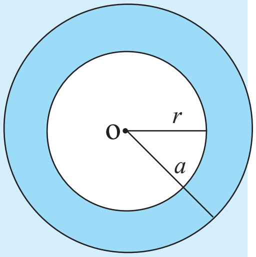
(v) $3p^2 - 27q^2$
$= 3(..... - ....)$
$= 3\,[(...)^2 - (...)^2]$
$= \underline{\underline{......(......)(......)}}$

(vi) $a^2b^2 - 1$
$= (ab)^2 - ....$
$= \underline{\underline{(... - ...)(... + ...)}}$

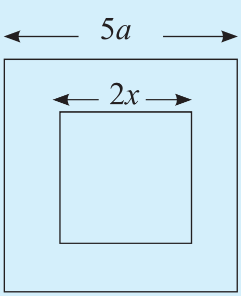
2. පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ සාධක වෙන් කරන්න.

a. $y^2 - 81$ **b.** $16 - b^2$ **c.** $100 - n^2$ **d.** $m^2n^2 - 1$
e. $16a^2 - b^2$ **f.** $4x^2 - 25$ **g.** $9p^2 - 4q^2$ **h.** $400 - 4n^2$
i. $8x^2 - 2$ **j.** $4x^2y^2 - 9y^2$

3. කේන්ද්‍රය O වූ ඒක කේන්ද්‍රික වෘත්ත දෙකක් රූපයේ දැක්වේ. කුඩා වෘත්තයේ අරය r ද, විශාල වෘත්තයේ අරය a ද වේ.
(i) කුඩා වෘත්තයේ වර්ගඵලය π හා r ඇසුරෙන් දක්වන්න.
(ii) විශාල වෘත්තයේ වර්ගඵලය π හා a ඇසුරෙන් දක්වන්න.
(iii) රූපයේ අඳුරු කර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සඳහා π, r හා a ඇතුළත් ප්‍රකාශනයක් ලියා, එය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න.



4. පැත්තක දිග ඒකක $5a$ හා ඒකක $2x$ වූ සමචතුරස්‍ර දෙකක් රූපයේ දැක්වේ.
(i) කුඩා සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය x ඇසුරෙන් දක්වන්න.
(ii) විශාල සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය a ඇසුරෙන් දක්වන්න.
(iii) විශාල සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය කුඩා සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලයට වඩා වර්ග ඒකක $(5a + 2x)\,(5a - 2x)$ ප්‍රමාණයකින් වැඩි බව පෙන්වන්න.



7.4 වර්ග දෙකක අන්තරයේ සාධක තවදුරටත්

වර්ග දෙකක අන්තරයක් ලෙස සලකා සාධක සෙවිය හැකි බොහෝ විජීය ප්‍රකාශන ඇත. පහත නිදසුනෙහි දැක්වෙන්නේ එවැනි අවස්ථා දෙකකි.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනය සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $(x+2)^2 - y^2$ (ii) $(a-2)^2 - (a+5)^2$

(i) $(x+2)^2 - y^2$

$= [(x+2) - y]\,[(x+2) + y]$

$= \underline{\underline{(x+2-y)(x+2+y)}}$

(ii) $(a-2)^2 - (a+5)^2$

$= [(a-2) - (a+5)]\,[(a-2) + (a+5)]$

$= [a-2-a-5][a-2+a+5]$

$= \underline{\underline{-7(2a+3)}}$

7.4 අභ්‍යාසය

1. සාධක වෙන් කරන්න.

a. $(x+1)^2 - 4$ **b.** $(y-2)^2 - 9$ **c.** $(2a+3)^2 - 49$

d. $(4x-3y)^2 - 25$ **e.** $(2p+3)^2 - 4q^2$ **f.** $25 - (x+3)^2$

g. $4 - (a-2)^2$ **h.** $16 - (m+2)^2$ **i.** $(m+2)^2 - (m+1)^2$

j. $(2x+3)^2 - (x-2)^2$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. සාධක වෙන් කරන්න.

a. $(x-y)^2 - 4a^2b^2$ **b.** $x^2y^2 + 10xy + 16$

c. $p^2q^2 - pq - 20$ **d.** $2x^3 - x^2y - 3xy^2$

e. $6x^2 - 2x - 4$ **f.** $(x+1)^2 - (x-3)^2$

g. $x(x+5) - 14$ **h.** $(2x-1)^2 - 4$

2. සාධක වෙන් කරන්න (ඉඟිය: $x^2 = y$ ලෙස ගන්න).

a. $x^4 + 5x^2 + 6$ **b.** $x^4 - 16$

c. $2x^4 + 14x^2 + 24$ **d.** $1 - 81x^4$

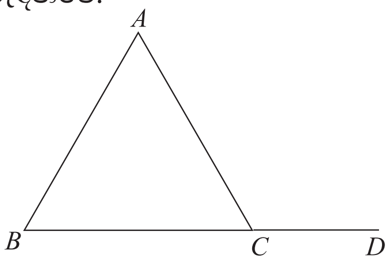
8 ත්‍රිකෝණ I

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

ත්‍රිකෝණයක කෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයයන් ඇසුරෙන් අනුමේයයන් සාධනය කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

8.1 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර හා බාහිර කෝණ

පහත රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටි $A\hat{C}B$ $A\hat{B}C$ හා $B\hat{A}C$ යන කෝණ ABC ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ (හෝ, කෙටියෙන්, ත්‍රිකෝණයේ කෝණ) ලෙස හැඳින්වේ.



ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය, රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට D තෙක් දික් කර ඇත. එවිට, සෑදෙන $A\hat{C}D$ යනු ත්‍රිකෝණයේ **බාහිර කෝණයකි**. BCD යනු එකම සරල රේඛාවක් නිසා, $A\hat{C}B$ යනු $A\hat{C}D$ ට පරිපූරක බද්ධ කෝණයයි.

එම $A\hat{C}B$ හැර ත්‍රිකෝණයෙහි අනෙක් කෝණ දෙක වන $B\hat{A}C$ හා $A\hat{B}C$ ට $A\hat{C}D$ බාහිර කෝණයෙහි **අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ** යැයි කියනු ලැබේ. මේ ආකාරයට ම ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාද දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණවලට අදාළ ව ද අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගල බැගින් පවතී.

පහත දැක්වෙන ප්‍රමේයයෙන් ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණයක් හා එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ අතර සම්බන්ධයක් දැක්වේ.

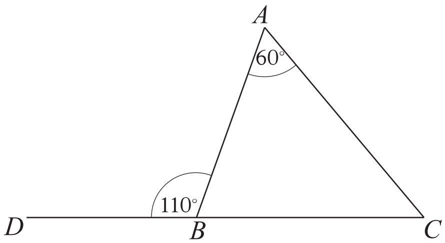
ප්‍රමේයය: ත්‍රිකෝණයක ඕනෑම පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන වේ.

ඒ අනුව, ඉහත ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා,

$$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$$

මෙම ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින්, ගැටලු විසඳන ආකාරය සලකා බලමු.

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව, $A\hat{C}B$ හි අගය සොයන්න.

ඉහත ප්‍රමේයයට අනුව,

$B\hat{A}C + A\hat{C}B = A\hat{B}D$ (අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව = බාහිර කෝණය)

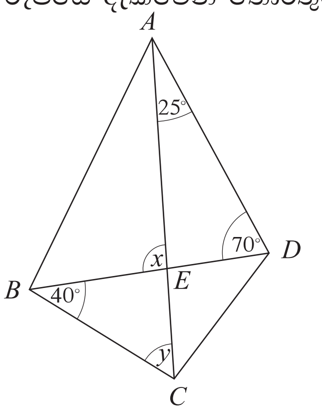
$\therefore\ 60^\circ + A\hat{C}B = 110^\circ$

$\therefore\ A\hat{C}B = 110^\circ - 60^\circ$

$\underline{\underline{A\hat{C}B = 50^\circ}}$

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $A\hat{E}B$ හා $B\hat{C}E$ අගය සොයන්න.



$A\hat{E}B = x$ හා

$B\hat{C}E = y$ ලෙස ගනිමු.

$A\hat{E}B$ යනු AED ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණයක් බව පැහැදිලි ය.

ඒ අනුව, $x = 25^\circ + 70^\circ$ (බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව)

$= \underline{\underline{95^\circ}}$

තවද $A\hat{E}B$ යනු BCE ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණයක් නිසා,

$y + 40^\circ = x$ (බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව)

$\therefore\ y + 40^\circ = 95^\circ$

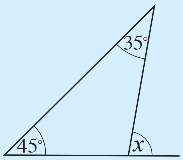
$\therefore\ y = 95^\circ - 40^\circ$

$\underline{\underline{y = 55^\circ}}$

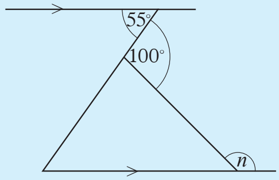
8.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනෙහි අඥාත මගින් දැක්වෙන කෝණයේ අගය සොයන්න.

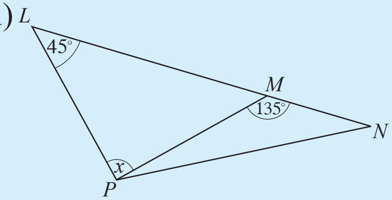
(i)



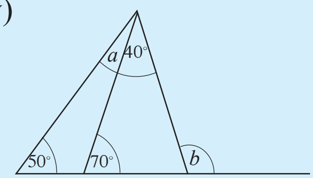
(ii)



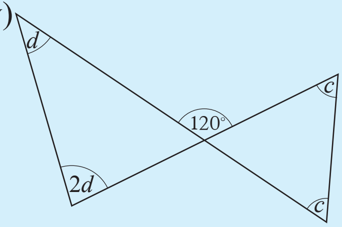
(iii)



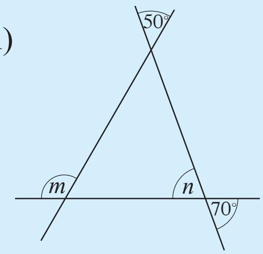
(iv)



(v)

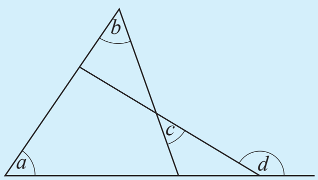


(vi)

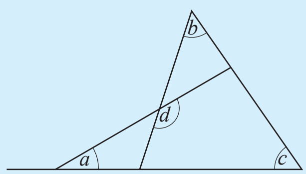


2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනෙහි දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව, a, b හා c ඇසුරෙන් d හි අගය ප්‍රකාශ කරන්න.

(i)

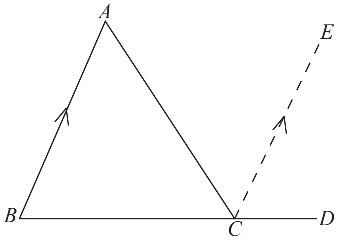


(ii)



8.2 ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයයේ විධිමත් සාධනය හා එහි භාවිත

විධිමත් සාධනය:



දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D තෙක් දික් කර තිබේ

සාධනය කළ යුත්ත: $A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ බව

නිර්මාණය : BAට සමාන්තරව C හරහා CE ඇඳීම.

සාධනය :

$E\hat{C}D = A\hat{B}C$ ($BA // CE$ නිසා අනුරූප කෝණ) ——— ①

$A\hat{C}E = B\hat{A}C$ ($BA // CE$ නිසා ඒකාන්තර කෝණ) ——— ②

① හා ② න්

$E\hat{C}D + A\hat{C}E = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ භාවිතයෙන්)

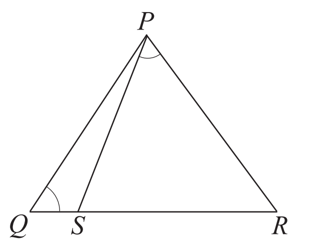
නමුත් රූපයට අනුව; $E\hat{C}D$ හා $A\hat{C}E$ බද්ධ කෝණ යුගලයේ එකතුව $A\hat{C}D$ වේ.

$\therefore \underline{\underline{A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C}}$

විධිමත් ව සාධනය කළ බාහිර කෝණ ප්‍රමේයය සමඟ මෙතෙක් උගත් වෙනත් ප්‍රමේයයන් ද යොදා ගැනීමෙන්, අනුමේයය සාධනය කරමු.

නිදසුන 1

PQR ත්‍රිකෝණයේ *QR* පාදය මත *S* ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $P\hat{Q}S = S\hat{P}R$ වන සේ ය. $Q\hat{P}R = P\hat{S}R$ බව සාධනය කරන්න.
මුලින් ම දී ඇති තොරතුරු ඇතුළත් කර දළ රූප සටහනක් අඳිමු.



සාධනය:
PQS ත්‍රිකෝණයේ, *QS* පාදය *R* තෙක් දික් කිරීම නිසා, $P\hat{S}R$ යනු *PQS* ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයකි.

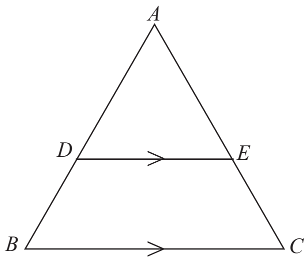
$\therefore Q\hat{P}S + P\hat{Q}S = P\hat{S}R$

$\therefore Q\hat{P}S + S\hat{P}R = P\hat{S}R$ ($P\hat{Q}S = S\hat{P}R$ නිසා)

නමුත් $Q\hat{P}S + S\hat{P}R = Q\hat{P}R$ (බද්ධ කෝණ)

$\therefore \underline{\underline{Q\hat{P}R = P\hat{S}R}}$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ මගින්)

නිදසුන 2



රූප සටහනේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $B\hat{A}C + A\hat{B}C = D\hat{E}C$ බව සාධනය කරන්න.

$D\hat{E}C$ යනු ADE ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයක් නිසා

$$D\hat{E}C = D\hat{A}E + A\hat{D}E$$

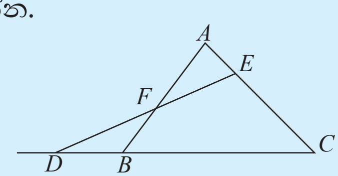
$D\hat{A}E$ හා $B\hat{A}C$ එකම කෝණ වන අතර

$A\hat{D}E = A\hat{B}C$ (අනුරූප කෝණ $DE//BC$)

එබැවින්, $\underline{\underline{D\hat{E}C = B\hat{A}C + A\hat{B}C}}$

8.2 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති රූපයේ $B\hat{D}F = E\hat{A}F$ නම් $F\hat{B}C = F\hat{E}C$ බව සාධනය කිරීම සඳහා පහත දී ඇති හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



සාධනය: $F\hat{B}C$ යනු DBF ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයක් නිසා

$F\hat{B}C = ... + ...$

නමුත් $B\hat{F}D = ...$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

හා $B\hat{D}F = ...$ (..........)

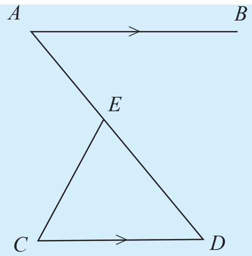
$\therefore F\hat{B}C = ... + ...$

තව ද $C\hat{E}F$ යනු $AEF\Delta$ හි බාහිර කෝණයක් නිසා

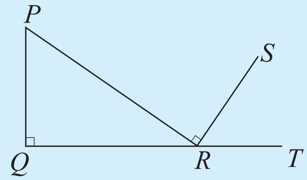
$F\hat{E}C = ... + ...$ (..........)

$\therefore \underline{\underline{F\hat{B}C = F\hat{E}C}}$

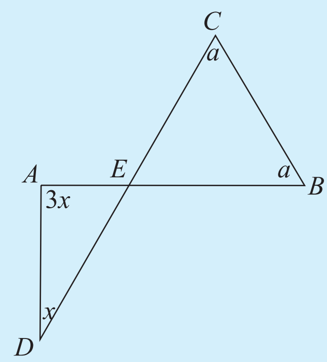
2. රූපයේ දැක්වෙන AB හා CD රේඛා එකිනෙකට සමාන්තර වේ. $A\hat{E}C = B\hat{A}D + E\hat{C}D$ බව සාධනය කරන්න.



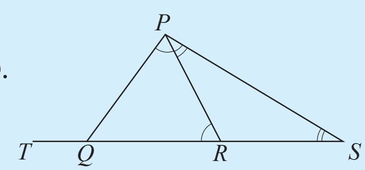
3. රූපයේ දැක්වෙන $P\hat{Q}R$ හා $P\hat{R}S$ සෘජුකෝණ වේ. QRT එකම සරල රේඛාවක් නම්, $Q\hat{P}R = S\hat{R}T$ බව සාධනය කරන්න.



4. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි AB හා CD සරල රේඛා E හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. දී ඇති තොරතුරු අනුව $a = 2x$ බව පෙන්වන්න.



5. දී ඇති රූපයේ $P\hat{R}Q = Q\hat{P}R$ ද $R\hat{P}S = P\hat{S}R$ ද වේ. දී ඇති දත්ත අනුව $P\hat{Q}T = 4\,P\hat{S}R$ බව පෙන්වන්න.
(ඉඟියː $P\hat{S}R = x$ ලෙස ගන්න)



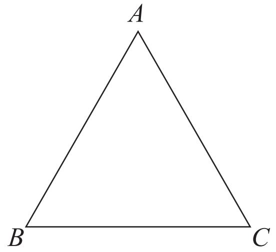
6. PQR ත්‍රිකෝණයේ PQට ලම්බව RS ද PRට ලම්බව QT ද ඇත. (S හා T පිළිවෙළින් PQ හා PR මත පිහිටා ඇත.) SR හා QT, U හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. $S\hat{Q}U = T\hat{R}U$ බව සාධනය කරන්න.

7. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය E තෙක් දික් කර තිබේ. $B\hat{A}C = C\hat{A}D$ වන සේත් CE පාදය D හි දී හමු වන සේ AD ඇඳ ඇති අතර $B\hat{A}C = A\hat{B}C$ වේ.

(i) $A\hat{C}D = 2\,A\hat{B}C$ බව
(ii) $A\hat{D}E = 3\,A\hat{B}C$ බව

සාධනය කරන්න.

8.3 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයය



ABC ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ $A\hat{B}C$, $B\hat{A}C$ හා $A\hat{C}B$ වේ. මෙම කෝණ තුනේ අගයන්ගේ එකතුව 180° ක් බව අපි දනිමු. එය ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ දැක්වේ.

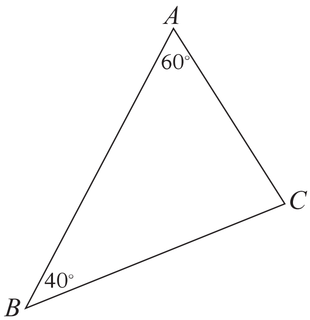
ප්‍රමේයය: ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව 180^0 කි.

එනම් ඉහත රූපයට අදාළ ව $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$

ඉහත ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින් ගැටලු විසඳන අයුරු සලකා බලමු.

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව, $A\hat{C}B$ හි අගය සොයන්න.



$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය)

$\therefore \; 60^\circ + 40^\circ + A\hat{C}B = 180^\circ$

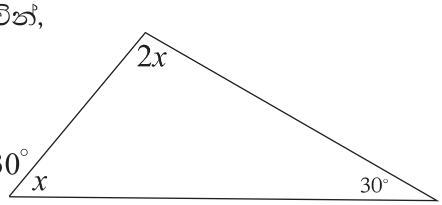
$A\hat{C}B = 180^\circ - 100^\circ$

$\therefore \; \underline{\underline{A\hat{C}B = 80^\circ}}$

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු භාවිතයෙන් x හි අගය සොයන්න.

ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය 180° බැවින්,



$\therefore \; x + 2x + 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore \; 3x + 30^\circ = 180^\circ$

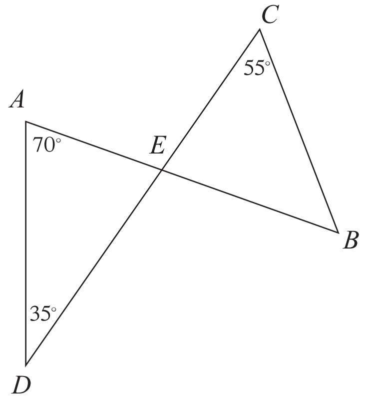
$\therefore \; 3x = 180^\circ - 30^\circ$

$3x = 150^\circ$

$\therefore \; \underline{\underline{x = 50^\circ}}$

නිදසුන 3

AB හා CD සරල රේඛා E හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. $A\hat{D}E = 35°$, $D\hat{A}E = 70°$ හා $E\hat{C}B = 55°$ නම් $C\hat{B}E$ හි අගය සොයන්න.
මුලින් ම, දී ඇති තොරතුරු ඇතුළත් රූපය අඳින්න.



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,
ADE ත්‍රිකෝණයේ,

$A\hat{D}E + D\hat{A}E + A\hat{E}D = 180°$ (ත්‍රිකෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)
$A\hat{E}D + 35° + 70° = 180°$
$\therefore \; A\hat{E}D = 180° - 105°$
$= 75°$
නමුත් $A\hat{E}D = B\hat{E}C$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)
$\therefore \; B\hat{E}C = 75°$

දැන්, BEC ත්‍රිකෝණයේ,
$B\hat{E}C + B\hat{C}E + C\hat{B}E = 180°$ (ත්‍රිකෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)
$C\hat{B}E = 180° - (75° + 55°)$
$= 180° - 130°$
$= \underline{\underline{50°}}$

නිදසුන 4

අභ්‍යන්තර කෝණ 55°, 60° සහ 75° වන ත්‍රිකෝණයක් පැවතිය හැකි දැයි නිර්ණය කරන්න.

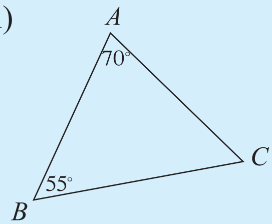
දී ඇති කෝණ තුනේ එකතුව $= 55° + 60° + 75°$
$= 190°$

ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව 180°ක් විය යුතු යි. ඉහත කෝණ තුනේ එකතුව 180°ට අසමාන නිසා, දී ඇති කෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ වන ත්‍රිකෝණයක් පැවතිය නොහැකි ය.

8.3 අභ්‍යාසය

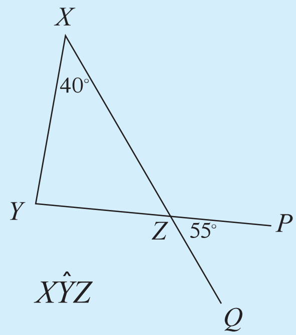
1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහන ඇසුරෙන්, එම රූප සටහනට පහළින් දක්වා ඇති එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

(i)



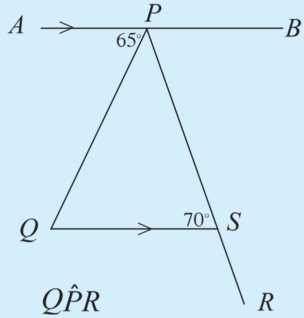
$A\hat{C}B$

(ii)



$X\hat{Y}Z$

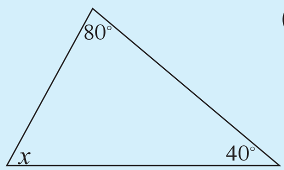
(iii)



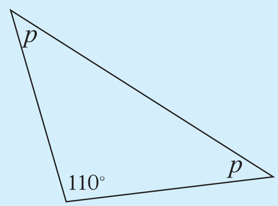
$Q\hat{P}R$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ අඥාත මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න.

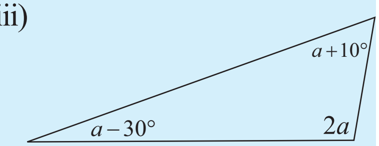
(i)



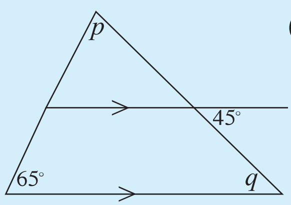
(ii)



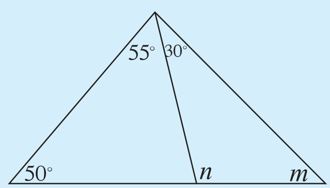
(iii)



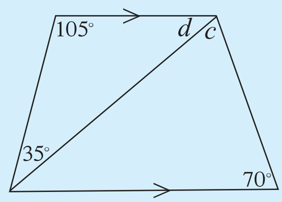
(iv)



(v)



(vi)



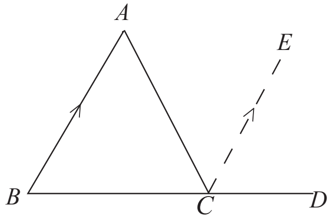
3. පහත දැක්වෙන එක් එක් කොටසේ දී ඇති එක් එක් කෝණ ත්‍රිත්වය අභ්‍යන්තර කෝණ වන ත්‍රිකෝණයක් පැවතිය හැකි දැයි නිර්ණය කරන්න.
   - (i) $50°, 40°, 90°$
   - (ii) $70°, 30°, 75°$
   - (iii) $55°, 72°, 58°$
   - (iv) $60°, 60°, 60°$
   - (v) $100°, 20°, 65°$
   - (vi) $53°, 49°, 78°$

4. ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ 2 : 3 : 4 අනුපාතයට පවතී. එහි එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

5. ත්‍රිකෝණයක විශාලම කෝණයේ අගය, කුඩාම කෝණයේ අගය මෙන් තුන් ගුණයක් ද, ඉතිරි කෝණයේ අගය, කුඩාම කෝණයේ අගය මෙන් දෙගුණයක් ද වේ. ත්‍රිකෝණයේ කෝණ වෙන වෙන ම සොයන්න.

8.4 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය 180^0 වේ යන ප්‍රමේයයෙහි විධිමත් සාධනය හා එහි භාවිත

''ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය 180^0 වේ'' යන ප්‍රමේයයේ, විධිමත් සාධනය පහත දැක්වේ.



දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයකි

සා.ක.යු. : $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ බව

නිර්මාණය: BC පාදය D තෙක් දික් කිරීම සහ BAට සමාන්තර වන සේ CE ඇඳීම

සාධනය : $A\hat{B}C = E\hat{C}D$ (අනුරූප කෝණ, $BA//CE$) —— ①

$B\hat{A}C = A\hat{C}E$ (ඒකාන්තර කෝණ, $BA//CE$) —— ②

① හා ② න්

$$A\hat{B}C + B\hat{A}C = E\hat{C}D + A\hat{C}E$$

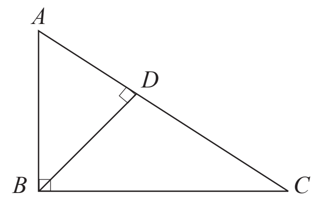
සමීකරණයේ දෙපසටම $A\hat{C}B$ එකතු කළ විට,

$$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = E\hat{C}D + A\hat{C}E + A\hat{C}B$$

$E\hat{C}D + A\hat{C}E + A\hat{C}B = 180^\circ$ (BCD සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

$$\therefore \underline{\underline{A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ}}$$

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $A\hat{B}D = B\hat{C}D$ බව සාධනය කරන්න.

BDC ත්‍රිකෝණයේ,

$B\hat{D}C = 90^\circ$ (දී ඇත)

තව ද $B\hat{D}C + D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව)

$90^\circ + D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$

$D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ - 90^\circ$

$= 90^\circ$ —— ①

දැන් ABC ත්‍රිකෝණයේ,

$$A\hat{B}C = 90^\circ \text{ (දී ඇත)}$$

නමුත් $A\hat{B}C = A\hat{B}D + D\hat{B}C$ නිසා

$$A\hat{B}D + D\hat{B}C = 90^\circ \text{ —— ②}$$

① හා ② සමීකරණ දෙකම 90°ට සමාන නිසා

$$D\hat{B}C + B\hat{C}D = A\hat{B}D + D\hat{B}C$$

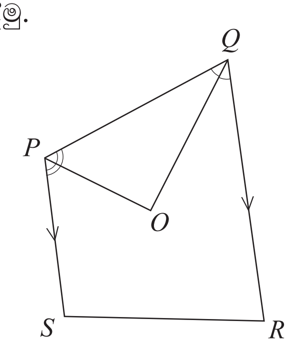
දෙපසින් $D\hat{B}C$ අඩුකිරීමෙන්

$$\therefore\ \underline{\underline{B\hat{C}D = A\hat{B}D}}$$

නිදසුන 2

$PQRS$ චතුරස්‍රයේ PS හා QR පාද එකිනෙකට සමාන්තර වේ. P හා Q අභ්‍යන්තර කෝණවල සමච්ඡේදක O හි දී හමු වේ. $P\hat{O}Q$ සෘජුකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

මුලින් ම අදාළ රූපසටහන අඳිමු.



සාධනය : $PS//QR$ නිසා

$$S\hat{P}Q + P\hat{Q}R = 180^\circ \quad \text{(මිත්‍ර කෝණ)}$$

දෙපස 2න් බෙදීමෙන්

$$\frac{1}{2}S\hat{P}Q + \frac{1}{2}P\hat{Q}R = \frac{180^\circ}{2} \quad \text{(ප්‍රත්‍යක්ෂ)}$$

$S\hat{P}Q$ හි සමච්ඡේදකය PO ද $P\hat{Q}R$ හි සමච්ඡේදකය QO ද වන බැවින්,

$$\frac{1}{2}S\hat{P}Q = Q\hat{P}O \text{ ද}$$

$$\frac{1}{2}P\hat{Q}R = P\hat{Q}O \text{ ද වේ.}$$

$$\therefore\ Q\hat{P}O + P\hat{Q}O = 90^\circ$$

දැන්, POQ ත්‍රිකෝණයේ,

$$P\hat{O}Q + Q\hat{P}O + P\hat{Q}O = 180^\circ \text{ (අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව)}$$

$$P\hat{O}Q + 90^\circ = 180^\circ$$

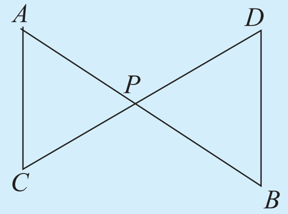
$$\therefore\ P\hat{O}Q = 90^\circ$$

$\therefore$ $\underline{\underline{P\hat{O}Q \text{ සෘජුකෝණයකි.}}}$

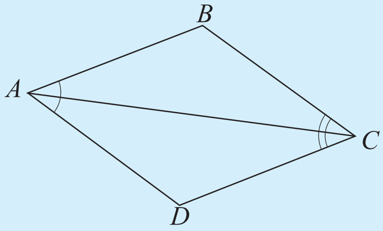
දැන් සාධනය කිරීමේ ගැටලු ඇතුළත් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

8.4 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති රූපයේ $A\hat{C}P = P\hat{B}D$ වේ. $C\hat{A}P = P\hat{D}B$ බව සාධනය කරන්න.

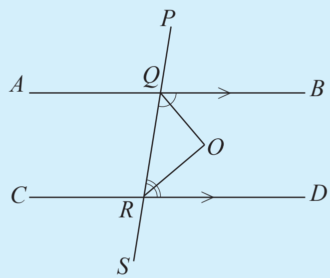


2. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AC විකර්ණයෙන් $B\hat{A}D$ හා $B\hat{C}D$ සමච්ඡේදනය වී ඇත. $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ බව සාධනය කරන්න.



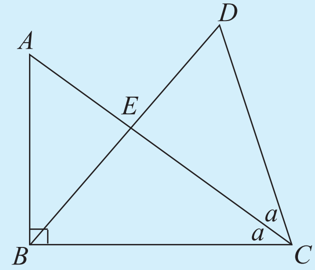
3. දී ඇති රූපයේ AB හා CD, සමාන්තර සරල රේඛා වේ. $B\hat{Q}R$ හා $Q\hat{R}D$ කෝණවල සමච්ඡේදක O හි දී හමු වේ.

   (i) $O\hat{Q}R + Q\hat{R}O$ හි අගය සොයන්න
   (ii) $Q\hat{O}R$ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.



4. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,

   (i) $B\hat{A}E$ හි අගය a ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.
   (ii) $B\hat{D}C + D\hat{B}C$ හි අගය a ඇසුරෙන් දක්වන්න.
   (iii) $B\hat{D}C + D\hat{B}C = 2\,B\hat{A}E$ බව පෙන්වන්න.



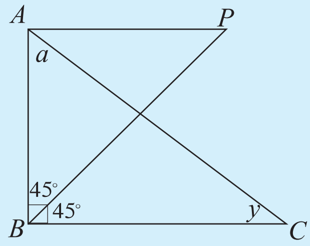
5. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ වේ. $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකය BC පාදය D හි දී හමු වේ.
   (i) $B\hat{A}C$ හි අගය සොයන්න.
   (ii) ABD සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A} + \hat{B} = 110°$ හා $\hat{B} + \hat{C} = 120°$ නම් ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් කෝණයේ අගය වෙන වෙන ම සොයන්න.

2. ABC ත්‍රිකෝණයේ $B\hat{A}C$ හි අගය $100°$කි. $A\hat{B}C$ හා $A\hat{C}B$ අභ්‍යන්තර කෝණවල සමච්ඡේදක O හි දී හමු වේ. $B\hat{O}C$ හි අගය සොයන්න.

3. රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ BA පාදයට ලම්බව A හි දී ඇඳි රේඛාව, $A\hat{B}C$ හි සමච්ඡේදකය P හි දී හමු වේ. $B\hat{A}C + A\hat{C}B = 2\,A\hat{P}B$ බව සාධනය කරන්න.



4. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{C}B = 3A\hat{B}C$ වේ. $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකයට BC පාදය E හි දී හමු වේ. දික් කළ AE මත D පිහිටා ඇත්තේ $AD \perp BD$ වන පරිදි ය. $A\hat{B}D$ හි සමච්ඡේදකය BC බව සාධනය කරන්න.
(ඉඟිය: $A\hat{B}C = x$ හා $B\hat{A}C = 2a$ ලෙස ගන්න)

5. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයට සමාන්තරව A හරහා PQ රේඛාව ඇඳ ඇත. ABC ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය $180°$ක් බව සාධනය කරන්න.

9

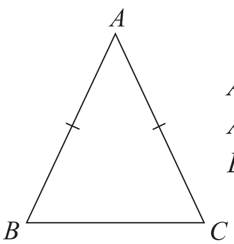
ත්‍රිකෝණ II

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයය හා එහි විලෝමය භාවිත කරමින් ගැටලු විසඳීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

9.1 සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන නම් එයට සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් යැයි කියනු ලැබේ. පහත රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණය සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි. එහි $AB = AC$ වේ. ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් පාදයට ඉදිරියෙන් පිහිටන කෝණය එම පාදයට **සම්මුඛ කෝණය** යැයි කියනු ලැබේ. එනම්,



AB පාදයට සම්මුඛ කෝණය $A\hat{C}B$ ද,
AC පාදයට සම්මුඛ කෝණය $A\hat{B}C$ ද
BC පාදයට සම්මුඛ කෝණය $B\hat{A}C$ ද වේ.

තව ද සමාන පාද විහිදෙන ශීර්ෂය වන Aට සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂය යැයි කියනු ලැබේ.
සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයයක් පහත දැක්වේ.

ප්‍රමේයය: ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන නම්, ඒ පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන ය.

ප්‍රමේයයට අනුව, ඉහත ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ නිසා, $A\hat{C}B = A\hat{B}C$ වේ.

ඉහත දැක්වූ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයය සත්‍ය බව පසක් කර ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමේ යෙදෙමු.

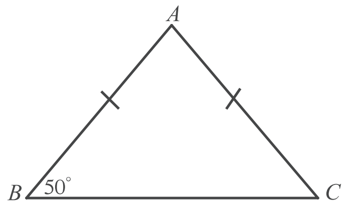
ක්‍රියාකාරකම

- $AB = AC = 5$ cm වන පරිදි A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය තුනක් (ඒක රේඛීය නොවන) ලකුණු කරන්න.
- A, B හා C ලක්ෂ්‍ය යා කර ABC ත්‍රිකෝණය සම්පූර්ණ කරන්න.
- ABC ත්‍රිකෝණ හැඩය කඩදසියෙන් කපා වෙන් කර ගන්න.
- AB පාදය මත AC සිටින පරිදි ත්‍රිකෝණාකාර කඩදාසිය නමන්න.
- $A\hat{B}C$ හා $A\hat{C}B$ සමාන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඉහත ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින් විසඳිය හැකි ගැටලු කිහිපයක් දැන් සලකා බලමු.

නිදසුන 1

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ හා $A\hat{B}C = 50^\circ$ වේ.
(i) $A\hat{C}B$ (ii) $B\hat{A}C$
අගය සොයන්න.



(i) $A\hat{C}B = A\hat{B}C$
$\therefore A\hat{C}B = 50^\circ$

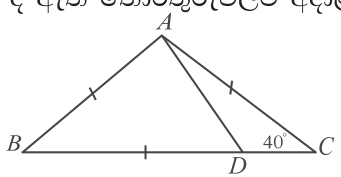
(ii) ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 180° නිසා

$$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ$$
$$\therefore B\hat{A}C + 50^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$
$$\therefore B\hat{A}C = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ)$$
$$= \underline{\underline{80^\circ}}$$

නිදසුන 2

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ හා $A\hat{C}B = 40^\circ$ වේ. $AB = BD$ වන සේ BC පාදය මත D ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර AD යා කර ඇත. ABD ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල අගය වෙන වෙන ම සොයන්න.

මුලින් ම දී ඇති තොරතුරුවලට අදාළව රූපය අඳිමු.



රූපයට අනුව,

$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ (ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ නිසා)
$\therefore A\hat{B}C = 40^\circ$
එනම් $A\hat{B}D = 40^\circ$
දැන් ABD ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට
$B\hat{A}D = B\hat{D}A$ ($AB = BD$)

$$A\hat{B}D + B\hat{A}D + B\hat{D}A = 180^\circ$$

$$40^\circ + 2B\hat{A}D = 180^\circ \; (B\hat{A}D = B\hat{D}A \text{ නිසා})$$

$$2B\hat{A}D = 180^\circ - 40^\circ$$

$$2B\hat{A}D = 140^\circ$$

$$B\hat{A}D = 70^\circ$$

$$B\hat{D}A = 70^\circ \; (B\hat{A}D = B\hat{D}A \text{ නිසා})$$

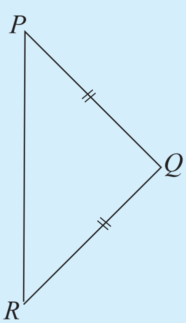
$\therefore$ ABD ත්‍රිකෝණයේ කෝණ අගයන් වන්නේ 70°, 70° හා 40° ය.

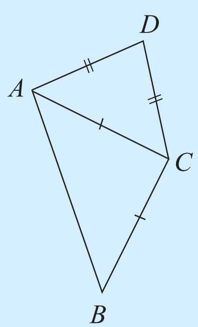
සමද්විපාද ත්‍රිකෝණවලට අදාළ ඉහත ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

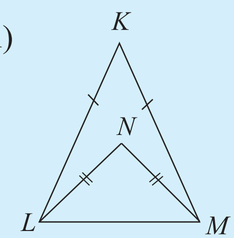
9.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් කොටසේ දී ඇති රූපයෙහි අඩංගු සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ සියල්ලම හඳුනාගෙන, දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

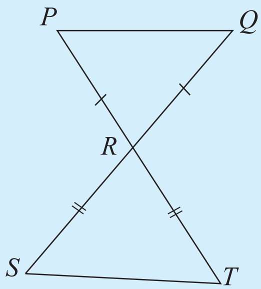
රූපය	ත්‍රිකෝණය	සමාන පාද යුගලය	සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ යුගලය
(i)	PQR	PQ, RQ	$Q\hat{P}R$, $Q\hat{R}P$
(ii)	ACD	AD, DC	$A\hat{C}D$, $D\hat{A}C$
	ABC		
(iii)	KLM		
	LMN		
(iv)	PQR		
	RST		
(v)	ABD		
	BCD		
	ABC		

(i)


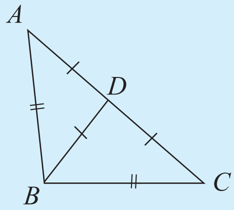
(ii)


(iii)


(iv)

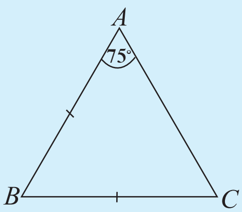


(v)

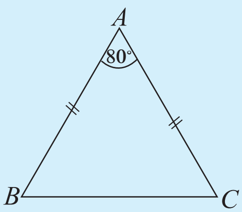


2. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ එක් කෝණයක අගය දී ඇත. ඉතිරි කෝණ වෙන වෙනම සොයන්න.

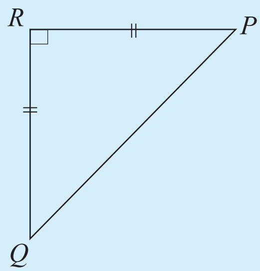
(i)



(ii)

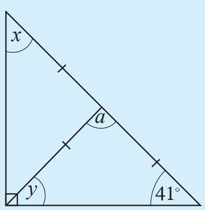


(iii)

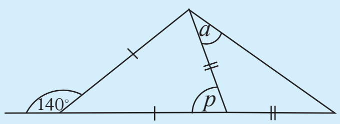


3. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ අඥාත මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න.

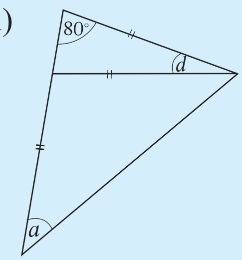
(i)



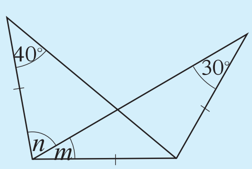
(ii)



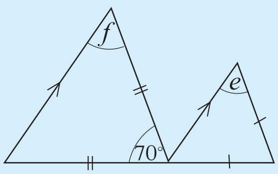
(iii)



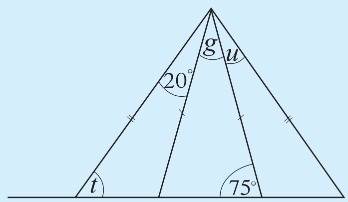
(iv)



(v)

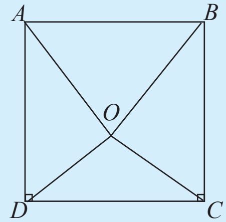


(vi)



4. සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක එකිනෙකට සමාන පාද බාහු ලෙස ඇති කෝණය 110° කි. ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි කෝණවල අගය සොයන්න.

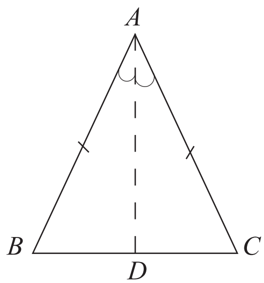
5. AOB සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන සේ $ABCD$ සමචතුරස්‍රය තුළ O ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. $D\hat{O}C$ හි අගය සොයන්න.



6. ABE ත්‍රිකෝණයේ A මහා කෝණයක් වන අතර $AB = AE$ වේ. $AC = BC$ වන සේ C ලක්ෂ්‍යය BE මත පිහිටා ඇත. $C\hat{A}E$ අභ්‍යන්තරව සමච්ඡේදනය වන සේ අඳින ලද රේඛාව D ලක්ෂ්‍යයේ දී BE හමු වේ.
   (i) මෙම තොරතුරු රූප සටහනක දක්වන්න.
   (ii) $A\hat{B}C = 40^\circ$ නම් $D\hat{A}E$ හි අගය සොයන්න.

9.2 සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයයෙහි විධිමත් සාධනය හා එහි භාවිත

''සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ'' යන ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය: ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ.

සා.ක.යු.: $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ බව

නිර්මාණය: BC පාදය D හි දී හමුවන සේ $B\hat{A}C$ හි අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකය වන AD ඇඳීම

සාධනය: ABD හා ACD ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි

$AB = AC$ (දත්තය)

$B\hat{A}D = D\hat{A}C$ ($B\hat{A}C$ කෝණ හි සමච්ඡේදකය AD නිසා)

AD ත්‍රිකෝණ දෙකටම පොදුයි

$\therefore ABD\Delta \equiv ACD\Delta$ (පා.කෝ.පා.)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වන නිසා,

$A\hat{B}D = A\hat{C}D$

$\therefore A\hat{B}C = A\hat{C}B$

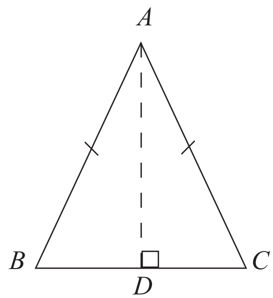
ඉහත ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ත්‍රිකෝණ සම්බන්ධ ප්‍රතිඵල කීපයක් සාධනය කරන ආකාරය දැන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයෙහි $AB = AC$. එහි

- A සිට BC ට ඇඳි ලම්බයත්
- $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකයත්
- BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය Aට යා කරන රේඛාවත්
- BC පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකයත්

එකිනෙක සම්පාත වන බව පෙන්වන්න.



මේ සඳහා මුලින් ම A ශීර්ෂයේ සිට සම්මුඛ පාදයට ලම්බයක් අඳිමු.

නිර්මාණය : A සිට BCට ලම්බය ඇඳීම.

සාධනය : $ABD\Delta$ හා $ACD\Delta$ වල

$AB = AC$ (දත්තය)

$A\hat{D}B = A\hat{D}C = 90^\circ$ (නිර්මාණය)

AD පාදය පොදුයි

$\therefore ABD\Delta \equiv ACD\Delta$ (කර්ණ පා.)

තව ද $B\hat{A}D = C\hat{A}D$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වන නිසා)

එනම් AD යනු $B\hat{A}C$ හි කෝණ සමච්ඡේදකය වේ.

$BD = DC$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන නිසා)

එනම් AD යනු A හා BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යා කරන රේඛාව වේ.

අවසාන වශයෙන් $A\hat{D}B = A\hat{D}C = 90^\circ$ (නිර්මාණය)

$BD = DC$ (සාධිතයි)

$\therefore AD$ යනු BC හි ලම්බ සමච්ඡේදකය වේ.

ඉහත ප්‍රතිඵලය අනුව,

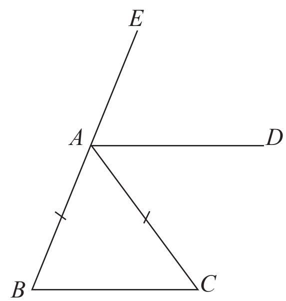
සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක

ශීර්ෂයේ සිට සම්මුඛ පාදයට ඇඳි ලම්බයත්
ශීර්ෂ කෝණයේ සමච්ඡේදකයත්
ශීර්ෂයට සම්මුඛ පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ශීර්ෂය යා කරන රේඛාවත්
ශීර්ෂයට සම්මුඛ පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකයත්
එකිනෙකට සම්පාත වේ.

ජ්‍යාමිතික ප්‍රතිඵල සාධනය කිරීම සමහර අවස්ථාවල දී ක්‍රම කීපයකින් ම කළ හැකි ය. එවැනි ජ්‍යාමිතික ප්‍රතිඵලයක් දැන් සළකා බලමු.

නිදසුන 2

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ. BA පාදය E තෙක් දික් කර ඇත. AD මගින් $C\hat{A}E$ සමච්ඡේද කෙරේ. AD හා BC එකිනෙකට සමාන්තර බව සාධනය කරන්න.



$AD \,//\, BC$ බව පෙන්වීමට ඒකාන්තර කෝණ යුගලයක් හෝ අනුරූප කෝණ යුගලයක් සමාන බව පෙන්වමු.

සාධනය:

(i) ක්‍රමය

ABC ත්‍රිකෝණයේ

$$A\hat{B}C = A\hat{C}B \quad (AB = AC)$$

ABC ත්‍රිකෝණයේ BA පාදය E තෙක් දික් කර ඇති නිසා,

$$E\hat{A}C = A\hat{B}C + A\hat{C}B \quad \text{(බාහිර කෝණ ප්‍රමේයය)}$$

$$E\hat{A}C = 2\,A\hat{C}B \quad (A\hat{B}C = A\hat{C}B \text{ නිසා}) \text{ —— ①}$$

නමුත්, $E\hat{A}C = E\hat{A}D + D\hat{A}C$ (බද්ධ කෝණ)

$$E\hat{A}D = D\hat{A}C \quad (AD, \text{ යනු } E\hat{A}C \text{ හි සමච්ඡේදකය නිසා})$$

$$\therefore E\hat{A}C = 2\,D\hat{A}C \text{ —— ②}$$

① හා ② න්

$$2\,A\hat{C}B = 2\,D\hat{A}C$$

$$A\hat{C}B = D\hat{A}C$$

නමුත් $A\hat{C}B$ හා $D\hat{A}C$, ඒකාන්තර කෝණ යුගලයකි.

ඒකාන්තර කෝණ යුගලය සමාන වී ඇති නිසා $BC \,//\, AD$ වේ.

(ii) ක්‍රමය

ඉහත දී ඇති රූපසටහනට අනුව $A\hat{B}C$ හා $E\hat{A}D$ අනුරූප කෝණ යුගලයක් ද වේ. ඉහත ආකාරයටම එම කෝණ දෙක සමාන බව පෙන්වීමෙන් ද $BC \,//\, AD$ බව පෙන්විය හැකි ය.

(iii) ක්‍රමය

ඉහත සාධනය කිරීම වීජීය සංකේත යොදා ගනිමින් පහත ආකාරයට සාධනය කළ හැක.

ABC ත්‍රිකෝණයේ,

$A\hat{B}C = x$ යැයි ගනිමු. ——— ①

$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ ($AB = AC$ නිසා)

$\therefore A\hat{C}B = x$

ABC ත්‍රිකෝණයේ, BA පාදය E තෙක් දික් කිරීම නිසා

$E\hat{A}C = A\hat{B}C + A\hat{C}B$ (බාහිර කෝණ ප්‍රමේයය)

$= x + x$

$= 2x$

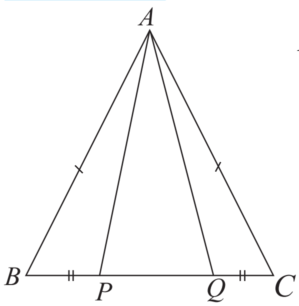
$E\hat{A}D = x$ ($E\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකය AD නිසා) ——— ②

① හා ② න්

$E\hat{A}D = A\hat{B}C$ වේ.

$E\hat{A}D$ හා $A\hat{B}C$ අනුරූප කෝණ වේ. අනුරූප කෝණ සමාන නිසා $AD//BC$.

නිදසුන 3



ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වන අතර $BP = CQ$ වන සේ P සහ Q ලක්ෂ්‍ය BC පාදය මත පිහිටා ඇත.

(i) $APB\Delta \equiv AQC\Delta$ බවත්

(ii) $A\hat{P}Q = A\hat{Q}P$ බවත් සාධනය කරන්න.

සාධනය :

(i) APB හා AQC ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි

$AB = AC$ (දී ඇත)

$\therefore A\hat{B}P = A\hat{C}Q$

තවද $BP = CQ$ (දී ඇත)

$\therefore ABP\Delta \equiv AQC\Delta$ (පා.කෝ.පා.)

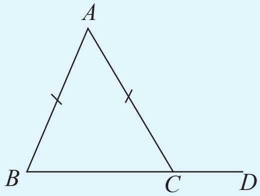
(ii) $ABP\Delta \equiv AQC\Delta$ නිසා $AP = AQ$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

රූපයෙන්, APQ ත්‍රිකෝණයේ

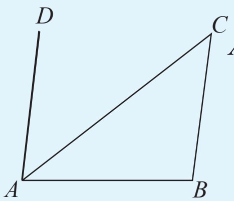
$A\hat{P}Q = A\hat{Q}P$ ($AP = AQ$ සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ)

සමද්විපාද ත්‍රිකෝණවලට අදාළ ඉහත ප්‍රමේයය හා මෙතෙක් උගත් අනෙකුත් ප්‍රමේයයන් ද යොදා ගනිමින් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

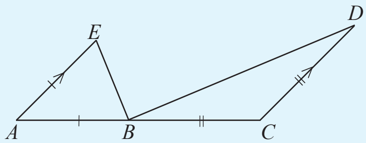
9.2 අභ්‍යාසය

1. 

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $A\hat{B}C + A\hat{C}D = 180^\circ$ බව සාධනය කරන්න.

2. 

දී ඇති රූපයේ $AB = BC$ හා $AD//BC$ වේ. $D\hat{A}B$ හි සමච්ඡේදකය AC බව සාධනය කරන්න.

3. 

දී ඇති රූපයේ, ABC එකම සරල රේඛාවක් වේ. එහි දැක්වෙන තොරතුරු අනුව පිළිතුරු සපයන්න.

(i) $B\hat{A}E + B\hat{C}D$ හි අගය සොයන්න.

(ii) $D\hat{B}E = 90^\circ$ක් බව පෙන්වන්න.

4. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂය D වේ. $BD = DA$ නම් $B\hat{A}C$ සෘජුකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

5. ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ. AB පාදය මත P ද, BC පාදය මත Q ද, AC පාදය මත R ද පිහිටා ඇත්තේ $BP = CQ$ හා $BQ = CR$ වන සේය.

(i) මෙම තොරතුරු ඇතුළත් රූප සටහනක් අඳින්න.

(ii) $PBQ\Delta = QRC\Delta$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) $Q\hat{P}R = Q\hat{R}P$ බව සාධනය කරන්න.

6. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B}$ සෘජුකෝණයකි. AC පාදයට BD ලම්බය ඇඳ ඇත. $CE = CB$ වන සේ, AC මත E ලක්ෂ්‍යය පිහිටා තිබේ.

(i) මෙම තොරතුරු ඇතුළත් කරමින් රූප සටහනක් අඳින්න.

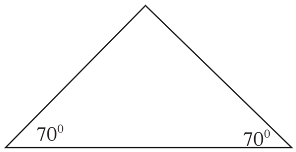
(ii) BE රේඛාවෙන්, $A\hat{B}D$ සමච්ඡේද වන බව සාධනය කරන්න.

7. සමපාද ත්‍රිකෝණයක කෝණ 60° බැගින් වන බව සාධනය කරන්න.

9.3 සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයයේ විලෝමය

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන වූ විට එම කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන වේ දැයි දැන් පරීක්ෂා කර බලමු.

ක්‍රියාකාරකම

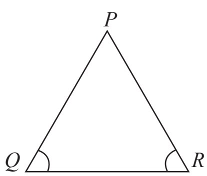


- 5 cm පමණ දිග සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එහි එක් කෙළවරක $70°$ කෝණයක් කෝණමානය භාවිතයෙන් ලකුණු කර අඳින්න.
- අනික් කෙළවරෙන් ද $70°$ක කෝණයක් ඇඳ ගන්න.
- කෝණවල බාහු ඡේදනය වන සේ දික් කරන්න.
- එවිට ඉහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ ත්‍රිකෝණයක් ලැබී ඇත.
- එම ත්‍රිකෝණය කපා වෙන්කර ගෙන සමාන කෝණ එක මත සම්පාත වන සේ නමන්න.
- දැන් ත්‍රිකෝණයේ සමාන පාද හඳුනා ගන්න.
- සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද පිළිබඳ ව කිව හැකි විශේෂ ලක්ෂණය කුමක් ද?
- මේ ආකාරයට කෝණ වෙනස් කරමින් විවිධ ත්‍රිකෝණ කපා ගෙන ඉහත ලක්ෂණය පවතීදැයි බලන්න.
- ත්‍රිකෝණයේ සමාන කෝණවලට සම්මුඛ ව පිහිටන පාද සමාන වන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකමෙන් ලත් ප්‍රතිඵලය සාධාරණ වශයෙන් සත්‍ය වන අතර එය ප්‍රමේයයක් ලෙස පහත දැක්වේ.

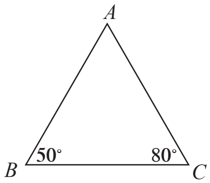
ප්‍රමේයය (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයයේ විලෝමය):

ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන නම්, එම සමාන කෝණවලට සම්මුඛව පිහිටන පාද ද සමාන වේ.



ප්‍රමේයයට අනුව PQR ත්‍රිකෝණයේ,
$P\hat{Q}R = P\hat{R}Q$ වන විට $PR = PQ$ වේ.

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ සමාන පාද යුගලය සොයන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C} = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)

$\hat{A} + 50^\circ + 80^\circ = 180^\circ$

$\hat{A} = 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ)$

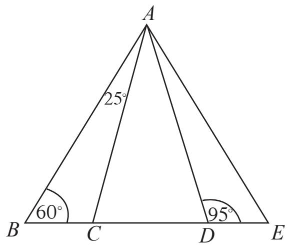
$= 180^\circ - 130^\circ$

$= 50^\circ$

$\hat{A} = \hat{B}$

$\therefore BC = AC$ (සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද)

නිදසුන 2



රූපයේ දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව $AC = AD$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ (බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව)

$= 60^\circ + 25^\circ$

$= 85^\circ$

CDE එකම සරල රේඛාවක් නිසා

$A\hat{D}C + A\hat{D}E = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත බද්ධ කෝණ)

$A\hat{D}C = 180^\circ - 95^\circ$

$= 85^\circ$

ACD ත්‍රිකෝණයේ

$A\hat{C}D = 85^\circ$

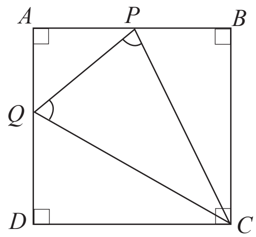
$A\hat{D}C = 85^\circ$

$\therefore \quad A\hat{D}C = A\hat{C}D$

$\therefore \underline{\underline{AC = AD}}$ (සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද)

නිදසුන 3

$ABCD$ සමචතුරස්‍රයේ AB පාදය මත P ද, AD පාදය මත Q ද පිහිටා ඇත්තේ $Q\hat{P}C = P\hat{Q}C$ වන සේ ය. $BP = QD$ බව සාධනය කරන්න.



PQC ත්‍රිකෝණයේ,
$Q\hat{P}C = P\hat{Q}C$ (දත්තය)
$\therefore QC = PC$ (සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද)

දැන් PBC හා DQC ත්‍රිකෝණ දෙකේ

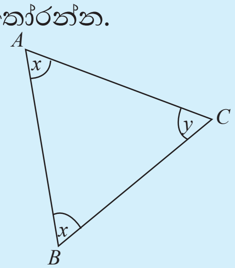
$P\hat{B}C = Q\hat{D}C = 90^{\circ}$ (සමචතුරස්‍රයේ ශීර්ෂ කෝණ)
$BC = DC$ (සමචතුරස්‍රයේ පාද)
$CP = CQ$ (සාධිතයි)
$\therefore PBC\Delta \equiv DQC\Delta$ (කර්ණ පා.)

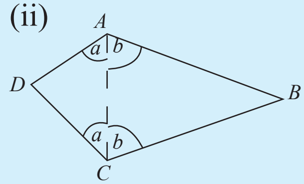
අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන නිසා

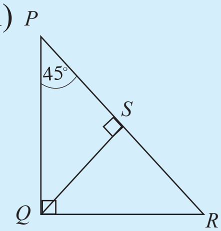
$\underline{\underline{BP = QD}}$

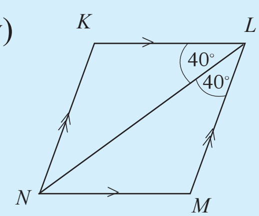
9.3 අභ්‍යාසය

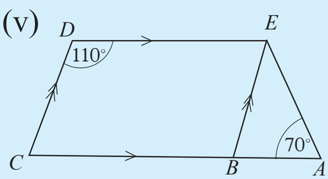
1. පහත එක් එක් රූපවල දී ඇති තොරතුරු අනුව, සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ඇති නම් ඒවා තෝරන්න.

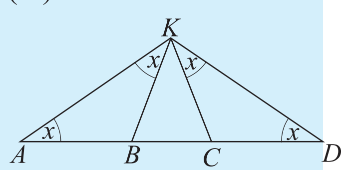
(i)


(ii)


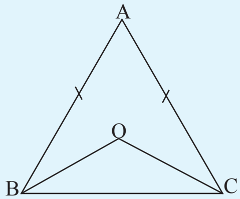
(iii)


(iv)


(v)


(vi)


2. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C = B\hat{C}A = B\hat{A}C$ නම්, ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

3. 

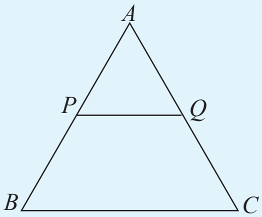
රූපයේ $AB = AC$ වේ. $A\hat{B}C$ හිත්, $A\hat{C}B$ හිත් සමච්ඡේදක O හි දී හමු වේ. BOC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

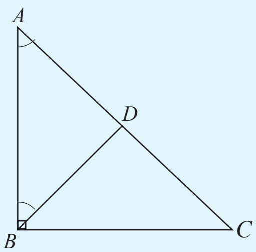
4. රූපයේ $AB = AC$ හා $BC//PQ$ වේ.

   (i) $AP = AQ$ බව

   (ii) $BP = CQ$ බව

   සාධනය කරන්න.



5. 

රූපයේ AC පාදය මත D ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $B\hat{A}D = D\hat{B}A$ වන සේය. තවද $A\hat{B}C = 90^\circ$ ද වේ.

   (i) $D\hat{B}C = D\hat{C}B$ බව

   (ii) AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D බව

   සාධනය කරන්න.

6. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B}$ හිත් $\hat{C}$ හිත් සමච්ඡේදක, R හි දී හමු වේ. R හරහා BCට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවට P හි දී ත් Q හි දී ත් පිළිවෙළින් ABත් ACත් හමුවේ.

   (i) $PB = PR$ බව

   (ii) $PQ = PB + QC$ බව

   සාධනය කරන්න.

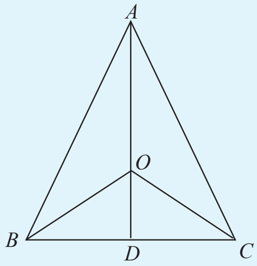
7. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{C}B = A\hat{B}P$ වන සේ, P ලක්ෂ්‍යය AC මත පිහිටා ඇත. $P\hat{B}C$ හි සමච්ඡේදකය AC පාදයට Q හිදී හමු වේ. $AB = AQ$ බව සාධනය කරන්න.

8. $PQRS$ චතුරස්‍රයේ $PQ = SR$ වේ. දිගින් එකිනෙකට සමාන PR හා QS විකර්ණ T හි දී කැපි යයි.

   (i) $PQR\Delta \equiv SQR\Delta$ බව

   (ii) $QT = RT$ බව

   සාධනය කරන්න.

9. 

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ. $A\hat{B}C$ හා $A\hat{C}B$ කෝණවල සමච්ඡේදක O හිදී හමු වේ. දික්කල AOට D හි දී BC හමු වේ.

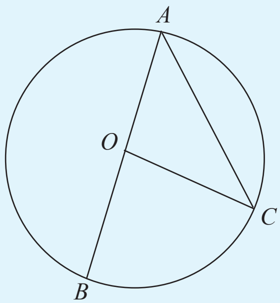
(i) BOC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව

(ii) $AOB\Delta \equiv AOC\Delta$ බව

(iii) AD, BCට ලම්බ බව

සාධනය කරන්න.

10. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් රූපයේ දැක්වේ.
$B\hat{O}C = 2B\hat{A}C$ බව සාධනය කරන්න.



10 ප්‍රතිලෝම සමානුපාත

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

ප්‍රතිලෝම සමානුපාත ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

අනුපාත

අනුපාත හා අනුලෝම සමානුපාත පිළිබඳව මීට කලින් උගත් කරුණු නැවත මතක් කර ගැනීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. අනුලෝම සමානුපාතයක් වීම සඳහා එක් එක් හිස් කොටුව තුළට ගැළපෙන සංඛ්‍යාව සොයන්න.

   (i) $5 : 2 = 20 : \square$ (ii) $2 : 3 = \square : 15$

   (iii) $4 : \square = 20 : 25$ (iv) $\square : 4 = 60 : 80$

2. ප්‍රවාහන සේවාවක් සඳහා යොදවා ඇති වාහනයක දිනක ආදායම රු 8 000ක් ද වියදම රු 4500ක් ද වේ. වාහනයේ දිනක ආදායම හා වියදම අතර අනුපාතය සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

3. සැබෑ බිමේ 1000 mක්, 2 cmකින් නිරූපණය වන පරිදි අඳින ලද පරිමාණ රූපයක පරිමාණය අනුපාතයක් ලෙස දක්වන්න.

4. චන්ද්‍රයා මත මෙන් හය ගුණයක ගුරුත්වාකර්ෂණ බලයක් පෘථිවිය මත පවතී. ඒ නිසා, චන්ද්‍රයා මත දී වස්තුවක බර හා පෘථිවිය මත දී එම වස්තුවේ බර අතර අනුපාතය 1 : 6 වේ. පෘථිවිය මත දී 540 N ක් වූ ගගනගාමියෙකුගේ බර, චන්ද්‍රයා මත දී කොපමණ වේ ද?

5. සිමෙන්ති හා වැලි බදාමයක් සකස් කර ගැනීම සඳහා සිමෙන්ති හා වැලි 1 : 6 අනුපාතයට මිශ්‍ර කරනු ලැබේ.

   (i) එවැනි මිශ්‍රණයක කවර භාගයක් සිමෙන්ති අඩංගු වේ ද?

   (ii) වැලි තාච්චි 18ක් සඳහා යෙදිය යුතු සිමෙන්ති තාච්චි ප්‍රමාණය කීය ද?

   (iii) සිමෙන්ති මල්ලක සිමෙන්ති තාච්චි 5ක් තිබේ. එවැනි මල්ලක් සම්පූර්ණයෙන් ම යොදා බදාම මිශ්‍රණයක් සෑදිය යුතුව තිබේ නම්, ඊට එක් කළ යුතු වැලි තාච්චි ගණන කීය ද?

   (iv) බදාම මිශ්‍රණයෙන් තාච්චි 70ක් සකස් කර ගැනීමට අවශ්‍ය සිමෙන්ති හා වැලි ප්‍රමාණ වෙන වෙනම සොයන්න.

10.1 ප්‍රතිලෝම සමානුපාතය

රාශීන් දෙකක් අතරින් එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට වැඩි වන විට අනෙක් රාශිය ද එම අනුපාතයට වැඩි වේ නම් හෝ, එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට අඩු වන විට අනෙක් රාශිය ද එම අනුපාතයට ම අඩු වේ නම් එවිට එම රාශි දෙක අතර **අනුලෝම සමානුපාතයක්** පවතින්නේ යැයි කියනු ලබන බව අපි දනිමු.

ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයක දී සිදු වන්නේ, රාශි දෙකක් අතරින් එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට වැඩි වන විට අනෙක් රාශිය එම අනුපාතයටම අඩු වීම හෝ, එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට අඩු වන විට අනෙක් රාශිය එම අනුපාතයටම වැඩි වීමයි.

පහත දැක්වෙන නිදසුන මගින් මෙය වඩාත් හොඳින් තහවුරු කර ගනිමු.

නවාතැන්පොළක නේවාසිකයන් 12 දෙනෙක් සඳහා දින 4කට සෑහෙන ආහාර ප්‍රමාණයක් ගබඩා කර තිබේ. එම ආහාර ප්‍රමාණය සැලකිල්ලට ගෙන පහත දැක්වෙන කරුණු පිළිබඳ අවධානය යොමු කරමු.

(i) නේවාසිකයන් ගණන 15ක් වුවහොත් ආහාර ප්‍රමාණය දින 4කට සෑහේ ද?
(ii) නේවාසිකයන් ගණන 6ක් වුවහොත් ආහාර ප්‍රමාණය දින කීයකට සෑහේ ද?
(iii) නේවාසිකයන් ගණන අඩු වන විට, ආහාර ප්‍රමාණය සෑහෙන දින ගණන අඩු වේ ද? වැඩි වේ ද?
(iv) නේවාසිකයන් 12කට දින 4කට සෑහෙන මෙම ආහාර ප්‍රමාණය එක් නේවාසිකයෙකුට දින කීයකට සෑහේ ද?

නේවාසිකයන් 12 දෙනෙකුට දින 4කට සෑහෙන ආහාර ප්‍රමාණය, නේවාසිකයන් 6 දෙනෙකුට දින 8කට සෑහෙන බවත්, එක් නේවාසිකයෙකුට දින 48කට සෑහෙන බවත් සාමාන්‍ය අවබෝධය අනුව පෙනී යයි. නේවාසිකයන් ගණනත්, ආහාර ප්‍රමාණය සෑහෙන දින ගණනත් අතර පහත දැක්වෙන සම්බන්ධතා නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

නේවාසිකයන් ගණන	**දින ගණන**
12	4
(8)	(6)
6	8
4	12
(2)	(24)
1	48

නේවාසිකයන් ගණන හා දින ගණන යන රාශි දෙක සමානුපාතිකව වෙනස් වන්නේ කෙසේ දැයි බලමු. ඉහත සටහන අනුව, නේවාසිකයන් ගණන 8 සිට 2 දක්වා අඩු වන විට සෑහෙන දින ගණන 6 සිට 24 දක්වා වැඩි වේ. මෙවිට,
එහි නේවාසිකයන් ගණන අතර අනුපාතය = 8 : 2 = 4 : 1

එම නේවාසිකයන් ගණනට සෑහෙන දින ගණන 6 සිට 24 තෙක් වැඩි වී ඇත.
එම දින ගණන් අතර අනුපාතය = 6 : 24 = 1 : 4

1 : 4 අනුපාතය, 4 : 1 අනුපාතයට සමාන නොවුණත්, එක් අනුපාතයක සංඛ්‍යා දෙක හුවමාරු කළ විට ලැබෙන නව අනුපාතය අනෙක් අනුපාතයට සමාන වේ.

එවිට, නේවාසිකයන් ගණන අතර අනුපාතය = 8 : 2 = 4 : 1
ඊට අනුරූප දින ගණන් දෙක මාරු කළ විට අනුපාතය = 24 : 6 = 4 : 1

මෙවැනි අවස්ථාවක දී නේවාසිකයන් ගණන හා දින ගණන අතර සම්බන්ධතාවට **ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයක්** යැයි කියනු ලැබේ.

ඉහත නේවාසිකයන් ගණන හා දින ගණන අතර සම්බන්ධතාවෙහි තවත් අවස්ථා දෙකක් බලමු.

නේවාසිකයන් ගණන	**දින ගණන**
12	4
1	48

නේවාසිකයන් ගණන අතර අනුපාතය = 12 : 1
ඊට අනුරූප දින ගණන් හුවමාරු කළ විට ඒවා අතර අනුපාතය = 48 : 4 = 12 : 1

මෙවැනි සෑම අවස්ථා දෙකක් සඳහාම ප්‍රතිලෝම සමානුපාත සම්බන්ධතාව පැවතිය යුතු ය. ප්‍රතිලෝම සම්බන්ධතා පවතින තවත් උදාහරණ දෙකක් පහත දැක්වේ.

(i) එකම කාර්යයක් නිම කිරීම සඳහා යොදවන මිනිසුන් ගණන හා ඔවුන්ට ගත වන කාලය.
(ii) වාහනයක් ඒකාකාර වේගයෙන් යම් නියත දුරක් ගමන් කිරීමේ දී එම වාහනයේ වේගය හා එම වේගයෙන් යාමට ගත වන කාලය.

දැන් පහත නිදසුනට අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1

එක්තරා වැඩක් සම්පූර්ණ කිරීමට මිනිසුන් 5 දෙනෙකුට දින 8ක් ගත වේ. මිනිසුන් 10 දෙනෙකුට එම වැඩය සම්පූර්ණ කිරීමට ගත වන දින ගණන සොයන්න.

මෙම ගැටලුව විසඳිය හැකි ක්‍රම දෙකක් පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කරමු. මෙහි ඇත්තේ ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයකි.

(i) **ක්‍රමය**

මිනිසුන් 10 දෙනාට ගත වන දින ගණන x යැයි ගනිමු.

එවිට,

මිනිසුන් ගණන	**දින ගණන**
5	8
10	x

ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයක් නිසා,

$$5 : 10 = x : 8$$

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{8}$$

$$10x = 8 \times 5$$

$$= 40$$

$$\therefore x = 40 \div 10$$

$$= 4$$

$\therefore$ මිනිසුන් 10 දෙනාට ගත වන දින ගණන 4 වේ.

(ii) **ක්‍රමය**

වැඩය සම්පූර්ණ කිරීමට මිනිසුන් 5 දෙනාට ගත වන කාලය = දින 8

එක් මිනිසෙකුට ගත වන කාලය = දින 8 × 5

= දින 40

මිනිසුන් 10 දෙනාට ගත වන කාලය = දින 40 ÷ 10

= දින 4

සටහන : ඉහත නිදසුනේ සඳහන් වැඩය නිම කිරීම සඳහා එක් මිනිසෙකුට ගත වූ දින ගණන වන 40 නමැති අගය එම වැඩෙහි ප්‍රමාණය මැනීම සඳහා මිනුමක් ලෙස ගත හැකි ය. එම අගය **මිනිස් දින ගණන** ලෙස හැඳින්වේ.

වැඩෙහි ප්‍රමාණය = වැඩය සම්පූර්ණ කිරීම සඳහා එක් මිනිසෙකුට ගත වන කාලය

= මිනිසුන් ගණන × දින ගණන

මේ අනුව මෙම වැඩෙහි ප්‍රමාණය, මිනිස් දින 40 ලෙස දැක්විය හැකි ය. වැඩක ප්‍රමාණය මිනිස් දිනවලින් මෙන්ම මිනිස් පැයවලින් ද මැනිය හැකි ය.

නිදසුන 2

එක්තරා වැඩක් සම්පූර්ණ කිරීමට මිනිසුන් 5 දෙනෙකුට දින 8ක් ගත වේ. එම වැඩය දින 2කින් අවසන් කිරීමට මිනිසුන් කී දෙනෙකු යෙදවිය යුතු ද?

ඉහත නිදසුන 1හි දැක්වූ (ii) ක්‍රමය යොදා ගනිමු.

මිනිසුන් 5 දෙනාට වැඩය සම්පූර්ණ කිරීමට ගත වන දින ගණන = 8

$\therefore$ එක් මිනිසෙකුට ගත වන දින ගණන = 8 × 5

$\therefore$ වැඩෙහි ප්‍රමාණය = මිනිස් දින 8 × 5

= මිනිස් දින 40

$\therefore$ දින 2කින් අවසන් කිරීමට අවශ්‍ය මිනිසුන් ගණන = 40 ÷ 2

= 20

නිදසුන 3

වැඩබිමක සේවයේ නියුතු 40කගෙන් සමන්විත සේවක කණ්ඩායමක් සඳහා දින 12කට සෑහෙන ආහාර ගබඩා කර ඇත. දින 6කට පසු කණ්ඩායමට තවත් සේවකයන් 8 දෙනෙකු එකතු වුවහොත්, ඉතිරිව තිබෙන ආහාර ප්‍රමාණය තවත් දින කීයකට සෑහේ ද?

මෙම ගැටලුව ක්‍රම දෙකකට විසඳන අයුරු දැන් බලමු.

(i) ක්‍රමය

මිනිසුන් 40ට දින 12ට සෑහෙන ආහාර ප්‍රමාණය $= 40 \times 12$
$= 480$

මිනිසුන් 40ට දින 6ට සෑහෙන ආහාර ප්‍රමාණය $= 40 \times 6$
$= 240$

ඉතිරිවන ආහාර ප්‍රමාණය $= 480 - 240$
$= 240$

මිනිසුන් 48ට එම ආහාර සෑහෙන දින ගණන $= 240 \div 48$
$=$ දින 5

දැන් මෙම ගැටලුව වීජ ගණිතය ඇසුරෙන් විසඳන අයුරු විමසා බලමු.

(ii) ක්‍රමය

සේවකයන් 40 දෙනාට දින 12ට සෑහෙන ආහාර ප්‍රමාණය, ඔවුන් 40දෙනාට දින 6ට හා එකතු වූ 8 දෙනාත් සමඟ 48දෙනාට තවත් දින කීපයකට සෑහේ. දින 6කට පසු 48 දෙනාට ආහාර සෑහෙන දින ගණන x යැයි ගනිමු. සේවකයන් 40දෙනාට දින 12ට ප්‍රමාණවත් ආහාර ප්‍රමාණය, සේවකයන් 40දෙනාට දින 6කට හා සේවකයන් 48දෙනාට දින xට ප්‍රමාණවත් ආහාර ප්‍රමාණවල එකතුවට සමාන කළ හැකි ය.

$$\therefore 40 \times 12 = (40 \times 6) + (48 \times x)$$
$$480 = 240 + 48x$$
$$48x = 480 - 240$$
$$= 240$$
$$\therefore x = \frac{240}{48}$$
$$= 5$$

$\therefore$ ඉතිරි ආහාර ප්‍රමාණය සෑහෙන දින ගණන 5ක් වේ.

10.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් වගන්තියෙහි සඳහන් අවස්ථාව සඳහා (a), (b) හා (c) අතරින් ගැළපෙන පිළිතුර තෝරා ප්‍රකාශය ඉදිරියෙන් ඇති වරහන තුළ ලියන්න.

(a) සමානුපාතයක් නොවේ (b) අනුලෝම සමානුපාතයකි (c) ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයකි

(i) කඳවුරක සිටින භටයින් ගණන හා ඔවුන් සඳහා ගබඩා කර ඇති ආහාර ප්‍රමාණය (................)

(ii) වෘත්තයක අරය හා වර්ගඵලය (..............)

(iii) නියත ඒකාකාර වේගයෙන් වාහනයක් ගමන් කරන දුර හා ඊට ගත වන කාලය (................)

(iv) වර්ගඵලය නියත වූ ඍජුකෝණාස්‍රයක දිග හා පළල (.................)

(v) සීනි මිල දී ගැනීමට වෙළෙඳසැලකට යන්නෙක්, මිල දී ගන්නා සීනි ප්‍රමාණය හා ඒ සඳහා වියදම් වන මුදල (..............)

2. මිනිසුන් 8 දෙනෙකුට යම් කාර්යයක් කිරීමට දින 9ක් ගත වේ.

(i) එක් මිනිසෙකුට එම කාර්යය නිම කිරීමට ගත වන කාලය දින කීය ද?

(ii) එම වැඩෙහි ප්‍රමාණය මිනිස් දින කීය ද?

(iii) මිනිසුන් 12 දෙනෙකු එම කාර්යය සඳහා යෙදවුවහොත් ඔවුන්ට දින කීයකින් එම කාර්යය නිම කළ හැකි ද?

3. වත්තක් සම්පූර්ණයෙන්ම ශුද්ධ කිරීමට මිනිසුන් 10 දෙනෙකුට දින 8ක් ගත වේ යැයි ඇස්තමේන්තු කළ ඉඩම් හිමියා, මුල් දින දෙකේ දී මිනිසුන් 12 දෙනෙකු එම කාර්යය සඳහා යෙදවීය.

(i) මුළු වැඩෙහි ප්‍රමාණය මිනිස් දින කීය ද?

(ii) මුල් දින දෙක අවසානයේ කෙතරම් වැඩ ප්‍රමාණයක් අවසන් කෙරෙයි ද?

(iii) දින 6ක් තුළ සම්පූර්ණ වැඩය අවසන් කිරීමට ඉඩම් හිමියා අපේක්ෂා කරයි නම්, ඉතිරි දින හතර සඳහා අලුතෙන් මිනිසුන් කී දෙනෙකු වැඩෙහි නිරත කරවිය යුතු ද?

4. ගොවිපොළක සිටින ගවයන් 12 දෙනෙකු සඳහා දින 10කට ප්‍රමාණවත් ආහාර තිබුණි. දින දෙකකට පසු තවත් ගවයින් හතරදෙනෙකු එම ගොවිපොළට එකතු කරනු ලැබීය.

(i) ගබඩා කර තිබූ ආහාර ප්‍රමාණය එක් ගවයෙකුට දින කීයකට ප්‍රමාණවත් ද?

(ii) ගවයින් ප්‍රමාණය වැඩි වීම නිසා, ගබඩා කර ඇති ආහාර ප්‍රමාණය සෑහෙන දින ගණන දින කීයකින් අඩු වේ ද?

5. පුහුණු කඳවුරක පුහුණුලාභීන් 24 දෙනෙකුට, දින 8කට අවශ්‍ය ආහාර ගබඩා කර තිබුණි. කඳවුර ආරම්භ කර දින 2කින් පසු අසනීප වීම නිසා පුහුණුලාභීහු 6 දෙනෙක් කඳවුර අතහැර ගියහ. ඉතිරි වූ ආහාර ප්‍රමාණය නියමිත දින ගණනට වඩා තවත් වැඩිපුර දින දෙකකට ප්‍රමාණවත් වන බව පෙන්වන්න.

6. එක සමාන ප්‍රමාණයේ පොම්ප තුනකින් පැය 4ක කාලයක දී ජල තටාකයක් හිස් කළ හැකි ය. එම පොම්ප තුන යොදා ජල තටාකය හිස් කිරීමේ යෙදුණ නමුත් හරියටම පැයක් ගත වූ විට, එක් පොම්පයක් අක්‍රිය විය. ඉතිරි පොම්ප දෙකෙන් තටාකය හිස් කිරීම සම්පූර්ණ කෙරිණි. පොම්පයක් අක්‍රිය වීම නිසා, වැඩිපුර ගත වූ කාලය සොයන්න.

7. 40 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරන වාහනයකට එක්තරා ගමනක් යාමට පැය බාගයක් ගත වේ. එම වාහනය 50 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කළ හොත්, එම ගමනට ගත වන කාලය මිනිත්තුවලින් සොයන්න.

8. මිනිසුන් 4 දෙනෙකු එක්ව ඉටු කිරීමට භාරගත් වැඩකින්, දවසට පැය 6ක් බැගින් දවස් තුනක් වැඩ කිරීමෙන් පසු අවසන් කර ගැනීමට හැකි වූයේ එම වැඩෙන් $\frac{2}{3}$ක් පමණි.
(ඉඟිය: මිනිස් පැය = මිනිසුන් ගණන × දින ගණන × දිනකට වැඩකරන පැය ගණන)
(i) මුළු වැඩෙහි ප්‍රමාණය මිනිස් පැය කීය ද?
(ii) ඔවුන් හතර දෙනාම එක්ව පසුදින එම වැඩය අවසන් කිරීමට බලාපොරොත්තු වේ. ඒ සඳහා එදින පැය කීයක් වැඩ කිරීමට සිදු වේ ද?

10.2 ප්‍රතිලෝම සමානුපාත වීජීය ආකාරයෙන් දැක්වීම

එක්තරා වැඩක් නිම කිරීමට මිනිසුන් අට දෙනෙකුට එක් දිනක් ගත වේ නම්,

- මිනිසුන් හතරදෙනෙකුට දින දෙකක් ගත වේ.
- මිනිසුන් දෙදෙනෙකු යෙදවූයේ නම් දින හතරක් ගත වේ.
- එක් මිනිසෙකු පමණක් යෙදවීමෙන් වැඩය සම්පූර්ණ කිරීමට දින අටක් ගත වේ.

මෙම අවස්ථා හතරේ දී ම, මිනිසුන් ගණනේ හා දින ගණනේ ගුණිතය නියතයක් බව නිරීක්ෂණය කරන්න.
එනම්,

මිනිසුන් ගණන × දින ගණන = නියත අගයක්

එම නියත අගය, වැඩෙහි ප්‍රමාණය වේ. එම වැඩෙහි ප්‍රමාණය මනින ඒකකය මිනිස් දින ලෙස ඉහත දී හැඳින්වීය. මේ අනුව; මිනිසුන් ගණන x හා දින ගණන y වූ විට,

$xy = k$ (k යනු නියතයකි.)

$\therefore \quad x = \frac{k}{y}$ හෝ $y = \frac{k}{x}$ ලෙස ද ගත හැකි ය.

අනුලෝම සමානුපාතයෙහි යෙදෙන ආකාරය අනුව මෙය, $x \propto \frac{1}{y}$ ලෙස ද දැක්විය හැකි ය. මින් අදහස් වන්නේ, x හා $\frac{1}{y}$ අනුලෝමව සමානුපාතික බවයි. මෙවිට, x හා y ප්‍රතිලෝමව සමානුපාතික යැයි කියනු ලැබේ.

නිදසුන 1

මිනිසුන් 8 දෙනෙකුට දින 9ක දී වැඩක් අවසාන කළ හැකි ය. එහෙත් එම වැඩය සඳහා යොදවා ගත හැකි වූයේ මිනිසුන් හය දෙනෙකු පමණි. එය අවසන් කිරීමට දින කීයක් ගත වේ ද?

මිනිසුන් ගණන x මගිනුත්, දින ගණන y මගිනුත් දක්වමු. එවිට, $xy = k$ සමීකරණයෙන්, දී ඇති දත්ත අනුව,

$8 \times 9 = k$

$6y = k$ සමීකරණ ලැබේ.

මෙහි දී එකම වැඩයක් ගැන සළකන නිසා එකම k නියතයක් යොදා ගත හැකි බව වටහා ගන්න.

$$8\times 9=6y$$

$$\text{එනම්},\ y=\frac{8\times 9}{6}$$

$$=12$$

∴ මිනිසුන් 6 දෙනෙකුට වැඩය නිම කිරීමට දින 12 ක් ගතවේ.

නිදසුන 2

එක්තරා වැඩක් දින 9කින් නිම කළ මිනිසුන් කණ්ඩායමක්, එවැනිම වැඩ ප්‍රමාණයක් සහිත වැඩක් කිරීම සඳහා තවත් මිනිසුන් තිදෙනෙකු කණ්ඩායමට බඳවාගත්තේ ය. එම වැඩය දින 6ක දී නිම කළ හැකි වූයේ නම්, මුල් කණ්ඩායමේ සිටි මිනිසුන් ගණන සොයන්න.

මුල් කණ්ඩායමේ සිටි මිනිසුන් ගණන x ලෙස ගත් විට, දී ඇති දත්ත අනුව,

$x\times 9 = k$ හා

$(x+3)\times 6 = k$ සමීකරණය ලැබේ.

මෙයින්, $9x = 6(x+3)$

$\therefore\ 9x = 6x+18$

$\therefore\ 3x = 18$

$\therefore\ x = 6$

එම නිසා, මුල් කණ්ඩායමේ සිටි මිනිසුන් ගණන 6කි.

වීජීය ආකාරය යොදා ගනිමින් පහත අභ්‍යාසයේ ඇති ගැටලු විසඳන්න.

10.2 අභ්‍යාසය

1. යම් වැඩක් අවසන් කිරීමට මිනිසුන් 5 දෙනෙකුට දින 4ක් ගත විය. මිනිසුන් 4දෙනෙකුට එම වැඩය නිම කිරීමට දින කීයක් අවශ්‍ය වේද?

2. දවසකට පැය 5 බැගින් වැඩ කර දවස් 4ක දී වත්තක් එළිපෙහෙළි කර අවසන් කිරීමට මිනිසුන් 9දෙනෙකු යෙදවීමට සිදු විය. දිනකට පැය 6 බැගින් වැඩකරන මිනිසුන් කීදෙනෙකුට එම වැඩය දින 10කින් නිම කළ හැකි ද?
(ඉඟිය: මිනිස් පැය = මිනිසුන් ගණන × දින ගණන × දිනකට වැඩකරන පැය ගණන)

3. මිනිසුන් 18 දෙනෙකුට දින 6ක දී අවසන් කළ හැකි වැඩක ඇති වැඩ ප්‍රමාණය මෙන් දෙගුණයක වැඩ ප්‍රමාණයක් ඇති වැඩක් දින 9කින් අවසන් කිරීමට අපේක්ෂා කෙරේ. දෙවන වැඩය දින 9 දී අවසන් කිරීමට යෙදවිය යුතු මිනිසුන් ගණන සොයන්න.

11 දත්ත නිරූපණය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් වට ප්‍රස්තාර ඇඳීමට
- වට ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් තොරතුරු ලබා ගැනීමට

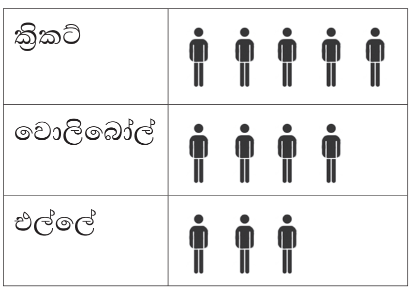
හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

11.1 වට ප්‍රස්තාර මගින් දත්ත නිරූපණය

පාසලක 10 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගෙන් ක්‍රිකට්, වොලිබෝල් සහ එල්ලේ යන ක්‍රීඩා අතරින් ඔවුන් වඩාත්ම කැමැති ක්‍රීඩාව පිළිබඳව විමසා රැස් කර ගත් තොරතුරු පහත දැක්වේ.

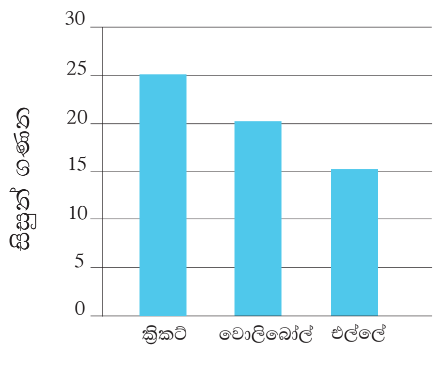
ක්‍රීඩාව	සිසුන් සංඛ්‍යාව
ක්‍රිකට්	25
වොලිබෝල්	20
එල්ලේ	15

ඉහත තොරතුරු චිත්‍ර ප්‍රස්තාරයකින් සහ තීර ප්‍රස්තාරයකින් පහත ආකාරවලට නිරූපණය කරන අයුරු ඔබ මීට පෙර ඉගෙන ගෙන ඇත.



පරිමාණය: කින් සිසුන් 5ක් දැක්වේ

චිත්‍ර ප්‍රස්තාරය

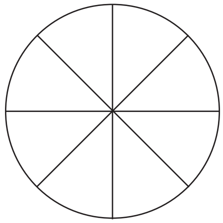


තීර ප්‍රස්තාරය

එක් එක් ක්‍රීඩාවට කැමති සිසුන් සංඛ්‍යාව තීර ප්‍රස්තාරයෙහි තීරවල උසින් දැක්වේ. චිත්‍ර ප්‍රස්තාරයෙහි එය දැක්වෙන්නේ රූප මගිනි.

චිත්‍ර ප්‍රස්තාර සහ තීර ප්‍රස්තාර මෙන් ම දත්ත නිරූපණය කරන තවත් ක්‍රමයකි, වට ප්‍රස්තාර. ඒවා වෘත්ත ප්‍රස්තාර යනුවෙන් ද හැඳින්වේ.

වට ප්‍රස්තාර මගින් දත්ත නිරූපණය කිරීමේ දී මුළු දත්ත සංඛ්‍යාව වෘත්තයක සම්පූර්ණ ප්‍රදේශයෙන් (වර්ගඵලයෙන්) දැක්වෙයි. සංඛ්‍යාත දැක්වෙන්නේ සුදුසු කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ මගිනි. එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සොයන අයුරු දැන් සලකා බලමු.



නිදසුනක් ලෙස සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 8කට වෙන් කර ඇති ඉහත රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තය සලකමු.
එක් කොටසක වර්ගඵලය වෘත්තයේ වර්ගඵලයෙන් $\frac{1}{8}$ කි. එවිට කේන්ද්‍රය වටා ඇති කෝණය ද සමාන කොටස් 8කට වෙන් වේ.

ලක්ෂ්‍යයක් වටා කෝණය 360°ක් නිසා එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක කෝණය එනම් කේන්ද්‍ර කෝණය, කේන්ද්‍රය වටා ඇති කෝණයෙන් $\frac{1}{8}$ කි. එනම් 360°න් $\frac{1}{8}$ කි.

එම නිසා වෘත්තයෙන් $\frac{1}{8}$ දක්වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය $= 360^\circ \times \frac{1}{8}$

$= \underline{\underline{45^\circ}}$

එසේම වෘත්තයෙන් $\frac{3}{8}$ දක්වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය $= 360^\circ \times \frac{3}{8}$

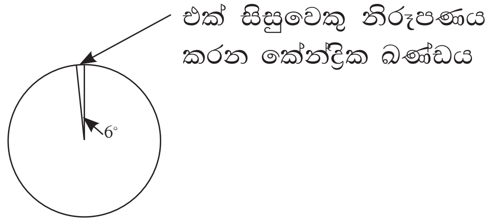
$= \underline{\underline{135^\circ}}$

දැන්, ඉහත වගුවේ දී ඇති දත්ත දැක්වීමට සුදුසු වට ප්‍රස්තාරයක් අඳිමු.
මුලින් ම සුදුසු අරයක් සහිත (සෙන්ටිමීටර 3ක් පමණ සෑහේ) වෘත්තයක් අඳිමු.

එම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වටා කෝණය වන 360°ට අනුරූප වර්ගඵලය වන වෘත්තයේ මුළු වර්ගඵලයෙන් සිසුන් 60 දෙනා දක්වමු.

එවිට, එක් සිසුවෙකු නිරූපණය කෙරෙන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ \times \frac{1}{60}$

$= \underline{\underline{6^\circ}}$



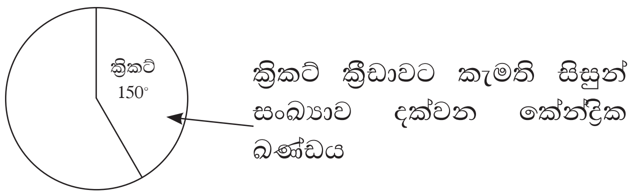
මේ අනුව,

ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවට කැමති සිසුන් 25දෙනා දැක්වෙන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ \times \frac{25}{60}$

$= 6^\circ \times 25$

$= \underline{\underline{150^\circ}}$

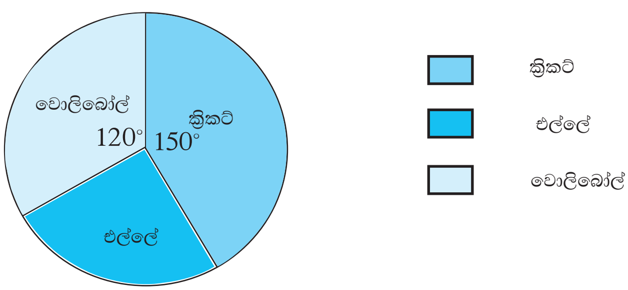
දැන් එය මෙසේ වෘත්තය තුළ දක්වමු.



මෙලෙසම වොලිබොල් ක්‍රීඩාවට කැමති සිසුන් 20දෙනා දැක්වෙන කේන්ද්‍ර කෝණය $\Big\}$ $= 360^\circ \times \frac{20}{60}$

$= 120^\circ$

වෘත්තයේ ඉතිරි වෘත්ත ඛණ්ඩයෙන් එල්ලේ ක්‍රීඩාවට කැමති සිසුන් නිරූපණය වේ. එයට අනුරූප කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය $360^\circ \times \frac{15}{60}$ ලෙස සෙවිය හැකි වුවත් එසේ සෙවීම අනවශ්‍ය ය. ඉතිරි කෝණයේ අගය එයට සමාන විය යුතු ය. මෙම කරුණු සියල්ල පහත ආකාරයේ වට ප්‍රස්තාරයකින් දැක්විය හැකි ය.



වට ප්‍රස්තාරයක සාමාන්‍යයෙන් කෝණ අගය දෙනු නොලබන අතර එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙන් නිරූපිත අගය ප්‍රතිශත ලෙස දෙනු ලැබේ.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ වෙනස් වර්ණවලින් හෝ රටාවලින් දැක්වීමෙන් දත්ත සැසඳීම පහසු වේ. එකම වෘත්තයක දත්ත නිරූපණය වන බැවින් වඩා අඩු, වඩා වැඩි ආදී වශයෙන් සැසඳීමට පහසු ය.

නිදසුන 1

පුද්ගලයින් 600 දෙනෙකු සහභාගි වූ ශ්‍රමදානයක දී දිවා ආහාරය ලබා දීම සඳහා තමන් වඩාත් කැමති ව්‍යංජන වර්ගය පිළිබඳ ව විමසා ලබා ගත් තොරතුරු පහත දැක්වේ.

ආහාර වර්ගය	පුද්ගලයන් ගණන
මාළු	250
බිත්තර	150
මස්	75
එළවළු	125
එකතුව	600

ඉහත තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වමු.

මාළු ආහාරයට ගන්නා පුද්ගලයන් 250 දක්වන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^{o} \times \frac{250}{600}$

$= \underline{\underline{150^{o}}}$

බිත්තර ආහාරයට ගන්නා පුද්ගලයන් 150 දක්වන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^{o} \times \frac{150}{600}$

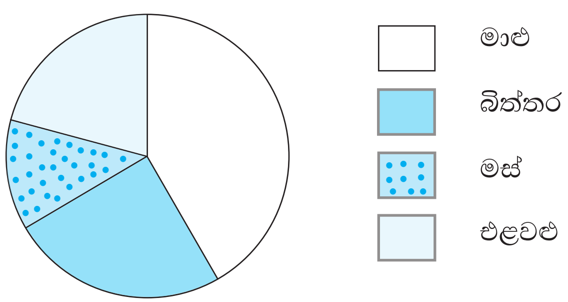
$= \underline{\underline{90^{o}}}$

මස් ආහාරයට ගන්නා පුද්ගලයන් 75 දක්වන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^{o} \times \frac{75}{600}$

$= \underline{\underline{45^{o}}}$

එළවළු ආහාරයට ගන්නා පුද්ගලයන්, වට ප්‍රස්තාරයේ ඉතිරි කොටසින් ලැබෙන නිසා ඉහත ආකාරයට ගණනය කිරීම අනවශ්‍යය.

ඉහත දැක්වූ තොරතුරු අනුව සැකසූ වට ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.



11.1 අභ්‍යාසය

1. පංතියක ළමයි 40 දෙනෙක් සිටිති. ඔවුන් සෞන්දර්ය විෂය වශයෙන් නැටුම්, සංගීතය සහ චිත්‍ර යන විෂයයන් තෝරා ගෙන ඇත. ඔවුන්ගෙන් 20 දෙනෙක් චිත්‍ර විෂය ද, 15 දෙනෙක් සංගීත විෂය ද හදාරති. ඉතිරි ළමයි නැටුම් විෂය හදාරති.
ඉහත තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වන්න.

2. පහත දැක්වෙන වගුවෙන් පාසලක උසස් පෙළ පංතිවල ඉගෙනුම ලබන සිසුන් හදාරන විෂය ධාරා පිළිබඳ තොරතුරු දැක්වේ.

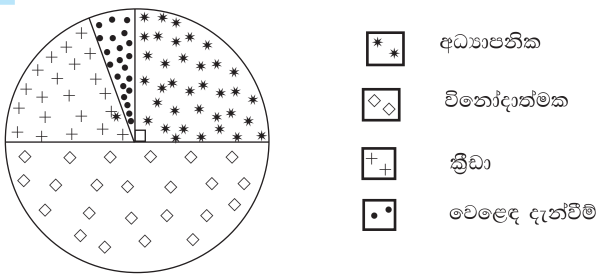
විෂය ධාරාව	සිසුන් සංඛ්‍යාව
කලා	45
විද්‍යා	20
වාණිජ	25
තාක්ෂණ	30

ඉහත තොරතුරු දැක්වීම සඳහා වට ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.

3. පුවත්පත් විකුණන වෙළෙඳසැලක සතියේ දිනක දී විකුණුනු පුවත්පත් සංඛ්‍යාව 540ක් විය. විකිණුනු සිංහල පුවත්පත් ගණන 210ක් ද දමිළ පුවත්පත් ගණන 150ක් ද වූ අතර ඉතිරිය ඉංග්‍රීසි පුවත්පත් විය. මෙම තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වන්න.

11.2 වට ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් තොරතුරු ලබා ගැනීම

නිදසුන 1



ඉහත වට ප්‍රස්තාරයෙන්, දිනකට පැය 18ක් විකාශය වන රූපවාහිනී නාලිකාවක්, එක් එක් වැඩසටහන සඳහා තම විකාශන කාලය වෙන් කර ඇති ආකාරය දැක්වෙයි.
මෙම වට ප්‍රස්තාරයෙන් පහත විමසා ඇති තොරතුරු ලබා ගනිමු.

(i) වැඩිම කාලයක් වෙන් කොට ඇත්තේ කුමන වර්ගයේ වැඩසටහන් සඳහා ද?
(ii) අඩුම කාලයක් වෙන් කොට ඇත්තේ කුමන වර්ගයේ වැඩසටහන් සඳහා ද?
(iii) (*a*) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලය දක්වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය කොපමණ ද?
(*b*) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලය මුළු විකාශන කාලයෙහි භාගයක් ලෙස දක්වන්න.

(*c*) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලය කොපමණ ද?

(*d*) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලය සහ විනෝදාත්මක වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලය අතර අනුපාතය සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

(iv) (*a*) ක්‍රීඩා සඳහා වෙන් කර තිබූ කාලය පැය 3ක් නම්, ක්‍රීඩා දැක්වෙන කේන්ද්‍ර කෝණය කොපමණ ද?

(*b*) වෙළෙඳ දැන්වීම් සඳහා යොදා ගැණුන කාලය කොපමණ ද?

පිළිතුරු

(i) වෘත්ත ප්‍රස්තාරයේ විශාලම වෘත්ත ඛණ්ඩයෙන් විනෝදාත්මක වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කළ කාලය නිරූපණය කෙරෙයි. එනම් වැඩිම කාලයක් වෙන් කර ඇත්තේ විනෝදාත්මක වැඩසටහන් සඳහායි.

(ii) කුඩාම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙන් දැක්වෙන්නේ වෙළෙඳ දැන්වීම් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලයයි. එනම් අවම කාලයක් වෙන් කොට ඇත්තේ වෙළෙඳ දැන්වීම් සඳහායි.

(iii) *a*) 90°

b) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කරන කේන්ද්‍ර ඛණ්ඩයේ කෝණය $= 90^\circ$

මුළු කාලය නිරූපණය කරන කෝණය $= 360^\circ$

අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන්කර ඇති කාලය මුළු කාලයේ භාගයක් ලෙස $\Big\}$ $= \dfrac{90}{360} = \dfrac{1}{4}$

c) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන්කර ඇති කාලය $=$ පැය $18 \times \dfrac{90}{360}$

$=$ පැය $4\dfrac{1}{2}$

(*d*) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් නිරූපිත කේන්ද්‍ර කෝණය $= 90^\circ$

විනෝදාත්මක වැඩසටහන් නිරූපිත කේන්ද්‍ර කෝණය $= 180^\circ$

$\therefore$ අසා ඇති අනුපාතය $= 90 : 180$

$= 1 : 2$

(iv) (*a*) ක්‍රීඩා සඳහා වෙන් කළ කාලය, මුළු කාලයේ භාගයක් ලෙස $= \dfrac{\text{පැය } 3}{\text{පැය } 18} = \dfrac{1}{6}$

ක්‍රීඩා සඳහා වෙන් කළ කාලය දැක්වෙන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ \times \dfrac{1}{6}$

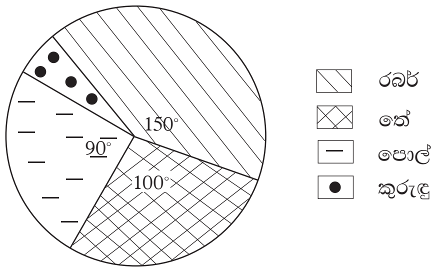
$= 60^\circ$

(b) වෙළෙඳ දැන්වීම් නිරූපණය කරන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ - 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ)$
$= 30^\circ$

වෙළෙඳ දැන්වීම් සඳහා වෙන්වුණ කාලය $= \frac{30}{60} \times 3 =$ පැය $\underline{\underline{1\frac{1}{2}}}$

නිදසුන 2

පහත දැක්වෙන්නේ එක්තරා ප්‍රදේශයක හෙක්ටාර 720 භූමි ප්‍රදේශයක වගා කර ඇති වගාවන් පිළිබඳ තොරතුරු දැක්වෙන වට ප්‍රස්තාරයකි.



වට ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් පහත දැක්වෙන ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු ලියන්න.

(i) වැඩිම බිම් ප්‍රමාණයක වගා කර ඇති වගාව කුමක් ද?
(ii) අඩුම භූමි ප්‍රමාණයක වගා කර ඇති වගාව කුමක් ද?
(iii) තේ වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය කොපමණ ද?
(iv) කුරුඳු වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය කොපමණ ද?

පිළිතුරු

(i) රබර්
(ii) කුරුඳු
(iii) තේ වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය $= 100^\circ$

තේ වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය = හෙක්ටාර $\frac{100}{360} \times 720$

= $\underline{\underline{\text{හෙක්ටාර } 200}}$

(iv) කුරුඳු වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය

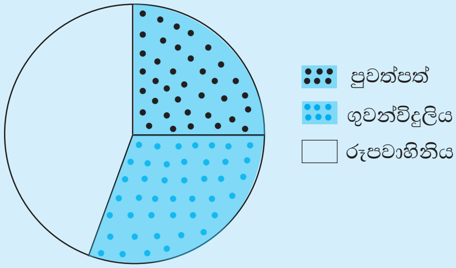
$= 360^\circ - (100^\circ + 150^\circ + 90^\circ)$
$= 360^\circ - 340^\circ$
$= 20^\circ$

කුරුඳු වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය = හෙක්ටාර $\frac{20}{360} \times 720$

= $\underline{\underline{\text{හෙක්ටාර } 40}}$

11.2 අභ්‍යාසය

1. පාසලක 10 ශ්‍රේණියේ ඉගෙනුම ලබන ළමයින් 40ක ගෙන් තමන් වඩාත් කැමැති මාධ්‍යය පිළිබඳ ව විමසන ලදුව ලබා ගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කළ වට ප්‍රස්තාරයක් පහත දැක්වේ.



වට ප්‍රස්තාරය ඇසරෙන් පහත දැක්වෙන ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු ලියන්න.

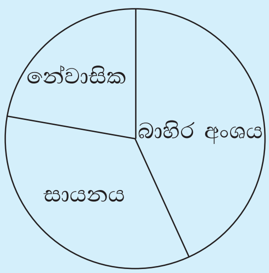
(i) වැඩිම ළමයි ගණනක් කැමති මාධ්‍යය කුමක් ද?

(ii) අඩුම ළමයි ගණනක් කැමති මාධ්‍යය කුමක් ද?

(iii) රූපවාහිනී මාධ්‍යයට කැමති ළමුන් නිරූපණය කරන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය 162° නම්, රූපවාහිනී මාධ්‍යයට කැමති ළමයි සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(iv) පුවත්පත් මාධ්‍යයට කැමති ළමයි නිරූපණය කරන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය 90° නම්, පුවත්පත් මාධ්‍යයට කැමති ළමයි සංඛ්‍යාව සොයන්න.

2. එක්තරා දිනක දී, රෝහලක විවිධ අංශවලින් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් රෝගීන් ගණන පිළිබඳ තොරතුරු පහත වට ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ. එදින රෝහලින් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් මුළු රෝගීන් ගණන 600කි.

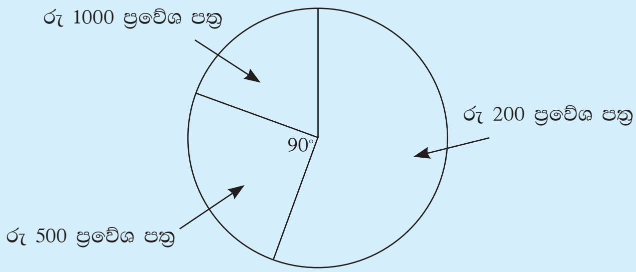


(i) මෙම දිනය තුළ දී වැඩිම රෝගීන් ගණනක් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් අංශය කුමක් ද?

(ii) වැඩිම ගණනක් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් අංශයෙන් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් රෝගීන් සංඛ්‍යාව නිරූපණ කරන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය 150° නම්, එම අංශයෙන් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් රෝගීන් සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?

(iii) නේවාසිකව ප්‍රතිකාර ලබා ගත් රෝගීන් සංඛ්‍යාව 130ක් නම්, වට ප්‍රස්තාරයේ නේවාසික රෝගීන් දක්වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණයේ අගය සොයන්න.

3. නාට්‍ය දර්ශනයක් සඳහා රු 1000, රු 500 සහ රු 200 වටිනාකමින් යුත් ටිකට්පත් මුද්‍රණය කරන ලදි. අලෙවි වූ ටිකට් ප්‍රමාණ පිළිබඳ තොරතුරු පහත වට ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



(i) වැඩියෙන් ම අලෙවි වූයේ කුමන වටිනාකමින් යුත් ප්‍රවේශ පත්‍ර ද?

(ii) අලෙවි වූ රු 500 ටිකට් ගණන අලෙවි වූ මුළු ප්‍රවේශ පත්‍ර සංඛ්‍යාවෙන් කොපමණ භාගයක් ද?

(iii) රු 1000 ප්‍රවේශපත්‍ර 140ක් අලෙවි වී තිබුණි. එම ප්‍රවේශ පත්‍ර අලෙවි වූ ප්‍රමාණය දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 70°ක් නම් විකුණන ලද රු 200 ටිකට්පත් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(iv) ප්‍රවේශ පත්‍ර විකිණීමෙන් ලැබූ මුළු ආදායම කොපමණ ද?

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. මහා විද්‍යාලයක 1 ශ්‍රේණියේ සිට උසස් පෙළ දක්වා පංති පැවැත්වේ. 1 - 5 ශ්‍රේණිවල ඉගෙනුම ලබන ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව 600කි. 6 - 11 ශ්‍රේණිවල ඉගෙනුම ලබන ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව 500කි. උසස් පෙළ ශ්‍රේණිවල ඉගෙනුම ලබන සිසුන් ගණන 340කි. මෙම තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වන්න.

2. කර්මාන්තශාලාවක සේවකයන් හට ගමනාගමන පහසුකම් සැලසීමේ අරමුණින්, ඔවුන්ගෙන් ලබා ගත් තොරතුරු පහත දැක්වේ.

කර්මාන්ත ශාලාවට පැමිණෙන ආකාරය	සේවක සංඛ්‍යාව
පා ගමනින්	110
පා පැදියෙන්	100
බසයෙන්	690

මෙම තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වන්න.

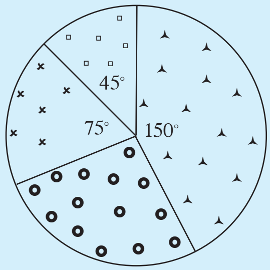
3. එක්තරා නිවෙසක ජනවාරි මාසය සඳහා වූ ජල, විදුලි හා දුරකතන බිල්වල එකතුව රු 2700කි. විදුලි බිල රු 1440කි. ජල සැපයුම සඳහා බිල රු 750කි.
ඉහත තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වන්න.

4. සුභසාධක සමිතියක වාර්ෂික චාරිකාව සඳහා පොළොන්නරුව, අනුරාධපුරය, මහනුවර යන ප්‍රදේශවලින් එකක් තෝරා ගැනීමට තීරණය විය. සාමාජික සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{1}{4}$ ක් පොළොන්නරුව ප්‍රදේශයට කැමැත්ත ප්‍රකාශ කරන ලදි. සාමාජිකයෝ 36ක් මහනුවර ප්‍රදේශයට ද ඉතිරි සාමාජිකයෝ 54 දෙනා අනුරාධපුර ප්‍රදේශයට ද කැමැත්ත ප්‍රකාශ කළහ.

(i) සුභසාධක සංගමයේ සාමාජික සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?

(ii) ඉහත දත්ත වට ප්‍රස්තාරයකින් නිරූපණය කරන්න.

5. පහත දැක්වෙන වට ප්‍රස්තාරයෙන්, මැතිවරණයක දී පක්ෂ හතරක් ලබා ගත් ඡන්ද ප්‍රමාණ දැක්වේ. වැඩිම ඡන්ද ප්‍රමාණයක් ලබා ගත් පක්ෂයට ලැබුණු මුළු ඡන්ද ප්‍රමාණය 9300 කි.



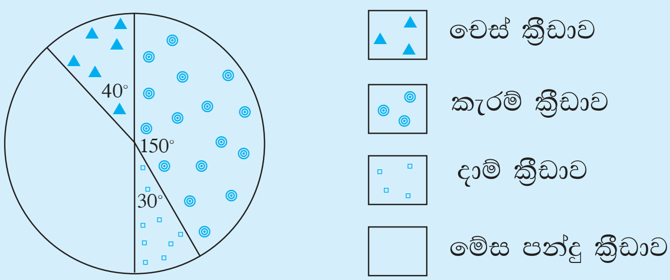
(i) පක්ෂ 4ම ලබා ගත් ඡන්ද සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?

(ii) තෙවන තැන ලබා ගත් පක්ෂය ලබා ගත් මුළු ඡන්ද සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?

(iii) හතරවන තැන ලැබූ පක්ෂය ලබා ගත් ඡන්ද ප්‍රමාණය මුළු ඡන්ද ප්‍රමාණයෙන් භාගයක් ලෙස දක්වන්න.

(iv) වට ප්‍රස්තාරයේ දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන්, දෙවන තැන දිනූ පක්ෂය ලබා ගත් ඡන්ද සංඛ්‍යාව මුළු ඡන්ද සංඛ්‍යාවේ ප්‍රතිශතයක් ලෙස දක්වන්න.

6. ක්‍රීඩා සමාජයක සාමාජිකයින්ගෙන් තමන් වඩාත් කැමැති ගෘහස්ථ ක්‍රීඩාව පිළිබඳ විමසා රැස්කර ගත් දත්ත පහත වට ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



චෙස් ක්‍රීඩාවට කැමැති සාමාජික සංඛ්‍යාව 8 කි.

වට ප්‍රස්තාරයට අනුව

(i) වැඩිම සාමාජික සංඛ්‍යාවක් කැමැති ක්‍රීඩාව කුමක් ද?

(ii) කැරම් ක්‍රීඩාවට කැමැති සාමාජිකයින් ගණන කොපමණ ද?

(iii) මේස පන්දු ක්‍රීඩාවට කැමැති සාමාජිකයින් ගණන කොපමණ ද?

12 වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීම

සංඛ්‍යා කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය (කු.පො.ගු.) යන්නෙන් අදහස් වන්නේ එම සංඛ්‍යා සියල්ලෙන්ම බෙදෙන කුඩා ම සංඛ්‍යාව යි. එය සොයන ආකාරය ඔබ මීට පෙර ඉගෙනගෙන ඇත. ඒ පිළිබඳ දැනුම නැවත මතකයට නගා ගනිමු.

6, 8, 12 යන සංඛ්‍යාවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය, ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලිවීමෙන් සොයමු.

$$6 = 2 \times 3 = 2^1 \times 3^1$$
$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^1$$

ඉහත සංඛ්‍යාවල එකිනෙකට වෙනස් ප්‍රථමක සාධක 2 හා 3 වේ. සංඛ්‍යා තුනේ ම සාධක සැලකූ විට ඒවායෙහි,

2 හි වැඩිතම බලය $= 2^3$
3 හි වැඩිතම බලය $= 3^1$

$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $= 2^3 \times 3$
$= \underline{\underline{24}}$

මේ අනුව, සංඛ්‍යා කිහිපයක කු.පො.ගු. සොයන ආකාරය මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

1. එක් එක් සංඛ්‍යාව ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියන්න.
2. සියලුම සංඛ්‍යාවල සාධක අතරින්, එක් එක් ප්‍රථමක සංඛ්‍යාව සඳහා, වැඩිතම බලය තෝරන්න.
3. එම බල සියල්ල ගුණ කිරීමෙන් කු.පො.ගු. ලබා ගන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වයෙහි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය, එම සංඛ්‍යා ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලිවීමෙන් සොයන්න.
   (i) 12, 18, 24 (ii) 6, 10, 15 (iii) 20, 30, 60
   (iv) 8, 12, 24 (v) 24, 36, 48

2. අයිස්ක්‍රීම් නිෂ්පාදන ආයතනයක් සතු ව අයිස්ක්‍රීම් වෑන් රථ තුනක් ඇත. එක් වෑන් රථයක් දින 3කට වරක් ද, තවත් වෑන් රථයක් දින 6කට වරක් ද, ඉතිරි වෑන් රථය දින 8කට වරක් ද "ඉසුරුවිමන" නිවාස සංකීර්ණයට පැමිණෙයි. මෙම වෑන් රථ තුන ම එක ම දිනක දී "ඉසුරුවිමන" ට පැමිණියේ නම්, නැවත වරක් එක ම දිනක දී පැමිණෙන්නේ දින කීයකට පසු ද?

3. ජෝර්ජ් මහතා සෑම ඉරිදා දිනක ම ඉර බැසීම නැරඹීම සඳහා ගාලු මුවදොර පිටියට යන අතර, මොහොමඩ් මහතා දින 6කට වරකුත්, ප්‍රියන්ත මහතා දින 8කට වරකුත් ඉර බැසීම නැරඹීම සඳහා මෙම ස්ථානයට ම පැමිණෙති. 2013.12.08 ඉරු දින මොවුන් ගාලු මෝදර පිටියේ දී එකට මුල් ම වතාවට හමු වූ අතර නැවත එකට එම ස්ථානයේ දී ම ඔවුන් හමු වන්නේ දින කීයකට පසු ද? එම දිනය කුමක් ද?

4. සංඛ්‍යාවක් 5න් බෙදූ විට එකක් ඉතිරි වේ. 6න් බෙදූ විට ද එකක් ඉතිරි වේ. 7න් බෙදූ විට ද එකක් ඉතිරි වේ. එසේ පවතින කුඩා ම සංඛ්‍යාව සොයන්න.

12.1 වීජීය පද සහිත ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීම

වීජීය පද කිහිපයක කු.පො.ගු. යනුවෙන් අදහස් වන්නේ කුමක්ද යන්නත් එය සොයන ආකාරයත් දැන් විමසා බලමු. ඒ සඳහා නිදසුනක් ලෙස $4a^2$, $6ab$, $8b$ යන වීජීය පදවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයමු.

එක් එක් පදය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියමු.

$$4a^2 = 2\times 2\times a\times a = 2^2\times a^2$$

$$6ab = 2\times 3\times a\times b = 2^1\times 3^1\times a^1\times b^1$$

$$8b = 2\times 2\times 2\times b = 2^3\times b^1$$

මෙම වීජීය ප්‍රකාශනවල එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, 3, a හා b වේ.

2 හි විශාලතම බලය $= 2^3$
3 හි විශාලතම බලය $= 3^1$
a හි විශාලතම බලය $= a^2$
b හි විශාලතම බලය $= b^1$

මෙවිට කු.පො.ගු. ලෙස හැඳින්වෙන්නේ මෙම සාධකවල විශාලම දර්ශකය සහිත බලවල ගුණිතයයි.

$\therefore$ කු.පො.ගු. $= 2^3\times 3\times a^2\times b$

$= \underline{\underline{24a^2b}}$

දෙන ලද වීජීය පද සහිත ප්‍රකාශනවල එකිනෙකට වෙනස් සියලු ම සාධකවල විශාලත ම දර්ශකය සහිත බලවල ගුණිතයෙන් කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය ලැබේ.

12.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කොටසෙහි ඇති ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සොයන්න.

(i) xy, xy^2 (ii) a^2b, ab^2 (iii) $6, 3a, 8b$ (iv) $24, 8x, 10x^2$
(v) $4m, 8mn, 12m^2$ (vi) $6p, 4pq, 12pq^2$ (vii) $4, 6x^2y, 8y$ (viii) m^2n, nm, nm^2
(ix) $ab, 4a^2b, 8a^2b^2$ (x) $5xy, 10x^2y, 2xy^2$

12.2 ද්විපද ප්‍රකාශන සහිත වීජීය ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සෙවීම තවදුරටත්

$2x + 4$ හා $3x - 9$ හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයමු.

මෙවැනි වීජීය ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සෙවීම සඳහා මුලින්ම මෙම ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවිය යුතු ය.

$$2x + 4 = 2\,(x + 2)$$
$$3x - 9 = 3\,(x - 3)$$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, 3, $(x + 2)$ හා $(x - 3)$ වේ. සෑම සාධකයක ම විශාලම දර්ශකය 1 වේ.

විශාලතම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය $= 2\times3\times(x+2)\times(x-3)$

$\therefore$ කු.පො.ගු. $= \underline{\underline{6\,(x+2)\,(x-3)}}$

නිදසුන 1

$15x^2$, $20\,(x + 1)$, $10\,(x + 1)^2$ හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$$15x^2 = 3 \times 5 \times x^2$$
$$20\,(x + 1) = 2 \times 2 \times 5 \times (x + 1) = 2^2 \times 5 \times (x + 1)$$
$$10\,(x + 1)^2 = 2 \times 5 \times (x + 1)^2$$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, 3, 5, x සහ $(x + 1)$ වේ.

$\therefore$ කු.පො.ගු. $= 2^2\times3\times5\times x^2(x+1)^2$

$= \underline{\underline{60x^2(x+1)^2}}$

නිදසුන 2

$(b-a), 2(a-b), 4a^2\,(a-b)^2$ යන වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$$(b-a) = (-1)\times(a-b)$$
$$2(a-b) = 2\times(a-b)$$
$$4a^2(a-b)^2 = 2\times2\times a^2\times(a-b)^2$$
$$= 2^2\times a^2\times(a-b)^2$$

> මෙහි $b - a$ පදය ද $-(a - b)$ ලෙස සකසා ගත යුතු ය.

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, (-1), a, $(a - b)$ වේ.

විශාලත ම බලවල ගුණිතය $= 2^2\times(-1)\times a^2\times(a-b)^2$

$\therefore$ කු.පො.ගු $= \underline{\underline{-4a^2(a-b)^2}}$

සටහන : $a - b = -(b - a)$ වුවද $(a - b)^2 = (b - a)^2$ බව දැන සිටීම ගැටලු විසඳීමේ දී පහසුවක් වනු ඇත.

12.2 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් කොටසේ දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සොයන්න.

a. $3x + 6,\ 2x - 4$
b. $2a + 8,\ 3a + 12$
c. $p - 4,\ 8 - 2p$
d. $8(x + 5),\ 20(x + 5)^2$
e. $3x,\ 15(x + 1),\ 9(x - 1)$
f. $a^2,\ 2(a - b),\ (b - a)$
g. $3(x - 2),\ 5(3 - x),\ (x - 2)(x - 3)$
h. $3x,\ 15(x - 3),\ 6(x - 3)^2$
i. $(t - 1),\ (1 - t)^2$
j. $2a - 4,\ 12(a - 2)^2,\ 8(a + 2)(2 - a)^2$

12.3 වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීම තවදුරටත්

(a) වර්ග දෙකක අන්තරයක් ඇති විට

නිදසුන 1

$2x - 6,\ 4x(x - 3)^2,\ 6(x^2 - 9)$ යන වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$2x - 6 = 2(x - 3)$

$4x(x - 3)^2 = 2 \times 2 \times x \times (x - 3)^2$

$6(x^2 - 9) = 2 \times 3 \times (x - 3)(x + 3)$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක $2,\ 3,\ x,\ (x - 3)$ සහ $(x + 3)$ වේ.

$\therefore$ කු.පො.ගු. $= 2^2 \times 3 \times x \times (x + 3) \times (x - 3)^2$

$= \underline{\underline{12x(x + 3)(x - 3)^2}}$

(b) ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන ඇති විට

නිදසුන 2

$3(x + 2)^2,\ x^2 + 5x + 6,\ 2x^2 + 7x + 3$ යන වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$3(x + 2)^2 = 3 \times (x + 2)^2$

$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

$2x^2 + 7x + 3 = (x + 3)(2x + 1)$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක $3,\ (x + 2),\ (x + 3),\ (2x + 1)$ වේ.

$\therefore$ කු.පො.ගු. $= \underline{\underline{3(x + 3)(2x + 1)(x + 2)^2}}$

12.3 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් කොටසේ දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සොයන්න.

a. $3(x - 2),\ (x^2 - 4)$
b. $6(x - 1),\ 2x(x^2 - 1)$
c. $3x - 9,\ 4x(x - 3),\ (x^2 - 9)$
d. $(a - b),\ (a^2 - b^2)$
e. $p(p - q),\ pq(p^2 - q^2)$
f. $x^2 + 2x + 1,\ 2(x + 1)$
g. $x^2 - 8x + 15,\ 2x^2 - x - 15$
h. $x^2 - 4,\ 3x^2 - 5x - 2,\ 3x^2 - 9x - 12$
i. $m^2 - 5m + 6,\ m^2 - 2m - 3$
j. $x^2 - a^2,\ x^2 - ax,\ x^2 - 2ax + a^2$

13 වීජීය භාග

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

හරයේ අසමාන වීජීය ප්‍රකාශන සහිත භාග සුළු කිරීම

පිළිබඳ අවබෝධයක් ලැබෙනු ඇත.

වීජීය භාග

පහත දැක්වෙන්නේ වීජීය භාගවලට නිදසුන් කිහිපයකි.

$$\frac{x}{4}, \ \frac{2x+1}{x+3}, \ \frac{3}{1+6y}, \ \frac{x^2+x+1}{x^3-3x}$$

මේවායේ හරයේ හෝ ලවයේ හෝ ඒ දෙකෙහිම හෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇත. හරයේ ඇති ප්‍රකාශන සංඛ්‍යාත්මක හෝ සමාන වීජීය ප්‍රකාශන වන විට එම වීජීය භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම පිළිබඳ ඔබ මීට පෙර ඉගෙන ගත් දෑ යොදා ගනිමින් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කරන්න.

(i) $\frac{x}{3} + \frac{x}{3}$ (ii) $\frac{x+1}{5} + \frac{2x+3}{3}$ (iii) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{4}$

(iv) $\frac{x+1}{3} + \frac{x+3}{6}$ (v) $\frac{2}{a} + \frac{3}{a} - \frac{1}{a}$ (vi) $\frac{5}{x+2} - \frac{3x+1}{x+2}$

13.1 හරයේ අසමාන වීජීය පද සහිත භාග සුළු කිරීම

සුළු කරන්න.

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{2x}$$

$\frac{2}{x}$ හා $\frac{3}{2x}$ යන භාග දෙකෙහි හරයේ ඇති පද දෙක x හා $2x$ වේ. ඒවා අසමාන නිසා මෙම භාග දෙක එකවරම එකතු කළ නොහැකි ය. එම නිසා, භාග දෙකෙහි හරය සමාන වන ලෙස එක් එක් භාගයට තුල්‍ය භාග ලියා සුළු කරමු.

එනම්,
$$\frac{2}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{2\times 2}{x\times 2} + \frac{3}{2x}$$
$$= \frac{4}{2x} + \frac{3}{2x}$$
$$= \frac{7}{2x}$$

මෙහි එක් එක් තුල්‍ය භාගයේ හරය $2x$ වේ. $2x$ යන්න එක් එක් භාගයේ හරයේ (x හා $2x$ හි) කු.පො.ගු. බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඒ ආකාරයටම පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කර ඇති අයුරු විමසා බලන්න.

නිදසුන 1

$$\frac{5}{3a} - \frac{3}{4a}$$

$$= \frac{5 \times 4}{3a \times 4} - \frac{3 \times 3}{4a \times 3}$$

$$= \frac{20}{12a} - \frac{9}{12a}$$

$$= \frac{11}{12a}$$

නිදසුන 2

$$\frac{2}{3x} + \frac{5}{4y^2}$$

$$= \frac{2 \times 4y^2}{3x \times 4y^2} + \frac{5 \times 3x}{4y^2 \times 3x}$$

$$= \frac{8y^2}{12xy^2} + \frac{15x}{12xy^2}$$

$$= \frac{8y^2 + 15x}{12xy^2}$$

නිදසුන 3

$$\frac{3b}{4a} + \frac{2a}{3b^2} + \frac{a}{2b}$$

$$= \frac{3b \times 3b^2}{4a \times 3b^2} + \frac{2a \times 4a}{3b^2 \times 4a} + \frac{a \times 6ab}{2b \times 6ab}$$

$$= \frac{9b^3}{12ab^2} + \frac{8a^2}{12ab^2} + \frac{6a^2b}{12ab^2}$$

$$= \frac{9b^3 + 8a^2 + 6a^2b}{12ab^2}$$

13.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කරන්න.

a. $\frac{3}{x} + \frac{1}{3x}$ **b.** $\frac{7}{4a} - \frac{1}{2a}$ **c.** $\frac{3}{5m} + \frac{5}{4m^2}$ **d.** $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$

e. $\frac{7}{3x} - \frac{5}{4x}$ **f.** $\frac{3}{2a} + \frac{2}{a} - \frac{1}{3a}$ **g.** $\frac{3}{4x} - \frac{2}{3x} + \frac{4}{2x}$ **h.** $\frac{5}{m} + \frac{n}{3m}$

i. $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$ **j.** $\frac{1}{4a^2} + \frac{3}{5a}$ **k.** $\frac{3n}{m^2} - \frac{4}{5m}$ **l.** $\frac{3}{2a^2} - \frac{5}{4b} + \frac{4b}{3}$

13.2 හරයේ අසමාන ද්විපද ප්‍රකාශන සහිත වීජීය භාග සුළු කිරීම

මෙහි දී ද, ඉහත 13.1 හි පරිදි ම, හරයේ වීජීය ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සොයා එක් එක් භාගයට තුල්‍ය භාග ලිවීමෙන් පසු සුළු කරනු ලැබේ.

නිදසුන 1 සුළු කරන්න $\frac{1}{p+1} + \frac{1}{p+5}$

$p+1$ සහ $p+5$ හි කු.පො.ගු. $(p+1)(p+5)$ වන නිසා

$$\frac{1}{p+1} + \frac{1}{p+5} = \frac{p+5}{(p+1)(p+5)} + \frac{p+1}{(p+1)(p+5)}$$

$$= \frac{p+5 + p+1}{(p+1)(p+5)}$$

$$= \frac{2p+6}{(p+1)(p+5)}$$

$$= \frac{2(p+3)}{(p+1)(p+5)}$$

නිදසුන 2

සුළු කරන්න.

$$\frac{4}{x+3} - \frac{3}{x+4}$$

$$= \frac{4\,(x+4)}{(x+3)(x+4)} - \frac{3(x+3)}{(x+3)(x+4)}$$

$(x+3)$ සහ $(x+4)$ හි කු.පො.ගු. $(x+3)(x+4)$ නිසා

$$= \frac{4\,(x+4)-3(x+3)}{(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{4x+16-3x-9}{(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{x+7}{(x+3)(x+4)}$$

හරයේ වර්ගජ ප්‍රකාශන ඇති විට වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක ලියා ගැනීමෙන් පසු හරයන්ගේ කු.පො.ගු. සොයා, ඉහත ආකාරයටම සුළු කළ යුතුය.

නිදසුන 3

සුළු කරන්න.

$$\frac{1}{(x+2)} + \frac{1}{(x^2-3x-10)}$$

$$= \frac{1}{(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x-5)}$$

$$= \frac{(x-5)+1}{(x+2)(x-5)}$$

$$= \frac{(x-4)}{(x+2)(x-5)}$$

නිදසුන 4

සුළු කරන්න.

$$\frac{1}{(x-1)} + \frac{3}{(x+1)} - \frac{2}{(x^2-1)}$$

$$= \frac{(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{3(x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{x+1+3x-3-2}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{4x-4}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{4\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\,(x+1)}$$

$$= \frac{4}{(x+1)}$$

13.2 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කරන්න.

(A)

a. $\dfrac{1}{a} + \dfrac{2}{a+2}$

b. $\dfrac{5}{x} + \dfrac{3}{x+1}$

c. $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{x+3}$

d. $5 + \dfrac{2}{x+3}$

e. $\dfrac{5}{4x+1} - \dfrac{3}{3(2x+1)}$

f. $\dfrac{8}{x+5} - \dfrac{3}{5-x}$

g. $\dfrac{2}{x+5} + \dfrac{3}{x-2} + \dfrac{1}{x}$

h. $\dfrac{2}{1-x} - \dfrac{3}{5-x}$

i. $\dfrac{3}{2(y-2)} + \dfrac{2}{3(y-2)}$

j. $\dfrac{1}{m-3} - \dfrac{2}{2m-1}$

k. $\dfrac{3}{x-6} - \dfrac{2}{2x-5}$

l. $\dfrac{4}{3(x+1)} - \dfrac{2}{5(x-1)}$

(B)

a. $\dfrac{x+3}{x^2-1} + \dfrac{1}{x+1}$

b. $\dfrac{t-1}{t+1} + \dfrac{1}{t^2-1}$

c. $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{x^2-1}$

d. $\dfrac{1}{a-3} + \dfrac{1}{a^2-a-6}$

e. $\dfrac{1}{x+3} + \dfrac{1}{x^2+x-6}$

f. $\dfrac{3}{x^2+x-2} - \dfrac{1}{x^2-x-6}$

g. $\dfrac{4}{p^2+p-6} - \dfrac{2}{p^2+5p+6}$

h. $\dfrac{1}{x^2+4x+4} - \dfrac{1}{(x-2)(x+2)}$

i. $\dfrac{3}{a^2+5a+6} + \dfrac{1}{a^2+4a+3}$

j. $\dfrac{1}{2a+1} + \dfrac{1}{a^2+3a+2}$

14 ප්‍රතිශත

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- බදු වර්ග හඳුනා ගැනීමට හා ඒ ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමටත්
- සුළු පොලිය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමටත්

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

ඔබ මෙතෙක් ඉගෙනගෙන ඇති ප්‍රතිශත ආශ්‍රිත විෂය කරුණු නැවත මතකයට නගා ගැනීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත වගුවේ එක් එක් කොටුව තුළට සුදුසු අගය ලියන්න.

භාගය	දශම ආකරය	ප්‍රතිශත ආකාරය
$\frac{1}{2}$	0.5	50%
$\frac{3}{5}$	0.6	
	0.8	80%
$\frac{1}{4}$		25%
	0.06	
		8%

2. ප්‍රතිශත ලෙස දක්වන්න.

(i) රු 50ක් රු 200ක (ii) ශත 25ක් රුපියලක (iii) 8 cm ක් මීටර 2ක
(iv) ග්‍රෑම් 50ක් 1 kgක (v) 300 ml ක් 1 lක (vi) ළමුන් 15ක් ළමුන් 40ක

3. ප්‍රමාණය සොයන්න.

(i) රු 500න් 60%ක් (ii) 250 kmන් 20%ක් (iii) පැය 24න් 25%ක්
(iv) 2lන් 3%ක් (v) 1 kgන් 15%ක් (vi) 1.5 mන් 12%ක්

14.1 බදු

ඕනෑම රටක පවත්නා රජයක් විසින් එම රටෙහි පුනරාවර්තන වියදම් පියවා ගැනීම සඳහා රටේ මහජනතාවගෙන් මුදල් අය කරනු ලැබේ. එලෙස අය කර ගන්නා මුදල් බදු ලෙස හැඳින්වේ. බදු වර්ග අය කර ගන්නා ආකාරය හා අය කර ගන්නා ප්‍රමාණය විවිධ වේ. ප්‍රතිශත ලෙස, බදු අය කිරීම සුලභ ක්‍රමයකි. පුද්ගලයෙකු රජයට කෙළින්ම ගෙවිය යුතු බදු වර්ග 'සෘජු' බදු ලෙස හැඳින්වේ. එවැනි බදු වර්ග කීපයක් පහත දැක්වේ.

- වරිපනම් බදු
- තීරු බදු
- ආදායම් බදු

ඍජු ව ම අය නොකෙරෙන බදු 'වක්‍ර බදු' ලෙස හැඳින්වේ. දැනට අය කෙරෙන එවැනි බදු වර්ගයක් ලෙස එකතු කළ අගය මත බද්ද හැඳින්විය හැකි ය.

වරිපනම් බදු

මහා නගර සභා, නගර සභා හා ප්‍රාදේශීය සභා යන පළාත් පාලන ආයතන මගින් අදාළ බලප්‍රදේශ තුළ ජීවත් වන පුද්ගලයන් සඳහා ලබා දෙන මහා මාර්ග පහසුකම්, කැලි කසළ කළමනාකරණය, වීදි ආලෝකකරණය වැනි විවිධ පහසුකම් සැපයීම වෙනුවෙන් එම බල ප්‍රදේශ තුළ පිහිටා ඇති නිවාස, ඉඩකඩම් හා ව්‍යාපාරික ස්ථානවලින් අය කෙරෙන මුදල් **වරිපනම් බදු** ලෙස හැඳින්වේ. රජයේ තක්සේරු දෙපාර්තමේන්තුව විසින් නිවාස ඉඩකඩම් වැනි දේපළවල වාර්ෂික වටිනාකම් තක්සේරු කරනු ලබන අතර, එම තක්සේරු වටිනාකමින් කිසියම් ප්‍රතිශතයක් වරිපනම් බදු ලෙස අය කෙරේ. මෙම බදු මුදල් සෑම වර්ෂයක් සඳහා ම ගණනය කෙරෙන අතර, එම මුදල් එකවර හෝ තුන්මසකට හෙවත් කාර්තුවකට වරක් බැගින් වූ සමාන වාරික 4කින් හෝ ගෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 1

වාර්ෂික වටිනාකම රු 36 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති නිවසක් සඳහා 4%ක වාර්ෂික වරිපනම් බදු මුදලක් අය කෙරේ. කාර්තුවක් සඳහා ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු මුදල ගණනය කරන්න.

වාර්ෂික වරිපනම් බදු මුදල $= \text{රු } 36\ 000 \times \frac{4}{100}$
$= \text{රු } 1\ 440$

$\therefore$ කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු මුදල $= \text{රු } 1\ 440 \div 4$
$= \underline{\underline{\text{රු } 360}}$

නිදසුන 2

නගර සභා බල ප්‍රදේශයක පිහිටි කඩ කාමරයක් සඳහා වාර්ෂික තක්සේරු අගය රු 24 000ක් වන අතර ඒ සඳහා කාර්තුවකට අය කෙරෙන වරිපනම් බදු මුදල රු 300කි. අය කෙරෙන වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

කඩකාමරයේ තක්සේරු අගය $= \text{රු } 24\ 000$
කාර්තුවකට අය කෙරෙන වරිපනම් බදු මුදල $= \text{රු } 300$
$\therefore$ වසරකට අය කෙරෙන වරිපනම් බදු මුදල $= \text{රු } 300 \times 4$
$= \text{රු } 1\ 200$

මේ අනුව, අය කෙරෙන වරිපනම බදු ප්‍රතිශතය $= \frac{1\ 200}{24\ 000} \times 100\%$

$= \underline{\underline{5\%}}$

තීරු බදු

සමහර භාණ්ඩ ආනයනයේ දී සහ අපනයනයේ දී එහි වටිනාකමින් කොටසක් රජයට බදු ලෙස ගෙවිය යුතු ය. එසේ අය කෙරෙන බදු මුදල් තීරු බදු ලෙස හැඳින්වේ. එම බදු මුදල් අය කරනු ලබන්නේ ශ්‍රී ලංකා රේගු දෙපාර්තමේන්තුව මගිනි.

විදේශ සේවාවල නියුක්ත ව සිට ආපසු පැමිණෙන පුද්ගලයන් සඳහා ඇතැම් භාණ්ඩ තීරු බදු රහිත ව මිල දී ගත හැකි වන අතර, ඒ සඳහා ගුවන් තොටුපළවල තීරු බදු රහිත සාප්පු සංකීර්ණ පිහිටුවා ඇත. තවද, ඇතැම් සේවාවල නියුතු පුද්ගලයන් සඳහා තීරු බදු රහිත මිලට හෝ අඩු කරන ලද තීරු බදු සහිත ව වාහන ආනයනය කිරීමේ වරප්‍රසාදය රජය ලබා දෙයි.

නිදසුන 1

එක්තරා ඔරලෝසු වර්ගයක ආනයනික වටිනාකමින් 10%ක් තීරු බදු වශයෙන් ගෙවිය යුතු ය. රු 5 000ක ආනයනික වටිනාකමක් ඇති ඔරලෝසුවක් සඳහා ගෙවිය යුතු තීරු බදු මුදල කොපමණ ද?

ගෙවිය යුතු තීරු බදු මුදල $=$ රු $5\ 000 \times \frac{10}{100}$

$=$ $\underline{\underline{\text{රු } 500}}$

නිදසුන 2

මෝටර්රථයක් ආනයනයේ දී එහි වටිනාකමින් 60%ක් තීරු බදු ලෙස ගෙවිය යුතු ය. රු 2 000 000ක් වටිනා මෝටර්රථයක් සඳහා තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු ආනයනකරුට මෝටර් රථය සඳහා වියදම් වී ඇති මුදල සොයන්න.

I ක්‍රමය

ගෙවිය යුතු තීරු බදු මුදල $=$ රු $2\ 000\ 000 \times \frac{60}{100}$

$=$ රු 1 200 000

තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු මෝටර් රථය සඳහා වියදම් වී ඇති මුදල $=$ රු $2\ 000\ 000 + 1\ 200\ 000$

$=$ $\underline{\underline{\text{රු } 3\ 200\ 000}}$

II ක්‍රමය

තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු මෝටර් රථය සඳහා වියදම $=$ රු $2\ 000\ 000 \times \frac{160}{100}$

$=$ $\underline{\underline{\text{රු } 3\ 200\ 000}}$

නිදසුන 3

ශ්‍රී ලංකාවේ සිට මැද පෙරදිග රටවලට රු 300 000ක් වටිනා පලතුරු තොගයක් අපනයනය කිරීමේ දී ශ්‍රී ලංකා රේගුව මගින් අය කළ තීරු බදු මුදල රු 18 000ක් වූයේ නම්, අපනයනකරුට ගෙවීමට සිදු වූ තීරු බදු ප්‍රතිශතය සොයන්න.

පලතුරු තොගයේ වටිනාකමට $=$ රු 300 000

ගෙවීමට සිදු වූ බදු මුදල $=$ රු 18 000

අය කරන ලද තීරු බදු ප්‍රතිශතය $= \dfrac{18\ 000}{300\ 000} \times 100\%$

$= \underline{\underline{6\%}}$

නිදසුන 4

ආනයනය කරන ලද රූපවාහිනී යන්ත්‍රයක් සඳහා වටිනාකමින් 15%ක තීරු බදු ප්‍රතිශතයක් අය කිරීමෙන් පසු එහි වටිනාකම රු 28 750ක් වූයේ නම්, තීරු බදු අය කිරීමට පෙර රූපවාහිනී යන්ත්‍රයේ වටිනාකම කොපමණ වී ද?

තීරු බදු අය කිරීමට පෙර රූපවාහිනී යන්ත්‍රයේ වටිනාකම $=$ රු $28\ 750 \times \dfrac{100}{115}$

$=$ රු $\underline{\underline{25\ 000}}$

ආදායම් බදු

යම් පුද්ගලයෙකු තම සේවා නියුක්තියෙන් හෝ තමා සතු දේපළවලින් හෝ පවත්වාගෙන යන ව්‍යාපාරවලින් හෝ ලබන වාර්ෂික ආදායම කිසියම් සීමාවක් ඉක්මවන විට ඒ සඳහා රජය බද්දක් අය කරයි. එවැනි බදු **ආදායම් බදු** ලෙස හැඳින්වේ.

යම් වර්ෂයක් සඳහා ගෙවීමට ඇති ආදායම් බදු මුදල්, වාර්ෂික ව හෝ ත්‍රෛමාසික වාරික ලෙස හෝ ගෙවීමට පහසුකම් සලසා ඇත. දේශීය ආදායම් බදු දෙපාර්තමේන්තුව 2011 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක කරන ආදායම් බදු ගණනය කරන ආකාරය සහිත වගුවක් පහත දක්වා ඇත (එම අගයන් ඉදිරි කාලවල දී වෙනස් විය හැකි ය).

වාර්ෂික ආදායම	බදු ප්‍රතිශතය
පළමු රු 500 000	ආදායම් බද්දෙන් නිදහස්
ඊළඟ රු 500 000	4%
ඊළඟ රු 500 000	8%
ඊළඟ රු 500 000	12%
ඊළඟ රු 500 000	16%
ඊළඟ රු 500 000	20%
රු 3 000 000 වැඩි	24%

(13.1 වගුව - උපුටා ගැනීම: මහ බැංකු වාර්තාව 2013)

මෙම පාඩම තුළ ඇති නිදසුන් හා අභ්‍යාසවල ආදායම් බදු ගණනය කිරීමේ දී මෙම වගුවේ ඇති තොරතුරු යොදා ගැනේ.

නිදසුන 1

පුද්ගලයෙකුගේ වාර්ෂික ආදායම රු 575 000ක් නම්, එම වර්ෂය සඳහා ඔහු විසින් ගෙවිය යුතු ආදායම් බද්ද ගණනය කරන්න.

ඔහු ලබන මුළු ආදායම = රු 575 000

ආදායම් බද්දෙන් නිදහස් මුදල = රු 500 000

බදු අය කෙරෙන ආදායම = රු 575 000 − 500 000

= රු 75 000

ගෙවිය යුතු බදු මුදල = රු 75 000 $\times \frac{4}{100}$

= <u>රු 3 000</u>

නිදසුන 2

එක්තරා ව්‍යාපාරිකයෙකුගේ වාර්ෂික ආදායම රු 1 650 000ක් නම්, එම වර්ෂය සඳහා ඔහු ගෙවිය යුතු මුළු ආදායම් බද්ද ගණනය කරන්න.
මුලින්ම, වාර්ෂික ආදායම පහත දැක්වෙන පරිදි වෙන් කර ගනිමු.

$$\underbrace{1\ 650\ 000}_{\text{වාර්ෂික ආදායම}} = \underbrace{500\ 000}_{\text{බද්දෙන් නිදහස් මුදල}} + \underbrace{500\ 000}_{\text{4\% ක බදු ප්‍රතිශතය}} + \underbrace{500\ 000}_{\text{8\% ක බදු ප්‍රතිශතය}} + \underbrace{150\ 000}_{\text{12\% ක බදු ප්‍රතිශතය}}$$

ආදායම් බද්දෙන් නිදහස් මුදල = රු 500 000

ඊළඟ රු 500 000 සඳහා අය කෙරෙන බදු මුදල = රු 500 000 $\times \frac{4}{100}$

= රු 20 000

ඊළඟ රු 500 000 සඳහා අය කෙරෙන බදු මුදල = රු 500 000 $\times \frac{8}{100}$

= රු 40 000

ඊළඟ රු 150 000 සඳහා අය කෙරෙන බදු මුදල = රු 150 000 $\times \frac{12}{100}$

= රු 18 000

ගෙවිය යුතු මුළු ආදායම් බදු මුදල = රු 20 000 + 40 000 + 18 000

= <u>රු 78 000</u>

එකතු කළ අගය මත බදු (VAT)

කිසියම් භාණ්ඩයක් මිල දී ගැනීමේ දී හෝ සේවාවක් ලබා ගැනීමේ දී එහි මුළු වටිනාකමින් කිසියම් ප්‍රතිශතයක් එකතු කළ අගය මත බදු ලෙස අය කෙරේ. භාණ්ඩ අලෙවිකරුවන් හා සේවා සපයන්නන් මෙම බදු මුදල් පාරිභෝගිකයන්ගෙන් අය කර ගන්නා අතර, එම මුදල් රජයට ගෙවීමට ඔවුහු බැඳී සිටිති.

නිදසුන 1

පුද්ගලයෙකුගේ එක්තරා මාසයක දුරකථන ගාස්තුව රු 2 500ක් විය. ඒ සඳහා 15%ක එකතු කළ අගය මත බද්දක් (VAT) එකතු කර දුරකථන බිල සාදනු ලබයි නම් ඔහුගේ දුරකථන බිල කොපමණ ද?

I ක්‍රමය

එකතු කළ අගය මත බද්ද $= \text{රු } 2\ 500 \times \frac{15}{100}$

$= \text{රු } 375$

ගෙවිය යුතු මුළු බිලෙහි වටිනාකම $= \text{රු } 2\ 500 + 375$

$= \underline{\underline{\text{රු } 2\ 875}}$

II ක්‍රමය

$\text{රු } 2\ 500 \times \frac{115}{100}$

$= \underline{\underline{\text{රු } 2\ 875}}$

නිදසුන 2

එක්තරා ආයතනයක් නිෂ්පාදනය කළ සපත්තු කුට්ටමක නිෂ්පාදන වියදම පහත දක්වා ඇත.

අමුද්‍රව්‍ය	-	රු 1 200
ශ්‍රමය	-	රු 300
අනෙකුත් වියදම්	-	රු 200
මුළු වියදම	-	රු 1 700

විකුණුම් මිලෙන් 15%ක එකතු කළ අගය මත බද්දක් රජයට ගෙවිය යුතු අතර සපත්තු කුට්ටමක් සඳහා රු 250ක ලාභයක් ද ලැබීමට ආයතනය බලාපොරොත්තු වේ. සපත්තු කුට්ටමක විකුණුම් මිල සොයන්න.

සපත්තු කුට්ටමක විකුණුම් මිල $= 1700 + 250 = \text{රු. } 1\ 950$
(බදු රහිත විකුණුම් මිල)

ගෙවිය යුතු බදු මුදල $= \text{රු } 1\ 950 \times \frac{15}{100}$

$= \text{රු } 292.50$

සපත්තු කුට්ටමේ විකුණුම් මිල $= \text{රු } 1\ 950 + 292.50$

$= \underline{\underline{\text{රු } 2242.50}}$

II ක්‍රමය

$\text{රු } 1\ 950 \times \frac{115}{100}$

$\underline{\underline{\text{රු } 2242.50}}$

14.1 අභ්‍යාසය

1. වාර්ෂික වටිනාකම රු 15 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති නිවසක් සඳහා අදාළ පළාත් පාලන ආයතනය 5%ක වරිපනම් බද්දක් අය කරයි නම් වසරකට නිවස සඳහා ගෙවිය යුතු වරිපනම් බද්ද ගණනය කරන්න.

2. වාර්ෂික වටිනාකම රු 18 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති කඩ කාමරයක් සඳහා ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතය 6%ක් නම්,
   (i) වසරකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු මුදල කොපමණ ද?
   (ii) කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු මුදල කොපමණ ද?

3. නගර සභා සීමාවක් තුළ පිහිටා ඇති වාර්ෂික වටිනාකම රු 18 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති නිවසක් සඳහා කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු මුදල රු 270ක් නම් නගර සභාව අය කර ඇති වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

4. 8%ක වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතයක් අය කෙරෙන මහ නගර සභා සීමාවක් තුළ පිහිටි ආපන ශාලාවකින් කාර්තුවකට අය කෙරෙන බදු මුදල රු 1 200ක් නම් ආපනශාලාවේ වාර්ෂික වටිනාකම කොපමණ ද?

5. වාර්ෂික වටිනාකම රු 30 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති නිවසක අයිතිකරු වූ සිල්වා මහතා එම නිවස රු 3 000ක මාසික කුලී මුදලක් යටතේ වසරක කාලයක් සඳහා, පෙරේරා මහතාට කුලියට දී ඇත. නිවස පිහිටා ඇති ප්‍රාදේශීය සභාව වාර්ෂික තක්සේරුවෙන් 4%ක වටිනාකමක් වරිපනම් බදු ලෙස අය කරන අතර, නිවසේ නඩත්තු කටයුතු සඳහා, කුලී මුදලින් 15%ක් වැය කිරීමට සිල්වා මහතාට සිදු වේ. වසර අවසානයේ සිල්වා මහතාට ඉතිරි වන මුදල කොපමණ ද?

6. ශීතකරණයක ආනයනික මිල රු 40 000කි. ශීතකරණ සඳහා අය කෙරෙන තීරු බදු ප්‍රතිශතය 20%ක් නම්, ගෙවිය යුතු තීරු බදු මුදල ගණනය කරන්න.

7. රු 12 000ක් වටිනා කැමරාවක් ආනයනය කිරීමේ දී ගෙවීමට සිදු වූ තීරු බදු මුදල රු 3 000ක් නම්, අය කර ඇති තීරු බදු ප්‍රතිශතය කොපමණ ද?

8. ත්‍රිරෝද රථ වර්ගයක් ආනයනයේ දී 50%ක තීරු බදු ප්‍රතිශතයක් අය කරනු ලැබේ. තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු ත්‍රිරෝද රථයක වටිනාකම රු 450 000ක් වේ නම්, තීරු බදු ගෙවීමට පෙර ත්‍රිරෝද රථයේ වටිනාකම කොපමණ ද?

9. රු 50 000ක් වටිනා නිමි ඇඳුම් තොගයක් අපනයනය කිරීමේ දී 12%ක තීරු බදු ප්‍රතිශතයක් අය කෙරෙයි නම්, තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු ඇඳුම් තොගයේ වටිනාකම කොපමණ ද?

10. එක්තරා යතුරුපැදි වර්ගයක් ආනයනය කිරීමේ දී එහි වටිනාකමින් 15%ක් තීරු බදු වශයෙන් ගෙවිය යුතු ය. යතුරුපැදියේ ආනයනික වටිනාකම රු 175 000ක් වේ.
   (i) තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු යතුරුපැදියේ වටිනාකම කොපමණ ද?
   (ii) වියදමෙන් 10%ක ලාභයක් ලැබෙන සේ යතුරුපැදිය විකිණිය යුතු මිල කොපමණ ද?

11. පුද්ගලයෙකුගේ වාර්ෂික ආදායම රු 550 000ක් නම්, 2011 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක වන ආදායම් බදු ගණනය කිරීම් අනුව (13.1 වගුව) ඔහු විසින් ගෙවිය යුතු ආදායම් බද්ද කොපමණ ද?

12. වාර්ෂික ආදායම රු 1 800 000ක් වන පුද්ගලයෙකු 13.1 වගුවට අනුව ගෙවිය යුතු මුළු ආදායම් බදු මුදල කොපමණ ද?

13. ව්‍යාපාරිකයෙක් විසින් 2012 වසර තුළ ගෙවූ ආදායම් බදු මුදල රු 56 000ක් නම්, 2011 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක වන බදු ගණනය කිරීම් අනුව (13.1 වගුව) ඔහුගේ වාර්ෂික ආදායම කොපමණ ද?

14. නිවෙසක මාසික දුරකථන ගාස්තු සඳහා අය වන මුදල රු 1 200ක් වූ අතර, ඒ සඳහා අය කරන ලද එකතු කළ අගය මත බදු ප්‍රතිශතය 10%ක් නම්, ගෙවිය යුතු මුළු බිල්පතේ වටිනාකම කොපමණ ද?

15. මෝටර්රථයක් ආනයනය කළ පුද්ගලයෙකුට ගෙවීමට සිදු වූ වියදම් මෙසේ ය.

ආනයනික මිල	-	රු 600 000
අය කළ තීරු බදු මුදල	-	රු 400 000
ගොඩබෑම් හා ප්‍රවාහන කුලිය	-	රු 50 000

මේ සියලු වියදම් සඳහා 15%ක එකතු කළ අගය මත බද්දක් (VAT) අය කෙරේ නම් මෝටර් රථය සඳහා ඔහු වැය කළ මුළු මුදල කොපමණ ද?

16. ගෘහස්ථ මාසික ජල බිල්පත් සඳහා 15%ක අගය මත එකතු කිරීමේ බද්දක් (VAT) අය කෙරේ. ප්‍රතාපා විසින් තම නිවසේ ජල බිල්පත වශයෙන් ගෙවන ලද මුළු මුදල රු 1 725ක් නම්, අගය මත බදු මුදල එකතු කිරීමට පෙර ජල බිල්පතේ අගය කොපමණ ද?

14.2 පොලිය

පුද්ගලයෙකුගෙන් හෝ යම් ආයතනයකින් ලබා ගත් ණය මුදලක් සඳහා කිසියම් කාලයකට පසු ගෙවීමට සිදු වන වැඩිපුර මුදල පොලිය ලෙස හැඳින්වේ. එමෙන් ම බැංකු හෝ වෙනත් මූල්‍ය ආයතනයක තැන්පත් කළ මුදල සඳහා ද කිසියම් කාලයකට පසු ලැබෙන වැඩිපුර මුදල ද පොලිය ලෙස හැඳින්වේ.
සාමාන්‍යයෙන් වර්ෂයකට ගෙවිය යුතු පොලිය තීරණය කරනු ලබන්නේ ණය මුදලෙහි (හෝ තැන්පත් කරන මුදලෙහි) ප්‍රතිශතයක් ලෙස ය. මෙම ප්‍රතිශතය වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය ලෙස හැඳින්වේ. පොලී අනුපාතිකය මාසික ව, අර්ධ වාර්ෂික ව ආදි ලෙස ද ගණනය කළ හැකි ය.

සුළු පොලිය

යම් කාලයක් සඳහා පොලිය ගණනය කිරීමේ දී ඊට පාදක වූ මුල් මුදල පමණක් සලකනු ලබයි නම්, එසේ ගණනය කෙරෙන පොලිය, සුළු පොලිය ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුන 1

10%ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 5 000ක මුදලක් ණයට ගත් පුද්ගලයෙකුට එම ණයෙන් නිදහස් වීම සඳහා වසර දෙකක් ගත විය. ඔහු ගෙවූ මුළු පොලිය කොපමණ ද?

$$\text{වසරකට ගෙවූ සුළු පොලිය} = \text{රු } 5\ 000 \times \frac{10}{100}$$
$$= \text{රු } 500$$

$$\text{වසර 2ට ගෙවූ සුළු පොලිය} = \text{රු } 500 \times 2$$
$$= \underline{\underline{\text{රු } 1\ 000}}$$

නිදසුන 2

2%ක මාසික සුළු පොලියට රු 8 000ක් ණයට ගත් සෙනාල් මාස 3කට පසු ණයෙන් නිදහස් වීම සඳහා ගෙවිය යුතු මුළු මුදල සොයන්න.

$$\text{මසකට ගෙවිය යුතු පොලිය} = \text{රු } 8\ 000 \times \frac{2}{100}$$
$$= \text{රු } 160$$
$$\text{මාස 3ට ගෙවිය යුතු පොලිය} = \text{රු } 160 \times 3$$
$$= \text{රු } 480$$
$$\text{මුළු මුදල} = \text{ණය මුදල} + \text{පොලිය නිසා}$$
$$\text{මාස 3ට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල} = \text{රු } 8\ 000 + 480$$
$$= \underline{\underline{\text{රු } 8\ 480}}$$

නිදසුන 3

12%ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 10 000ක් ණයට දුන් පුද්ගලයෙකුට පොලිය ලෙස රු 3 600ක මුදලක් ලැබෙනුයේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

$$\text{වසරකට ලැබෙන සුළු පොලිය} = \text{රු } 10\ 000 \times \frac{12}{100}$$
$$= \text{රු } 1\ 200$$
$$\text{පොලිය ලෙස රු 3 600ක් ලැබෙන වසර ගණන} = \frac{3\ 600}{1\ 200}$$
$$= \underline{\underline{\text{අවු. } 3}}$$

නිදසුන 4

සුළු පොලියට ණයට ගත් රු 7 500ක් සඳහා අවුරුදු 2කට පසු ගෙවීමට සිදු වූ පොලිය රු 1 200ක් වූයේ නම්, අය කර ඇති වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

$$\begin{aligned}
\text{අවුරුදු 2ට පොලිය} &= \text{රු } 1\ 200 \\
\text{අවුරුදු 1ට පොලිය} &= \text{රු } 1\ 200 \div 2 \\
&= \text{රු } 600 \\
\text{වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය} &= \frac{600}{7\ 500} \times 100\% \\
&= \underline{\underline{8\%}}
\end{aligned}$$

නිදසුන 5

වාර්ෂික ව 7.5%ක සුළු පොලියක් ගෙවීමේ පොරොන්දුව පිට රු 25 000ක් ණයට ගත් පුද්ගලයකුට මුළු මුදල ලෙස රු 28 750ක් ගෙවීමට සිදු වන්නේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

$$\begin{aligned}
\text{අවුරුදු 1ට පොලිය} &= 25\ 000 \times \frac{7.5}{100} \\
&= \text{රු } 1\ 875 \\
\text{ලබාගත් මුළු ණය මුදල} &= \text{රු } 25\ 000 \\
\text{ගෙවූ මුළු මුදල} &= \text{රු } 28\ 750 \\
\text{ගෙවා ඇති මුළු පොලිය} &= \text{රු } 28\ 750 - 25\ 000 \\
&= \text{රු } 3\ 750 \\
\text{පොලිය ගෙවා ඇති වසර ගණන} &= \frac{3\ 750}{1\ 875} \\
&= \underline{\underline{\text{අවු. } 2}}
\end{aligned}$$

නිදසුන 6

1.5%ක මාසික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ ණයට ගත් මුදලක් සඳහා මාස 4කට පසු ගෙවීමට සිදු වූ මුළු මුදල රු 5 300ක් වූයේ නම් ණයට ගත් මුදල සොයන්න.

1.5%ක මාසික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යන්නෙහි අදහස "මසකට රු 100කට රු 1.50ක පොලියක් ගෙවිය යුතු ය" යන්නයි. එනම්,

$$\begin{aligned}
\text{රු 100කට මාස 1කට ගෙවන පොලිය} &= \text{රු } 1.50 \\
\therefore \text{ රු 100කට මාස 4කට ගෙවන පොලිය} &= \text{රු } 1.50 \times 4 = \text{රු } 6 \\
\therefore \text{ රු 100 කට මාස 4කට ගෙවන මුළු මුදල} &= \text{රු } 100 + 6 = \text{රු } 106 \\
\therefore \text{ මාස 4කට පසු මුළු මුදල ලෙස රු 106ක් ගෙවන මුල් මුදල} &= \text{රු } 100 \\
\therefore \text{ මාස 4කට පසු මුළු මුදල ලෙස රු 5300ක් ගෙවන මුල් මුදල} &= \frac{100}{106} \times 5300 \\
&= \underline{\underline{\text{රු } 5000}}
\end{aligned}$$

14.2 අභ්‍යාසය

1. වර්ෂයකට 12%ක සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 5 000ක ණය මුදලක් සඳහා වසර 3කදී ලැබෙන සුළු පොලිය කොපමණ ද?

2. 1.5%ක මාසික පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 50 000ක මුදලක් බැංකුවක තැන්පත් කළ පුද්ගලයෙකු සෑම මාසයකම ලැබෙන පොලිය මාසය අවසානයේ ගනී නම්, මාස 6ක් තුළ ඔහුට ලැබුණු පොලී මුදල කීය ද?

3. මසකට 3% බැගින් රු 2 500ක් සඳහා අවු. 1 මාස 5ක දී ගෙවිය යුතු සුළු පොලිය සොයන්න.

4. රු 500ක් ණයට ගත් පුද්ගලයෙකු වසරකට පසු රු 560ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වූයේ නම් ණය සඳහා අය කර ඇති වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

5. වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 6 000ක් ණයට දුන් පුද්ගලයෙකුට වසර 4ට පසු පොලිය වශයෙන් රු 3 600ක් ලැබුණි නම්, අය කර ඇති වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකය කොපමණ ද?

6. රු 600ක් ණයට ගත් පුද්ගලයෙකු අවුරුදු 1යි මාස 3කට පසු පොලිය වශයෙන් රු 135ක් ගෙවූයේ නම්, අය කර ඇති මාසික පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

7. රු 8 000ක් ණයට දුන් පුද්ගලයෙකුට වසර 2ක් අවසානයේ ලැබෙන මුළු මුදල රු 9 680ක් නම්, අය කර ඇති වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

8. වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකය 8% බැගින් රු 6 000කට ලැබෙන වාර්ෂික පොළියම ලැබීමට රු 5 000ක් ණයට දිය යුත්තේ කුමන වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ ද?

9. 12%ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 1 500ක් ණයට ගත් පුද්ගලයෙකුට පොළිය වශයෙන් රු 540ක් ගෙවීමට සිදු වන්නේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

10. මසකට 3%ක සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 2 000ක ණය මුදලක් සඳහා රු 420ක පොලියක් ලැබෙනුයේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

11. රු 6 000ක් 18% වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ ණයට ගන්නා පුද්ගලයෙකු රු 9 240ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වන්නේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

12. 10%ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 2 500ක ණය මුදලක් ලබා ගත් පුද්ගලයෙකුට මුළු මුදල ලෙස රු 5 000ක් ගෙවීමට සිදු වන්නේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

13. 5% බැගින් මාසික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ ගෙවීමේ පොරොන්දුව පිට මිනිසෙක් රු 5 000ක් ණයට ගත්තේය. මාස 6කට පසු ණයෙන් නිදහස් වීමට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල කොපමණ ද?

14. වාර්ෂික ව 15% සුළු පොලියට ණයට ගත් රු 8 000 සඳහා වසර 3කට පසු ගෙවිය යුතු මුළු මුදල කොපමණ ද?

15. 3%ක මාසික සුළු පොලී අනුපාතිකයකට ලබා ගත් ණය මුදලක් සඳහා මාස 8කට පසු ගෙවීමට සිදු වූ මුළු මුදල රු 3 100ක් නම්, ණයට ගත් මුදල ගණනය කරන්න.

16. වසර 2ක් අවසානයේ රු 5 000ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වීමේ පොරොන්දුව පිට මිනිසෙක් සුළු පොලියට යම් ණය මුදලක් ලබා ගන්නා ලදී. නමුත් මෙම ගනුදෙනුව වසර 5 දක්වා දීර්ඝවීම නිසා ණයෙන් නිදහස් වීමට රු 6 500ක් ගෙවීමට සිදු විය.
(i) වසරක් සඳහා ඔහු ගෙවූ පොලිය ගණනය කරන්න.
(ii) ඔහු විසින් ණයට ලබාගත් මුදල කොපමණ ද?
(iii) ණය මුදල සඳහා අය කළ වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය කොපමණ ද?

17. පුද්ගලයෙකු R වූ වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ P නම් ණය මුදලක් අවුරුදු T කාලයක් සඳහා ණයට ගෙන ඇත.
(i) මසක දී ඔහු ගෙවිය යුතු පොලිය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.
(ii) අවුරුදු T කාලයකට පසු ගෙවිය යුතු මුළු පොලිය වූ I සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.
(iii) $P = 4000$ ද, $R = 8\%$ ද, $T = 5$ ද නම් ඉහත (ii) හි ප්‍රකාශනය භාවිතයෙන් I ගණනය කරන්න.

15 සමීකරණ

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- වීජීය භාග සහිත ඒකජ සමීකරණ ගොඩ නැගීමට හා විසඳීමට
- සමගාමී සමීකරණ ගොඩ නැගීමට හා විසඳීමට
- වර්ගජ සමීකරණ සාධක භාවිතයෙන් විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සරල සමීකරණ විසඳීම

සරල සමීකරණ විසඳීම සම්බන්ධව ඔබ මීට ඉහත ලබාගත් දැනුම පුනරීක්ෂණය සඳහා පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

පහත සඳහන් සමීකරණ විසඳන්න.

a. $2x+8 = x+12$ **b.** $2(x-3) = 4$ **c.** $5x-8 = 2(3-x)$

d. $2(y+3) = 3(y-1)$ **e.** $4-5(3-p) = 2(p-1)$ **f.** $\frac{x}{2}+1 = 3$

g. $5-\frac{x}{4} = 1$ **h.** $3-\frac{2x}{5} = 1$ **i.** $\frac{x}{3}+\frac{x}{4} = 7$

j. $\frac{5x-2}{4} = 2$ **k.** $\frac{(a-3)}{2}+1 = 4$ **l.** $\frac{(x+1)}{2}+\frac{(x-3)}{4} = \frac{1}{2}$

15.1 සරල සමීකරණ විසඳීම තවදුරටත්

සමීකරණයක් ගොඩ නගා විසඳන අයුරු තවදුරටත් සළකා බලමු. ඉහත අභ්‍යාසයෙහි ඇති සමහර සමීකරණවල භාග පද ද ඇතුළත් විය. අඥාත පදය (x, y, p, a ආදිය) සෑම විටම එම භාගවල ලවයේ තිබූ බව ඔබ නිරීක්ෂණය කළා ද? දැන් අප සූදානම් වන්නේ අඥාත පදය භාගවල හරයේ ඇති විට සමීකරණ විසඳන අයුරු සලකා බැලීමටයි. ඒ සඳහා, මුලින්ම එවැනි සමීකරණයක් ගොඩනගා එය විසඳමු.

දෙළහ යම් සංඛ්‍යා දෙකකින් බෙදනු ලබන අතර එම බෙදන සංඛ්‍යාවලින් එක් සංඛ්‍යාවක් අනෙක් සංඛ්‍යාව මෙන් දෙගුණයක් වේ. එසේ බෙදූ විට ලැබෙන පිළිතුරු අතර වෙනස 2 වේ. එම සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

මෙය තැත්වරද ක්‍රමයෙන් විසඳන ආකාරය බලමු.

(1) අවස්ථාව: සංඛ්‍යා දෙක, 2 හා 4 විය හැකි ද?

$\frac{12}{2}=6$, $\frac{12}{4}=3$; එවිට, වෙනස $= 6-3=3$ වේ. මෙය නොගැළපේ.

(2) අවස්ථාව: සංඛ්‍යා දෙක, 6 හා 12 විය හැකි ද?

$\frac{12}{6}=2$, $\frac{12}{12}=1$; එවිට, වෙනස $= 2-1=1$ වේ. මෙය නොගැළපේ.

(3) අවස්ථාව: සංඛ්‍යා දෙක, 3 හා 6 විය හැකි ද?

$\frac{12}{3}=4$, $\frac{12}{6}=2$; එවිට, වෙනස $= 4-2=2$ වේ. මෙය ගැළපේ.

ඉහත ආකාරයට තැත් වරද ක්‍රමයෙන් මෙය විසඳිය හැකි ය. කෙසේ නමුත්, තැත් වරද ක්‍රමයෙන් සෑම ගැටලුවක් ම විසඳිය හැකි ද? සමහර ගැටලු එමගින් විසඳීම ඉතා දීර්ඝ වේ. තවත් සමහර ගැටළු එමගින් කෙසේවත් විසඳිය නොහැකි ය. ඉහත ආකාරයේ ගැටලු විසඳීම සඳහා වඩාත් සුදුසු ක්‍රමයක් ලෙස වීජ ගණිතයේ එන සමීකරණ විසඳීම දැක්විය හැකි ය. දැන් අප සමීකරණයක් ගොඩනැගීමෙන් මෙය විසඳන ආකාරය විමසා බලමු.

12 බෙදන ලද්දේ x නම් සංඛ්‍යාවකින් යැයි සිතමු. එවිට, දී ඇති දත්ත අනුව අනෙක් සංඛ්‍යාව $2 \times x = 2x$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

එවිට, 12 , x ගෙන් බෙදූ විට ලැබෙන පිළිතුර $\frac{12}{x}$ වන අතර

12 , x හි දෙගුණය වන $2x$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන පිළිතුර $\frac{12}{2x}$ වේ.

එම පිළිතුරු දෙක අතර වෙනස 2 බැවින්,

$$\frac{12}{x}-\frac{12}{2x}=2$$ වේ.

මෙම සමීකරණය විසඳීමෙන් ලැබෙන x වල අගය වන්නේ අපට අවශ්‍ය කරන සංඛ්‍යාවයි. දැන් මෙම සමීකරණය විසඳමු.

මෙම සමීකරණයේ භාගවල හරයේ වීජීය පද ඇත.

මුල් භාගයේ හරයේ ඇත්තේ x ය. දෙවන භාගයේ හරයේ $2x$ ඇත. මෙම භාග දෙකේම හර සමාන කර ගනිමු. ඒ සඳහා පහසුම ක්‍රමය නම් $\frac{12}{x}$ වෙනුවට ඊට තුල්‍ය භාගයක් වන $\frac{12\times 2}{x\times 2}$ එනම් $\frac{24}{2x}$ ලිවීමයි.

දැන් මෙම සමීකරණය විසඳා x හි අගය සොයමු.

$$\frac{24}{2x} - \frac{12}{2x} = 2$$

$$\therefore \frac{12}{2x} = 2$$

දෙපසම $2x$ වලින් ගුණ කිරීමෙන්

$$\frac{12}{2x} \times 2x = 2 \times 2x$$

එනම් $12 = 4x$

අවසාන වශයෙන්, දෙපසම 4න් බෙදමු.

$$\frac{12}{4} = \frac{4x}{4}$$

$\therefore 3 = x$, එනම් $x = 3$

මේ අනුව, 12 බෙදන සංඛ්‍යා දෙක 3 හා $3 \times 2 = 6$ ලෙස ලැබේ.

සටහන: ඉහත $\frac{12}{2x} = 2$ සමීකරණය, "හරස් ගුණිතය" භාවිතයෙන් $12 = 4x$ ලෙස ලිවීමෙන් ද විසඳිය හැකි ය.

නිදසුන 1

අඹ ගෙඩි 60ක් යහළුවන් කිහිපදෙනෙකු සමානව බෙදා ගන්නා ලදි. ඉන් එක් අයකු වන අමල් තමන්ට ලැබුණු අඹවලින් ගෙඩි 3ක් විකිණූ පසු ඔහු ළඟ ඉතිරි වූයේ ගෙඩි 2ක් පමණි. අඹ ගෙඩි 60 බෙදා ගත් යහළුවන් ගණන කීය ද?

ඇත්ත වශයෙන් ම මෙම ගැටලුව මනෝමයෙන් ඉතා පහසුවෙන් විසඳිය හැකි ය.
නමුත්, සමීකරණ ගොඩනැගීම හා විසඳීම නිදර්ශනය කිරීම සඳහා, මෙම ගැටලුව මෙසේ විසඳමු.

යහළුවන් ගණන x යැයි සිතමු.

එවිට එක් අයකුට ලැබුණු අඹ ගෙඩි ගණන $= \frac{60}{x}$

අමල් විකිණූ අඹ ගෙඩි ගණන $= 3$

එවිට ඔහු ළඟ ඉතිරි අඹ ගෙඩි ගණන $= \frac{60}{x} - 3$

තව ද, ඔහු ළඟ ඉතිරි අඹ ගෙඩි ගණන 2ක් බැවින්,

$\frac{60}{x} - 3 = 2$ වේ.

දැන් මෙම සමීකරණය විසඳමු.

සමීකරණය දෙපසටම 3ක් බැගින් එකතු කරමු.

$$\frac{60}{x} - 3 + 3 = 2 + 3$$

$$\therefore \frac{60}{x} = 5$$

$$\therefore 5x = 60$$

$$\therefore x = 12$$

∴ යහළුවන් ගණන 12 වේ.

පහත දී ඇති සමීකරණ විසඳා ඇති අයුරු නිරීක්ෂණය කරන්න.

නිදසුන 2

$$\frac{3}{a} + \frac{2}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{a} = \frac{1}{2} \quad \text{(හරස් ගුණිතයෙන්)}$$

$$a = \underline{\underline{10}}$$

නිදසුන 3

$$\frac{3}{(x+2)} = \frac{1}{2}$$

$$1 \times (x+2) = 2 \times 3 \quad \text{(හරස් ගුණිතයෙන්)}$$

$$x + 2 = 6$$

$$x = \underline{\underline{4}}$$

නිදසුන 4

$$\frac{2}{(x+5)} = \frac{3}{2(x-3)}$$

$$4(x-3) = 3(x+5)$$

$$4x - 12 = 3x + 15$$

$$4x - 3x = 15 + 12$$

$$x = \underline{\underline{27}}$$

නිදසුන 5

$$\frac{2}{(x-1)} - \frac{1}{2(x-1)} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4-1}{2(x-1)} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{2(x-1)} = \frac{3}{4}$$

$$3 \times 2(x-1) = 3 \times 4$$

$$\cancel{3}^{1} \times \cancel{2}^{1}(x-1) = \cancel{3}^{1} \times \cancel{4}^{2}$$

$$x - 1 = 2$$

$$\underline{x = 3}$$

15.1 අභ්‍යාසය

1. පියෙකු හා ඔහුගේ දරුවන් රු 270ක මුදලක් සමසේ බෙදා ගනී. එවිට එක් අයකු ළඟ ඇති මුදල වන්නේ රු 45කි. දරුවන් ගණන x ලෙස ගෙන සමීකරණයක් ගොඩනගන්න. එම සමීකරණය විසඳා දරුවන් ගණන සොයන්න.

2. $\frac{3}{5}$ යන භාගයේ ලවයටත්, හරයටත් එකම සංඛ්‍යාවක් එකතු කිරීමෙන් ලැබෙන භාගය $\frac{9}{10}$ වේ. එකතු කළ සංඛ්‍යාව කීය ද?

3. පහත සඳහන් සමීකරණ විසඳන්න.

a. $\frac{5}{m} + \frac{2}{m} = \frac{1}{2}$ b. $\frac{3}{5x} + \frac{1}{x} = 2$ c. $\frac{5}{6x} - \frac{2}{3x} = \frac{1}{6}$

d. $\frac{4}{5x} - \frac{1}{3x} = \frac{7}{30}$ e. $\frac{21}{4m+1} = 3$ f. $\frac{3}{x+2} = \frac{3}{7}$

g. $\frac{10}{a-3} = \frac{5}{8}$ h. $\frac{4}{x+1} = \frac{3}{x-2}$ i. $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x+8}$

j. $\frac{1}{a+1} + \frac{3}{a+1} = \frac{2}{3}$ k. $\frac{5}{x-2} + \frac{3}{x-2} = 2$ l. $\frac{5}{2(p+1)} + \frac{1}{p+1} = \frac{7}{8}$

m. $\frac{3}{x+2} - \frac{1}{3(x+2)} = \frac{8}{15}$ n. $\frac{1}{2x-3} + \frac{4}{x+3} = 0$ o. $\frac{15}{2(p+1)} - \frac{3}{p+1} = 2$

p. $\frac{1}{a-1} + \frac{3}{4} = \frac{4}{a-1}$ q. $\frac{2x}{x+1} + \frac{2}{3} = 2$ r. $\frac{x+1}{x+3} = \frac{4}{5}$

15.2 සමගාමී සමීකරණ

පහත දී ඇති සමගාමී සමීකරණ යුගලය සලකන්න.

$$2x + y = 5$$
$$2x + 3y = 8$$

මෙම සමීකරණ දෙකෙහිම x හි සංගුණකය 2 වේ. එනම් ඒවා සමාන වේ. මෙවැනි අවස්ථාවක (එනම් එක් අඥාතයක සංගුණක සමාන විට) සමීකරණ විසඳන ආකාරය අපි මීට ඉහත දී දැක ඇත්තෙමු. සමීකරණ දෙකෙහි එක් එක් අඥාතයේ සංගුණක අසමාන විට සමගාමී සමීකරණ විසඳන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 1

සජිත් හා සංජන ළඟ යම් මුදල් ප්‍රමාණයක් ඇත. සජිත් ළඟ ඇති මුදල් ප්‍රමාණයට සංජන ළඟ ඇති මුදලේ දෙගුණයක් එකතු කළ විට රු 110ක් ලැබේ. සජිත් ළඟ ඇති මුදලේ දෙගුණයට සංජන ළඟ ඇති මුදලේ තුන්ගුණය එකතු කළ විට රු 190ක් ලැබේ. දෙදෙනා ළඟ ඇති මුදල් ප්‍රමාණ වෙන වෙනම සොයන්න.

මෙම ගැටලුව විසඳීම සඳහා සමගාමී සමීකරණ යොදා ගන්නා ආකාරය විමසා බලමු.
සජිත් ළඟ ඇති මුදල රු x ද සංජන ළඟ ඇති මුදල රු y ද ලෙස ගනිමු.
එවිට, සජිත් ළඟ ඇති මුදලට සංජන ළඟ ඇති මුදලේ දෙගුණය එකතු කළ විට රු $x + 2y$ ලැබේ.

එය රු 110ට සමාන බැවින් $x + 2y = 110$ ——— (1)

ලෙස එක් සමීකරණයක් ලැබේ.

එලෙසම, සජිති ළඟ ඇති මුදලේ දෙගුණයට සංජන ළඟ ඇති මුදලේ තුන් ගුණය එකතු කළ විට රුපියල් 190 නිසා

$$2x + 3y = 190 \text{ ——— } ②$$

මෙම සමීකරණ දෙකෙහි x පදවල සංගුණක හෝ y පදවල සංගුණක සමාන නොවේ. එම නිසා පළමුව එක් අඥාතයක සංගුණක සමාන කළ යුතුය. පළමු සමීකරණයේත් xහි සංගුණකය 2 කර ගැනීම සඳහා එම සමීකරණය 2න් ගුණ කරමු.

$$\therefore \; 2x + 4y = 220 \text{ ——— } ③$$

දැන් ② හා ③ සමීකරණ දෙකෙහිම x හි සංගුණකය සමාන වී ඇත. ③ න් දැක්වෙන්නේ ① සමීකරණයම බව සැලකිල්ලට ගෙන ② හා ③ සමීකරණ විසඳමු.

③ හා ②න්, $2x + 4y - (2x + 3y) = 220 - 190$

$$2x + 4y - 2x - 3y = 30$$

$$y = 30$$

y හි අගය ① සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$$x + 2y = 110$$

$$x + 2 \times 30 = 110$$

$$x + 60 = 110$$

$$x = 110 - 60$$

$$x = 50$$

∴ සජිති ළඟ තිබුණු මුදල = රු 50

සංජන ළඟ තිබුණු මුදල = රු 30

නිදසුන 2

විසඳන්න:

$$2m + 3n = 13$$

$$3m + 5n = 21$$

$$2m + 3n = 13 \text{ ——— } ①$$

$$3m + 5n = 21 \text{ ——— } ② \quad \text{ලෙස ගනිමු.}$$

① × 3න් $6m + 9n = 39$ ——— ③

② × 2න් $6m + 10n = 42$ ——— ④

④ හා ③ න් $6m + 10n - (6m + 9n) = 42 - 39$

$$6m + 10n - 6m - 9n = 3$$

$$n = 3$$

$n = 3$, ① සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$$2m + 3n = 13$$

$$
\begin{aligned}
2m + 3\times3 &= 13 \\
2m &= 13 - 9 \\
2m &= 4 \\
m &= 2
\end{aligned}
$$

එනම් $n = 2$ හා $m = 2$ වේ.

නිදසුන 3

දොඩම් ගෙඩි දෙකක මිල සහ තැඹිලි ගෙඩියක මිල රු 80ක් වෙයි. දොඩම් ගෙඩි දෙකක් සඳහා වැය වන මුදලින් තැඹිලි ගෙඩි තුනක් මිල දී ගත හැකි ය. දොඩම් ගෙඩියක හා තැඹිලි ගෙඩියක මිල වෙන වෙනම සොයමු.

ඉහත තොරතුරු ඇසුරින් සමීකරණ දෙකක් ගොඩනගමු.
දොඩම් ගෙඩියක මිල රු x ද තැඹිලි ගෙඩියක මිල රු y ද ලෙස ගනිමු.
එවිට, දොඩම් ගෙඩි දෙකක මිල සහ තැඹිලි ගෙඩියක මිල $2x + y$ වේ.

එය, රු 80ක් බැවින්, $2x + y = 80$
දෙඩම් ගෙඩි දෙකක මිල තැඹිලි ගෙඩි තුනක මිලට සමාන බැවින්,

$2x = 3y$ වේ.

දැන්, $2x + y = 80$ ——— (1) ලෙස ද,
$2x = 3y$ ——— (2) ලෙස ද ගනිමු.

(2) සමීකරණය,

$2x - 3y = 0$ ——— (3)

ලෙස ලියා ඉහත නිදසුන 1හි පරිදි ම (1) හා (3) විසඳිය හැකි ය. එය ආදේශය මගින් ද මෙසේ විසඳිය හැකි ය.
(1) සමීකරණයෙහි $2x$ වෙනුවට $3y$ ආදේශයෙන්,

$$
\begin{aligned}
3y + y &= 80 \\
4y &= 80 \\
y &= 20
\end{aligned}
$$

y හි අගය (1) සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$$
\begin{aligned}
2x + 20 &= 80 \\
2x &= 60 \\
x &= 30
\end{aligned}
$$

එම නිසා දොඩම් ගෙඩියක මිල රු 30 ද
තැඹිලි ගෙඩියක මිල රු 20 ද වේ.

නිදසුන 4

විසඳන්න: $x = 3y$
$2x + 3y = 18$

$x = 3y$ ——— ①
$2x + 3y = 18$ ——— ② ලෙස ගනිමු.

මෙම සමීකරණ යුගලය ආදේශය භාවිතයෙන් විසඳමු.

① සමීකරණයේ x හි අගය ② සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$$2 \times (3y) + 3y = 18$$
$$6y + 3y = 18$$
$$9y = 18$$
$$y = 2$$

$y = 2$, ① සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$$x = 3y$$
$$x = 3 \times 2$$
$$x = 6$$

එනම්, $x = 6$ සහ $y = 2$ වේ.

15.2 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $x + 2y = 10$
$2x - 5y = 2$

(ii) $x = 3y$
$x + 3y = 12$

(iii) $2m + n = 5$
$m + 2n = 4$

(iv) $3x + y = 14$
$2x + 3y = 21$

(v) $2x + 5y = 9$
$3x + 2y = 8$

(vi) $4m - 3n = 7$
$7m - 2n = 22$

(vii) $8x - 3y = 1$
$3x + 2y = 16$

(viii) $6x + 5y = 5$
$9x - 4y = 19$

(ix) $3x + 4y = 9$
$2x - 5y + 17 = 0$

(x) $3x - 4y = 8(2 - y) + 1$
$2(2x + 3y) = 26 - y$

2. ළමා කමිස දෙකකත් ළමා කලිසම් තුනකත් මිල රු 1150 කි. ළමා කමිස තුනකත් ළමා කලිසම් එකකත් මිල රු 850 කි. ළමා කමිසයක මිල රු x ද ළමා කලිසමක මිල රු y ද ලෙස ගෙන සමගාමී සමීකරණ දෙකක් ගොඩ නගා එම සමීකරණ දෙක විසඳා ළමා කමිසයක මිලත් ළමා කලිසමක මිලත් සොයන්න.

3. දිනිතිගේ පියා ඇයට මෙසේ කියයි. "දැන් මගේ වයස ඔබේ වයස මෙන් හතර ගුණයකි. වසර 8කට පෙර, මම ඔබ මෙන් දොළොස් ගුණයක් වයස් වීමි." සමගාමී සමීකරණ ඇසුරෙන් දිනිතිගේ හා පියාගේ වයස වෙන වෙනම සොයන්න.

15.3 වර්ගජ සමීකරණ

$ax^2 + bx + c = 0$ ආකාරයේ සමීකරණයක් වර්ගජ සමීකරණයක් වේ. මෙහි $a \neq 0$ වේ. නමුත් b හෝ c ශූන්‍ය විය හැකි ය. පහත සමීකරණ නිරීක්ෂණය කරමු.

(i) $x^2 + 5x + 6 = 0$
(ii) $2x^2 - 5x = 0$
(iii) $x^2 - 9 = 0$

ඉහත සමීකරණ තුනෙහිම $a \neq 0$ වේ. නමුත් දෙවන සමීකරණයේ $c = 0$ ද, තුන්වන සමීකරණයේ $b = 0$ ද වේ. මෙම සමීකරණ තුනම වර්ගජ සමීකරණ වේ.

වර්ගජ සමීකරණ විසඳීමට ප්‍රථම පහත සඳහන් කරුණු සලකා බලමු.

- ඕනෑම සංඛ්‍යාවක් ශූන්‍යයෙන් ගුණ කළ විට ශූන්‍ය ලැබේ.
- සංඛ්‍යා දෙකක ගුණිතය ශූන්‍ය නම් ඉන් එක් සංඛ්‍යාවක් වත් ශූන්‍ය වේ.

මේ අනුව, $(x - 1)(x - 3)$ ප්‍රකාශනය ශූන්‍ය වන්නේ කවර අවස්ථාවල ද යන්න විමසා බලමු.
එවිට, $(x - 1)(x - 3)$ ප්‍රකාශනය ශූන්‍ය වන්නේ $x - 1 = 0$ හෝ $x - 3 = 0$ විට පමණක් ය. එනම්, $x = 1$ හෝ $x = 3$ හෝ වූ විට පමණක්ය.

මේ අනුව, $(x - 1)(x - 3) = 0$ සමීකරණය සලකමු. $x = 1$ හෝ $x = 3$ මෙම සමීකරණය සපුරාලයි. එවිට 1 හා 3 යනු $(x - 1)(x - 3) = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි කියනු ලැබේ.
දැන්, $x^2 + 5x + 6 = 0$ සමීකරණය සලකා බලමු.

$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$ බැවින්, $x^2 + 5x + 6 = 0$ සමීකරණය
$(x + 3)(x + 2) = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

එබැවින්, $x + 3 = 0$ හෝ $x + 2 = 0$ වේ.
එවිට, $x = -3$ හෝ $x = -2$ ලැබේ. තවද මෙම අගයන් $x^2 + 5x + 6 = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පහත පරිදි සත්‍යාපනය කළ හැකි ය.

$x = -3$ විට, $x^2 + 5x + 6 = (-3)^2 + 5(-3) + 6$
$= 9 + (-15) + 6$
$= 0$

$x = -2$ විට, $x^2 + 5x + 6 = (-2)^2 + 5(-2) + 6$
$= 4 + (-10) + 6$
$= 0$

මේ අනුව $x^2 + 5x + 6 = 0$ සමීකරණයේ විසඳුම් $x = -3$ හා $x = -2$ වේ. වෙනත් අයුරකින් කිවහොත් මෙම සමීකරණයේ මූල -2 හා -3 ය.

නිදසුන 1

විසඳන්න: $x^2 + 2x = 0$

$$x^2 + 2x = 0$$
$$x(x + 2) = 0$$
$$x = 0 \text{ හෝ } x + 2 = 0$$
$$x = 0 \text{ හෝ } x = -2$$

ඒ අනුව $x = 0$ හා $x = -2$ මෙම සමීකරණයේ විසඳුම් වේ.

නිදසුන 2

විසඳන්න: $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$
$$(x - 1)(x - 2) = 0$$
$$x - 1 = 0 \text{ හෝ } x - 2 = 0$$
$$x = 1 \text{ හෝ } x = 2 \text{ වේ.}$$

ඒ අනුව $x = 1$ හා $x = 2$ මෙම සමීකරණයේ විසඳුම් වේ.

නිදසුන 3

විසඳන්න: $x^2 - 4x - 21 = 0$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$
$$(x - 7)(x + 3) = 0$$
$$x - 7 = 0 \text{ හෝ } x + 3 = 0$$
$$x = 7 \text{ හෝ } x = -3$$

ඒ අනුව $x = 7$ හා $x = -3$ මෙම සමීකරණයේ විසඳුම් වේ.

සටහන: වර්ගජ ප්‍රකාශනයක වෙනස් සාධක දෙකක් ඇති විට සමීකරණයට වෙනස් මූල 2ක් ලැබේ.

15.3 අභ්‍යාසය

පහත දී ඇති වර්ගජ සමීකරණ විසඳන්න.

1. $(x - 2)(x - 3) = 0$
2. $(x + 2)(x - 5) = 0$
3. $(x - 4)(x - 4) = 0$
4. $(x - 1)(2x - 1) = 0$
5. $x(x + 3) = 0$
6. $y(2y - 3) = 0$
7. $x^2 - 16 = 0$
8. $4x^2 - 1 = 0$
9. $9x^2 - 27x = 0$
10. $x^2 + 15x + 36 = 0$
11. $2x^2 - 5x + 2 = 0$
12. $2x^2 - 5x = 0$
13. $2x^2 = 6x$
14. $x^2 = 25$
15. $(x + 3)^2 = 16$
16. $x^2 = 9x + 36$
17. $(2x - 3)^2 = 0$
18. $2x^2 - 5x = 7$
19. $(x - 1)(x - 2) = 2x^2 - 3x - 2$
20. $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{3x+2}{x}$

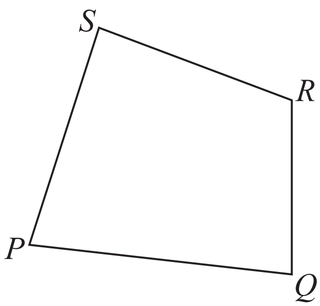
16 සමාන්තරාස්‍ර I

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

සමාන්තරාස්‍රවල ලක්ෂණ භාවිත කර ගැටලු විසඳීමට හා අනුමේයන් සාධනය කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

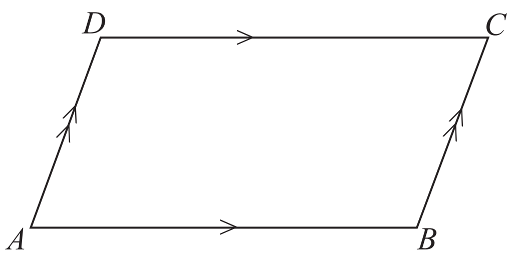
සමාන්තරාස්‍ර

සරල රේඛා ඛණ්ඩ හතරකින් වටවූ සංවෘත තල රූපය චතුරස්‍රයකි. චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සහ සම්මුඛ කෝණ පිළිබඳ ව විමසා බලමු.



$PQRS$ චතුරස්‍රයේ,
PQ සහ SR එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක් වන අතර අනෙක් සම්මුඛ පාද යුගලය PS හා QR වේ. $S\hat{P}Q$ හා $S\hat{R}Q$ එක් සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් වන අතර අනෙක් සම්මුඛ කෝණ යුගලය $P\hat{Q}R$ හා $P\hat{S}R$ ද වේ.

සම්මුඛ පාද යුගල දෙකම සමාන්තර වූ චතුරස්‍රයක් **සමාන්තරාස්‍රයක්** ලෙස හැඳින්වේ.



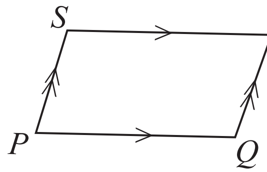
ඉහත දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍රයෙහි AB හා DC පාද සමාන්තර බව දැක්වීමට ඊ හිස බැගිනුත් BC හා AD පාද සමාන්තර බව දැක්වීමට ඊ හිස් දෙක බැගිනුත් යොදා ඇත.

16.1 සමාන්තරාස්‍රවල ලක්ෂණ

මුලින්ම සමාන්තරාස්‍රවල ලක්ෂණ හඳුනාගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකම්වල යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම 1

විහිත චතුරස්‍රය හා කෝදුව භාවිතයෙන් සමාන්තරාස්‍රයක් අඳින්න. එය රූපයේ පරිදි $PQRS$ ලෙස නම් කරන්න.



1. ඔබ ඇඳි $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ,
   - PQ, QR, SR සහ PS පාදවල දිග මනින්න.
   - සම්මුඛ පාද යුගල වන PQ හා SR හි දිග පිළිබඳවත් PS හා QR හි දිග පිළිබඳවත් ඔබට කිවහැක්කේ කුමක් ද?

   $PQ = SR$ බවත් $PS = QR$ බවත් ඔබට පෙනෙනු ඇත.
2. ඉහත ඔබ අඳින ලද සමාන්තරාස්‍රයේ,
   - $P\hat{Q}R$, $Q\hat{P}S$, $P\hat{S}R$ සහ $Q\hat{R}S$ කෝණ මනින්න.
   - සම්මුඛ කෝණ වන, $Q\hat{P}S$ හා $Q\hat{R}S$ හි විශාලත්ව පිළිබඳවත් $P\hat{S}R$ හා $P\hat{Q}R$ හි විශාලත්ව පිළිබඳවත් ඔබට කිව හැක්කේ කුමක්ද?

   $Q\hat{P}S = Q\hat{R}S$ බවත් $P\hat{S}R = P\hat{Q}R$ බවත් ඔබට පෙනෙනු ඇත.
3. දැන් $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රය,
   - ට්‍රේසිං කඩදාසියක පිටපත් කරගෙන එහි පිටපත් දෙකක් ඇඳ කපා ගන්න.
   - එක් සමාන්තරාස්‍රයක PR විකර්ණය අඳින්න.
   - දැන් විකර්ණය ඔස්සේ කපා ලැබෙන ත්‍රිකෝණ එකමත එක සම්පාත වේ දැයි බලන්න.

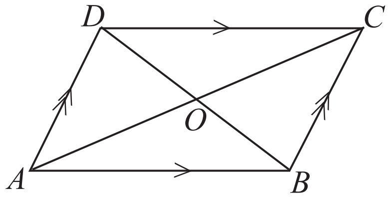
එම ත්‍රිකෝණ සම්පාත වන බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත. එනම් මෙම ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි වර්ගඵල ද සමාන වේ. එලෙසම අනෙක් විකර්ණය ඔස්සේ ද කැපූ විට ලැබෙන ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි වර්ගඵල සමාන වන බව නිරීක්ෂණය කිරීම සඳහා ඔබ කපා ගත් අනෙක් පිටපත යොදා ගන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකමට අනුව,

සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන බවත්, සම්මුඛ කෝණ සමාන බවත් සමාන්තරාස්‍රයේ එක් එක් විකර්ණය මගින් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වන බවත් පැහැදිලි වේ.

ක්‍රියාකාරකම 2

ක්‍රියාකාරකම 1හි මෙන් විහිත චතුරස්‍රය සහ කෝදුව භාවිතයෙන් සමාන්තරාස්‍රයක් අඳින්න. එය රූපයේ පරිදි $ABCD$ ලෙස නම් කරන්න.



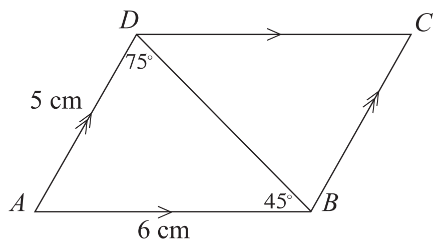
- දැන් AC සහ BD විකර්ණ අඳින්න. ඒවා ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම් කරන්න.
- AO, OC, OB සහ OD දිග මනින්න.
- AO සහ OC දිග පිළිබඳව ඔබට කිවහැක්කේ කුමක් ද?
- OB සහ OD දිග පිළිබඳව ඔබට කිවහැක්කේ කුමක් ද?
- $AO = OC$ බවත් $OB = OD$ බවත් ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.

මේ අනුව, සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේද වන බව පැහැදිලි වේ.

දැන්, සමාන්තරාස්‍රයක දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් සමාන්තරාස්‍රයේ අනෙකුත් අංග සොයන අයුරු විමසා බලමු.

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ දී ඇති දත්ත අනුව පහත දැක්වෙන කෝණ සහ පාදවල අගය සොයන්න.

(i) BC දිග
(ii) DC දිග
(iii) $B\hat{A}D$
(iv) $B\hat{C}D$
(v) $A\hat{B}C$
(vi) $A\hat{D}C$



(i) සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන නිසා $AD = BC$ හා $AB = CD$ වේ.

$\therefore BC = 5 \text{ cm}$

(ii) $DC = 6 \text{ cm}$

(iii) ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව $180°$ නිසා

$$B\hat{A}D = 180° - 75° - 45°$$
$$= \underline{\underline{60°}}$$

(iv) සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නිසා,

$$B\hat{A}D = B\hat{C}D$$
$$\therefore B\hat{C}D = \underline{\underline{60°}}$$

(v) $A\hat{D}B = C\hat{B}D$ ($AD//BC$, ඒකාන්තර ∢ සමාන නිසා)

$\therefore C\hat{B}D = 75^\circ$

$A\hat{B}C = A\hat{B}D + C\hat{B}D$

$\therefore A\hat{B}C = 45^\circ + 75^\circ$

$= \underline{\underline{120^\circ}}$

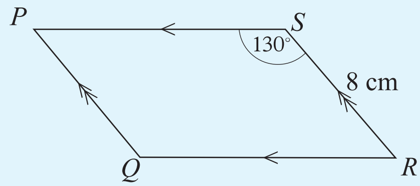
(vi) සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නිසා,

$A\hat{B}C = A\hat{D}C$

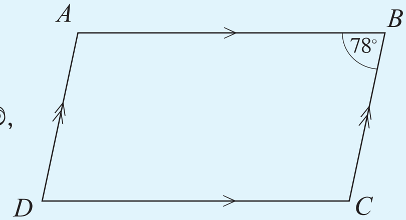
$\therefore A\hat{D}C = \underline{\underline{120^\circ}}$

16.1 අභ්‍යාසය

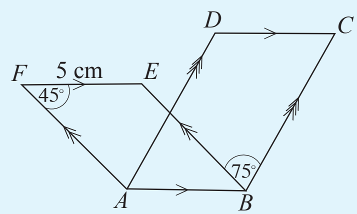
1. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
   (i) PQ පාදයේ දිග
   (ii) $Q\hat{P}S$, $P\hat{Q}R$ සහ $Q\hat{R}S$ කෝණවල විශාලත්ව
   සොයන්න.



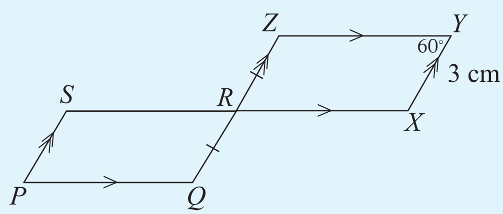
2. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
   (i) $B\hat{C}D$ හි අගය සොයන්න.
   (ii) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය 24 cm^2 නම්, BCD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කොපමණ ද?
   (iii) ACD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කොපමණ ද?



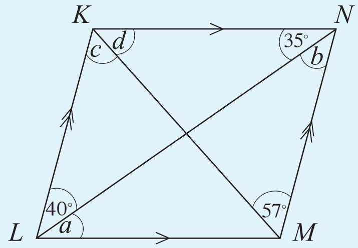
3. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
   (i) DC දිග
   (ii) $A\hat{B}E$ හි අගය
   (iii) $A\hat{D}C$ හි අගය
   (iv) $B\hat{C}D$ හි අගය
   සොයන්න.



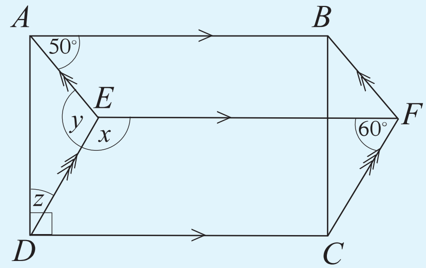
4. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
   (i) PS දිග
   (ii) $Q\hat{P}S$ හි විශාලත්වය
   (iii) $P\hat{Q}R$ හි විශාලත්වය සොයන්න.



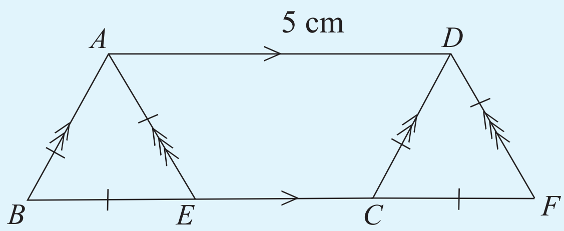
5. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
a, b, c හා d මගින් දක්වා ඇති කෝණවල විශාලත්වය සොයන්න.



6. රූපයේ දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව,
(i) DC දිගට සමාන පාද දෙකක් ලියන්න.
(ii) x, y හා z මගින් දක්වා ඇති කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.



7. රූපයේ දැක්වෙන්නේ $ABCD$ සහ $ADFE$ සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. එහි දී ඇති තොරතුරු අනුව,
(i) BC දිග සොයන්න.
(ii) $C\hat{F}D$, $A\hat{D}C$ සහ $E\hat{C}D$ කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.



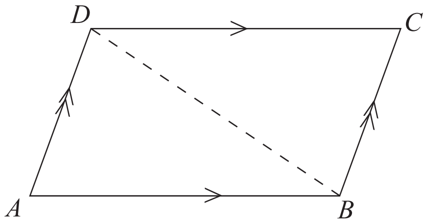
16.2 සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ

සමාන්තරාස්‍ර සඳහා අප නිරීක්ෂණය කළ ලක්ෂණ සෑම සමාන්තරාස්‍රයකටම පොදු වන අතර එය පහත පරිදි ප්‍රමේයය ලෙස ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය 1 : සමාන්තරාස්‍රයක,
(i) සම්මුඛ පාද සමාන වේ.
(ii) සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
(iii) එක් එක් විකර්ණය මගින් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය කරයි.

ප්‍රමේයය 2 : සමාන්තරාස්‍රයක, විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.

මෙහි ප්‍රමේයය 1 මුල් කොටස් තුන විධිමත්ව සාධනය කරන අයුරු විමසා බලමු.



දත්තය: $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

සාධනය කළ යුත්ත: (i) $AB = DC$ හා $AD = BC$ බව

(ii) $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ හා $A\hat{D}C = A\hat{B}C$ බව

(iii) $ABD\Delta$ යේ වර්ගඵලය $= BCD\Delta$ වර්ගඵලය බව හා

$ACD\Delta$ වර්ගඵලය $= ABC\Delta$ වර්ගඵලය බව

නිර්මාණය: BD විකර්ණය ඇඳීම.

ABD හා BCD ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම කිරීමෙන් අපට අවශ්‍ය ප්‍රතිඵල තුනම ලබාගත හැකි ය. එම ත්‍රිකෝණ දෙක කෝ.කෝ.පා අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන බව මෙසේ සාධනය කරමු.

සාධනය: ABD හා BCD ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි

$A\hat{D}B = C\hat{B}D$ (ඒකාන්තර කෝණ, $AD//BC$)

$A\hat{B}D = B\hat{D}C$ (ඒකාන්තර කෝණ, $AB//DC$)

BD පොදු පාදය

$\therefore ABD\Delta \equiv BCD\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්,

$AB = DC$ හා $AD = BC$ ද

$B\hat{A}D = B\hat{C}D$ ද වේ.

එලෙසම AC විකර්ණය ඇඳීමෙන් $A\hat{D}C = A\hat{B}C$ බව ද සාධනය කළ හැකි ය.

තව ද $ABD\Delta$ වර්ගඵලය $= BCD\Delta$ වර්ගඵලය ($ABD\ \Delta \equiv BCD\ \Delta$ නිසා)

$\therefore DB$ විකර්ණයෙන් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වේ.

එලෙසම AC විකර්ණය ඇඳීමෙන් AC විකර්ණයෙන් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වන බව පෙන්විය හැකි ය.

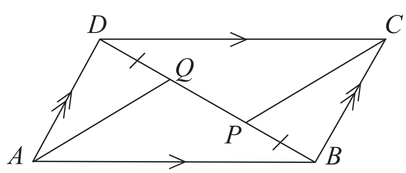
නිදසුන 1

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ BD විකර්ණය මත P හා Q ලකුණු කර ඇත්තේ $BP = DQ$ වන සේ ය.

(i) $ADQ\Delta \equiv BPC\Delta$ බව

(ii) $AQ // PC$ බව

සාධනය කරන්න.

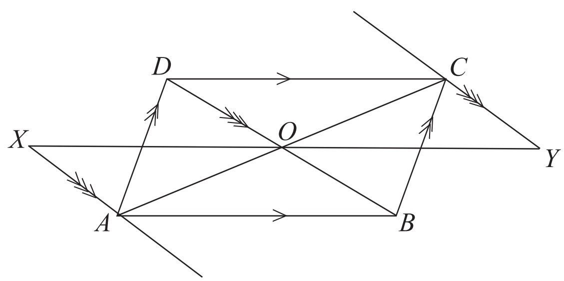


සාධනය (i) ADQ හා BPC ත්‍රිකෝණවල
$DQ = BP$ (දී ඇත)
$AD = BC$ (සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන නිසා)
$A\hat{D}Q = P\hat{B}C$ (ඒකාන්තර කෝණ, $AD//BC$)
$\therefore ADQ\Delta \equiv BPC\Delta$ (පා.කෝ.පා.)

(ii) ADQ හා BPC ත්‍රිකෝණ අංගසම නිසා එවිට අනුරූප අංග සමාන වන බැවින්,
$A\hat{Q}D = B\hat{P}C$
$\therefore A\hat{Q}P = Q\hat{P}C \quad \left(A\hat{Q}D + A\hat{Q}P = B\hat{P}C + C\hat{P}Q = 180^0\right)$
නමුත් $A\hat{Q}P$ හා $Q\hat{P}C$ ඒකාන්තර කෝණ වේ.
ඒකාන්තර කෝණ සමාන වන බැවින්,
$AQ // PC$ වේ.

නිදසුන 2

පහත රූපයේ දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව XY හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O බව සාධනය කරන්න.



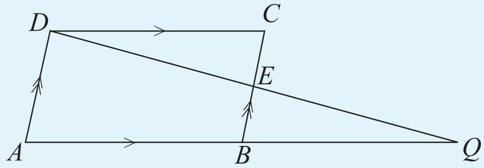
එනම්, $XO = OY$ බව සාධනය කළ යුතු ය. ඒ සඳහා AOX හා COY ත්‍රිකෝණ අංගසම බව පෙන්වමු.

සාධනය :

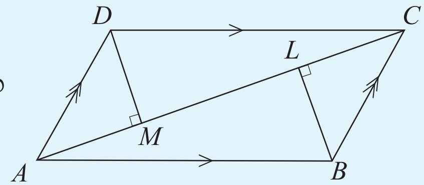
$AOX\Delta$ හා $COY\Delta$
$A\hat{X}O = C\hat{Y}O$ ($AX//CY$, ඒකාන්තර කෝණ සමාන නිසා)
$A\hat{O}X = C\hat{O}Y$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)
$AO = OC$ (සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.)
$AOX\Delta \equiv COY\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)
අංගසම ත්‍රිකෝණවල ඉතිරි අනුරූප අංග සමාන වේ.
$\therefore OX = OY$
එනම්, XY හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O වේ.

16.2 අභ්‍යාසය

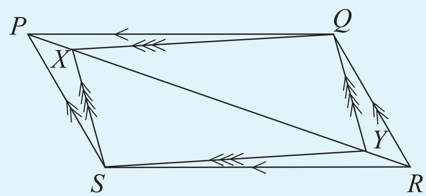
1. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E වේ. AB සහ DE දික්කළ විට, Q හි දී එකිනෙක හමුවේ. $AB = BQ$ බව සාධනය කරන්න.



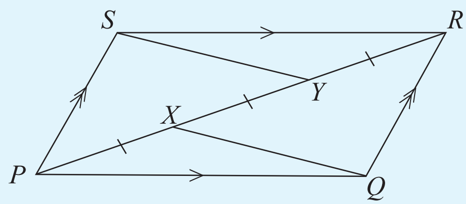
2. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ B සහ D සිට ACට අඳින ලද ලම්බ පිළිවෙළින් BL සහ DM වේ. $BL = DM$ බව පෙන්වන්න.



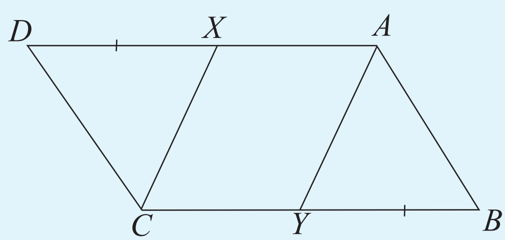
3. රූපයේ දක්වා ඇති $PQRS$ හා $QYSX$ සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි.
   (i) $PX = RY$ බව
   (ii) $PSXQ$ වර්ගඵලය $= SRQY$ වර්ගඵලය බව
   සාධනය කරන්න.



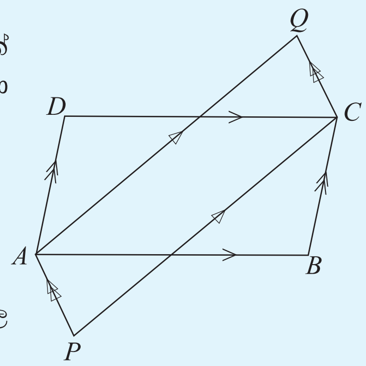
4. රූපයේ දැක්වෙන $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයෙහි $PX = XY = YR$ වන පරිදි PR මත X හා Y ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත.
   (i) $QX = SY$ බව ද
   (ii) $QX \parallel SY$ බව ද
   සාධනය කරන්න.



5. රූපයේ දැක්වෙන්නේ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි AD සහ BC පාද මත පිළිවෙළින් X හා Y පිහිටා ඇත්තේ $DX = BY$ වන පරිදි ය.
   (i) $ABY\Delta \equiv DCX\Delta$ බව ද
   (ii) $AY \parallel XC$ බව ද
   සාධනය කරන්න.



6. රූපයේ $ABCD$ හා $APCQ$ නම් සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් දැක්වේ. AC, BD සහ PQ එකම ලක්ෂ්‍යයක් හරහා වැටී ඇති බව සාධනය කරන්න.



7. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ $P\hat{S}R$ හා $Q\hat{R}S$ යන කෝණවල සමච්ඡේදක PQ මත වූ X ලක්ෂ්‍යයේ දී හමුවේ.

(i) මෙම තොරතුරු ඇතුළත් රූප සටහනක් අඳින්න.

(ii) $PX = PS$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) X යනු PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය බව සාධනය කරන්න.

(iv) $PQ = 2\,PS$ බව සාධනය කරන්න.

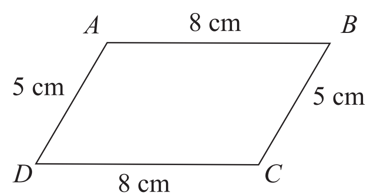
17 සමාන්තරාස්‍ර II

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

චතුරස්‍රයක්, සමාන්තරාස්‍රයක් වීමට අවශ්‍යතා හඳුනා ගැනීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

ප්‍රමේයය: චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි.

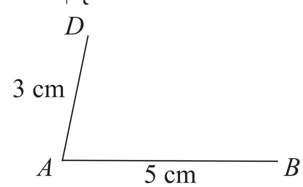
නිදසුනක් ලෙස, දී ඇති රූපයේ $AB = DC$ හා $AD = BC$ වේ. එමනිසා $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.



ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කරගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙමු.

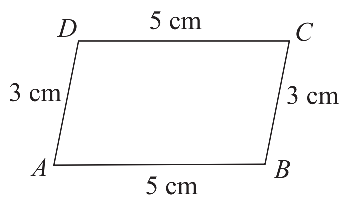
ක්‍රියාකාරකම 1

- බාහුවල දිග 5 cm හා 3 cm වන ලෙස රූපයේ ආකාරයට $B\hat{A}D$ අඳින්න.



- B සිට සෙන්ටිමීටර 3ක් ද D සිට සෙන්ටිමීටර 5ක් ද දුරින් 2 වන රූපයේ ආකාරයට C ලක්ෂ්‍යය කවකටුව ආධාරයෙන් ලබාගන්න. දැන් $ABCD$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.
- එවිට $AB = DC$ත්, $AD = BC$ත් වන බව පෙනේ.

- විහිත චතුරස්‍රය සහ කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ කෝණ මැන මිත්‍ර කෝණ යුගලයක එකතුව 180° බව පෙන්වීමෙන් හෝ $ABCD$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද අතර සමාන්තර බව නිරීක්ෂණය කරන්න. එනම්, $AB//DC$ බව හා $AD//BC$ බව ලබා ගන්න.

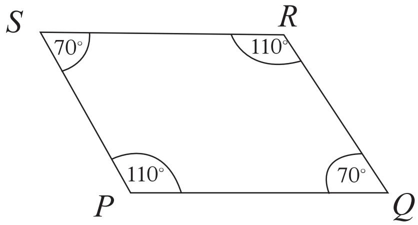


- සම්මුඛ පාද සමාන වන චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

දැන් සමාන්තරාස්‍ර සම්බන්ධ තවත් ප්‍රමේයයක් පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

ප්‍රමේයය: - චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

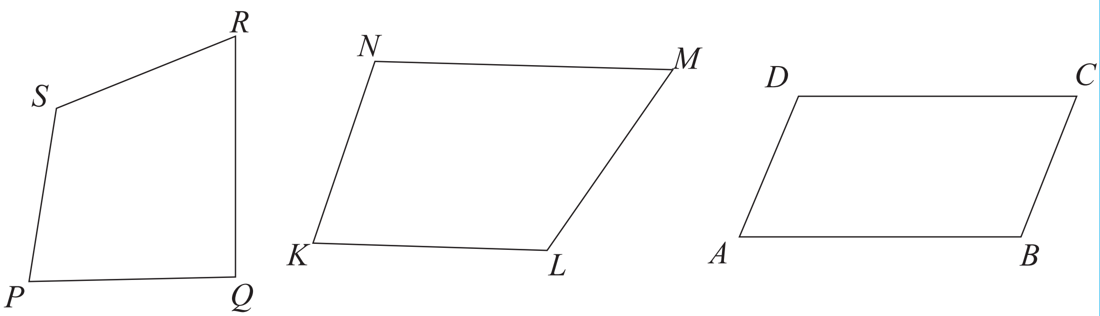
නිදසුනක් ලෙස දී ඇති රූපයේ $P\hat{Q}R = P\hat{S}R$ ද $Q\hat{R}S = Q\hat{P}S$ ද නිසා $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයකි.



ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කර ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙමු.

ක්‍රියාකාරකම් 2

පහත දී ඇති එක් එක් චතුරස්‍රයේ කෝණ සියල්ල මනින්න.

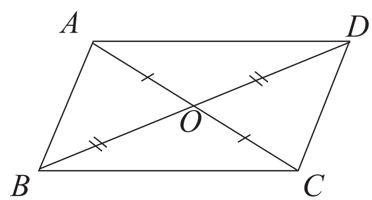


- එක් එක් චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගල් සමාන වන්නේ දැයි බලන්න.
- සම්මුඛ කෝණ සමාන වන චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තර වන්නේ දැයි විමසන්න (මිත්‍ර කෝණවල ඓක්‍යය 180° වන්නේ දැයි බලන්න).
- මේ අනුව සම්මුඛ කෝණ සමාන වන චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

දැන් සමාන්තරාස්‍ර සම්බන්ධ තවත් ප්‍රමේයයක් පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

ප්‍රමේයය: -චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේද වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

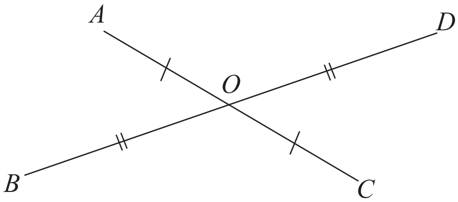
නිදසුනක් ලෙස $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $AO = OC$ ද $BO = OD$ නිසා $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

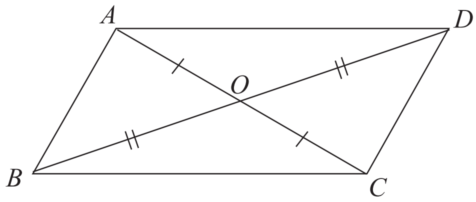


ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කරගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම් 3

- AC හා BD විකර්ණ වන $ABCD$ චතුරස්‍රය ඇඳීම සඳහා මුලින්ම AC විකර්ණය ඇඳ, එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම් කරන්න.
- දැන් AC විකර්ණය O හි දී ඡේදනය වන අයුරින් තවත් සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න. $OB = OD$ වන ආකාරයට එම රේඛා ඛණ්ඩය මත B හා D ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.



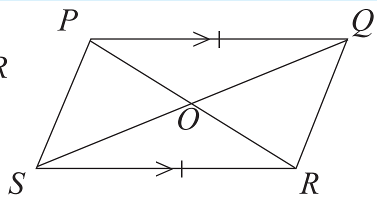


- දැන් ඉහත ආකාරයට $ABCD$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.
- විහිත චතුරස්‍රය හා කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ ඒකාන්තර කෝණ මැන බැලීමෙන් හෝ $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AB හා DC රේඛාවල සමාන්තරතාවත් BC හා AD රේඛාවල සමාන්තරතාවත් විමසන්න.
- විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේද වන චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

දැන් සමාන්තරාස්‍ර සම්බන්ධ තවත් ප්‍රමේයයක් පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

ප්‍රමේයය: චතුරස්‍රයක එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක ඇති පාද දෙක සමාන හා සමාන්තර වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

නිදසුනක් ලෙස $PQRS$ චතුරස්‍රයේ $PQ = SR$ හා $PQ//SR$ නිසා $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

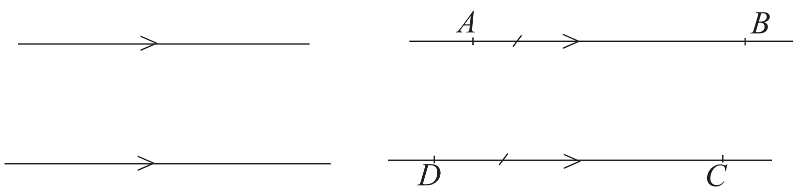


ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කරගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

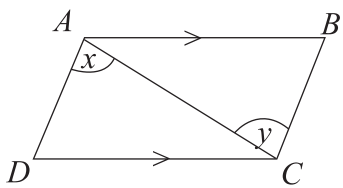
ක්‍රියාකාරකම් 4

- විහිත චතුරස්‍රය හා කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අඳින්න.
- එම සමාන්තර රේඛා යුගලයෙන් එකක් මත A හා B ලෙස ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කරන්න.

- AB දිගට සමාන දිගක් සහිත CD දිගක් අනෙක් රේඛාව මත ද රූපයේ පරිදි ලකුණු කරන්න.



- දැන් $ABCD$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කර, පහත රූපයේ ආකාරයට AC විකර්ණය අඳින්න.



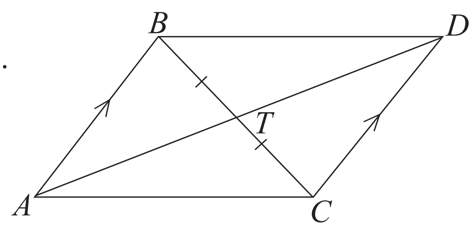
කෝණමානය භාවිතයෙන් x හා y ඒකාන්තර කෝණ යුගලය මැන බැලීමෙන් හෝ විහිත චතුරස්‍රය සහ කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ AD හා BC පාද සමාන්තර බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඉහත ප්‍රමේය භාවිතයෙන් අනුමේයයන් සාධනය කරන අයුරු පහත නිදසුන ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය T වේ. ABට සමාන්තර ව C හරහා ඇඳි රේඛාවට දික් කළ AT රේඛාව D හි දී හමු වේ. $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

මුලින්ම දී ඇති තොරතුරු අනුව රූපය අඳිමු.



සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන සහ සමාන්තර චතුරස්‍රයක්, සමාන්තරාස්‍රයක් වන බව අපි දනිමු. එබැවින්, එක් පාද යුගලයක් සමාන හා සමාන්තර බව පෙන්වා $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වමු. $AB // CD$ බව දී ඇත. $AB = CD$ බව ද පෙන්වමු. ඒ සඳහා, ABT හා CTD ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම බව පෙන්වමු.

$ABT\Delta$ හා $CTD\Delta$

$BT = TC$ (දී ඇත)

$A\hat{T}B = C\hat{T}D$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$A\hat{B}T = T\hat{C}D$ (ඒකාන්තර කෝණ, $AB//CD$)

$\therefore ABT\Delta \equiv CTD\Delta$ (කෝ.කෝ.පා)

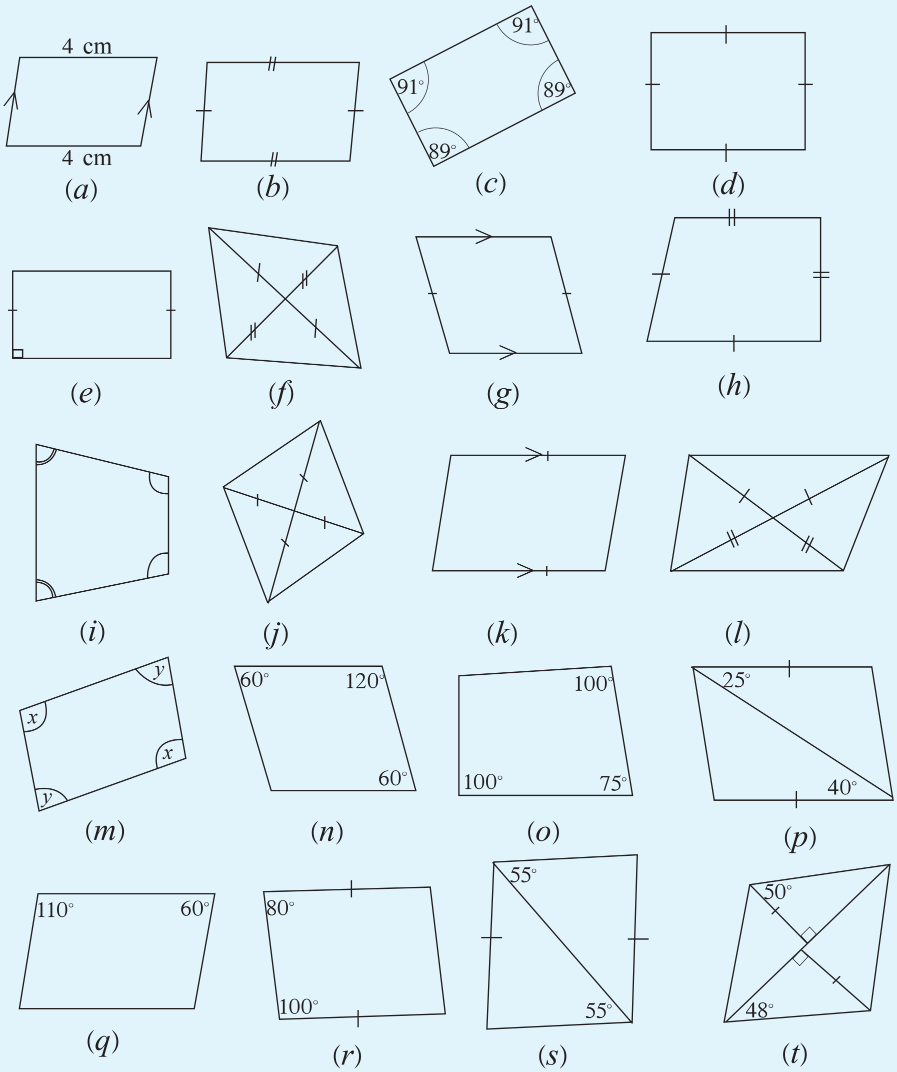
අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්,

$$AB = CD$$

$AB = CD$ හා $AB // CD$ බැවින්, $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

17.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන චතුරස්‍ර අතරින් දී ඇති දත්ත අනුව සමාන්තරාස්‍ර වන බව නිගමනය කළ හැකි චතුරස්‍ර තෝරන්න.

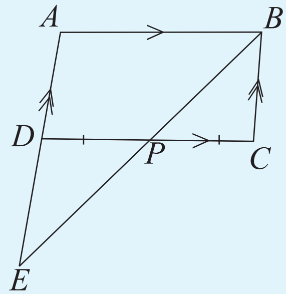


2. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ DC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වේ. දික් කළ AD සහ BP රේඛා E හි දී හමු වේ.

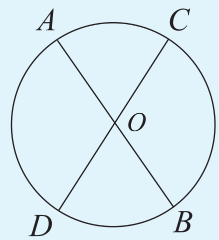
(i) $BCP\Delta \equiv DPE\Delta$ බව ද

(ii) $BCED$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද

සාධනය කරන්න.



3. දී ඇති රූපයේ AB හා CD යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ විෂ්කම්භ දෙකකි. A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය සමාන්තරාස්‍රයක ශීර්ෂ වන බව සාධනය කරන්න.

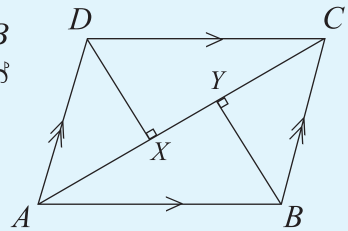


4. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ D සහ B ලක්ෂ්‍යවල සිට AC විකර්ණයට අඳින ලද ලම්බ පිළිවෙළින් X හා Y හිදී AC හමුවේ.

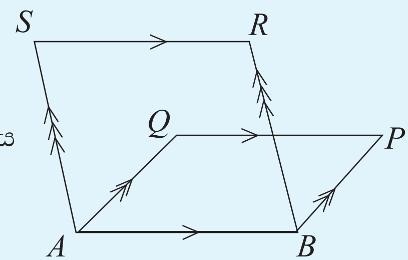
(i) $AXD\Delta \equiv BYC\Delta$ බව ද

(ii) $DX = BY$ බව ද

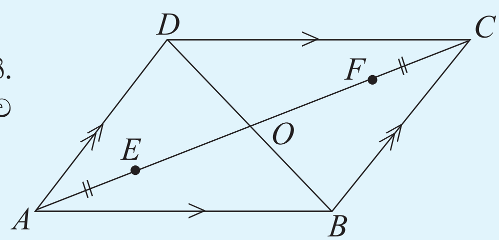
(iii) $BYDX$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.



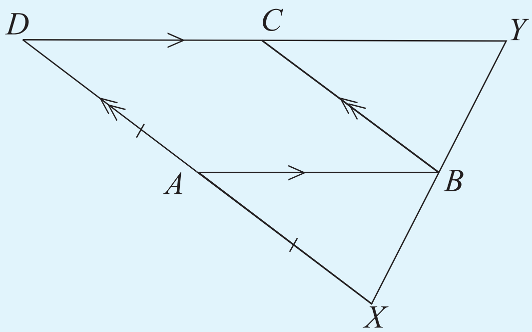
5. $ABPQ$ සහ $ABRS$ සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් රූපයේ දක්වා ඇත. $QPRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



6. දී ඇති රූපයේ $ABCD$ යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. $AE = FC$ නම්, $EBFD$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



7. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ $DA = AX$ වන පරිදි DA රේඛාව X දක්වා දික් කර ඇත. දික් කළ DC සහ XB රේඛා Y හි දී හමු වේ.
   (i) $AXBC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බවත්
   (ii) $ABYC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බවත්
   (iii) $DC=CY$ බවත් සාධනය කරන්න.

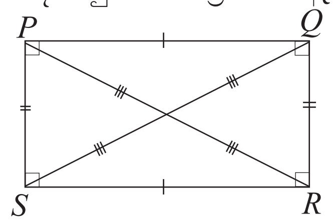


8. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. PO මත M ද OR මත T ද QO මත L ද SO මත N ද පිහිටා ඇත්තේ $PM = RT$ සහ $SN = QL$ වන පරිදි ය.
   (i) $MO = OT$ බව ද
   (ii) $LMNT$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද
   (iii) $MSTQ$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

විශේෂ ලක්ෂණ සහිත සමාන්තරාස්‍ර

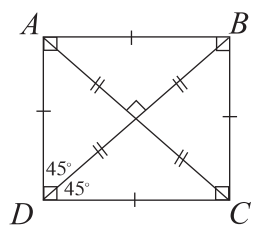
1. සෘජුකෝණාස්‍රය

සමාන්තරාස්‍රයක එක් කෝණයක් සෘජුකෝණයක් යැයි ගනිමු. එවිට ඉතිරි කෝණ ද සෘජුකෝණ වේ. එවැනි සමාන්තරාස්‍රක් සෘජුකෝණාස්‍රයක් ලෙස හැඳින්වේ. සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද සෘජුකෝණාස්‍රයකට ඇත.
   (i) ශීර්ෂ කෝණ සියල්ල ම සෘජුකෝණ වේ.
   (ii) විකර්ණ දිගින් සමාන වේ.



2. සමචතුරස්‍රය

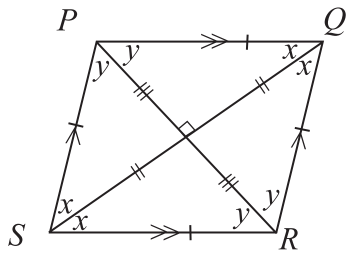
සමාන බද්ධ පාද දෙකක් ඇති සෘජුකෝණාස්‍ර සමචතුරස්‍ර වේ. සෘජුකෝණාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද සමචතුරස්‍රයක් සතුව පවතී.
   (i) සියලු ම පාද දිගින් සමාන වේ.
   (ii) විකර්ණ සෘජුකෝණී ව එකිනෙක සමච්ඡේද වේ.
   (iii) ශීර්ෂ කෝණ විකර්ණ මගින් සමච්ඡේද වේ.



3. රොම්බසය

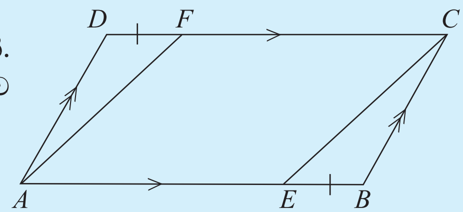
සමාන්තරාස්‍රයක බද්ධ පාද දෙකක් සමාන යැයි ගනිමු. එවිට පාද හතර ම දිගින් සමාන වේ. එවැනි සමාන්තරාස්‍ර රොම්බස ලෙස හැඳින්වේ. සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද රොම්බසයකට ඇත.

(i) පාද සියල්ල ම සමාන වේ.
(ii) විකර්ණ ඍජුකෝණීව එකිනෙක සමච්ඡේද වේ.
(iii) ශීර්ෂ කෝණ විකර්ණ මගින් සමච්ඡේද වේ.



මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන්නේ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි. $DF = EB$ නම් $AECF$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



2. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C$ හි කෝණ සමච්ඡේදකය AC පාද P හි දී ඡේදනය කරයි. BCට සමාන්තරව A හරහා ඇඳි රේඛාවට දික් කළ BP රේඛාව D හි දී හමුවන්නේ $BP = PD$ වන පරිදි ය.
   (i) $BCP\Delta \equiv ADP\Delta$ බව සාධනය කරන්න.
   (ii) $ABCD$ රොම්බසයක් බව පෙන්වන්න.
   (iii) $AC = 18$ cm $BD = 24$ cm නම් AB දිග සොයන්න.

3. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ. ABට සමාන්තර ලෙස C හරහා ඇඳි සරල රේඛාවත් දික් කරන ලද XYත් Z හි දී හමු වේ.
   (i) $AXY\Delta \equiv CYZ\Delta$ බව ද
   (ii) $BCZX$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

4. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AB, BC, CD සහ AD පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P, Q, R සහ S වේ.
   (i) $ASP\Delta \equiv CQR\Delta$ බව ද
   (ii) $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

18 කුලක

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- කුලකයක් විස්තර කළ හැකි ක්‍රම හඳුනා ගැනීමට
- කුලක දෙකක් දක්වා ඇති වෙන්රූප සටහනකට අදාළ ප්‍රදේශ හඳුනා ගැනීමට හා එම උපකුලකවල ඇති අවයව ගණන දැක්වෙන සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

කුලක අංකනය

කුලකයක් ලියා දැක්විය හැකි ක්‍රම තුනක් ඔබ මීට පෙර ඉගෙනගෙන ඇත.
ඒවා නම්,

- වචනයෙන් විස්තර කිරීම
- අවයව ලයිස්තුගත කිරීම
- වෙන් රූප සටහන

A යනු 1ත් 10ත් අතර 3හි ගුණාකාර කුලකය නම්, එය ඉහත ආකාර 3 අනුව දක්වතොත් මෙසේ ය.

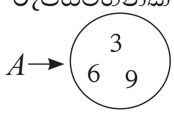
- වචනයෙන් විස්තර කිරීමක් ලෙස,

  A = {1ත් 10ත් අතර තුනෙහි ගුණාකාර}

  හෝ

  A = 1ත් 10ත් අතර 3 හි ගුණාකාර කුලකය
- අවයව ලයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස,

  $A = \{3, 6, 9\}$
- වෙන් රූපසටහනක් ලෙස,



18.1 කුලකයක ජනන ස්වරූපය

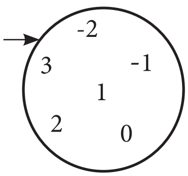
කුලකයක් දැක්විය හැකි තවත් අංකන ක්‍රමයක් වන්නේ ජනන ස්වරූපයෙන් දැක්වීමයි. නිදසුනක් ලෙස, 1ත් 10ත් අතර තුනෙහි ගුණාකාර කුලකය ජනන ස්වරූපයෙන් පහත ආකාරයට දැක්විය හැකි ය.

A = { x : x යනු 3 හි ගුණාකාරයක් හා $1 < x < 10$ }

මෙහි x යන්න විචල්‍යයක් වැනිය. ඒ සඳහා ඕනෑම සංකේතයක් භාවිත කළ හැකි ය. දෙතිතට පසුව ඇති ප්‍රකාශයෙන්, x කෙසේ විය යුතු ද යන්න විස්තර කෙරෙයි. කුලකයක් ජනන ස්වරූපයෙන් දැක්වීමේ දී ද විවිධ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, පහත දැක්වෙන්නේ $A = \{1, 2\}$ කුලකය ජනන ස්වරූපයෙන් ලිවිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර 3 කි.

$A = \{ x : (x-1)(x-2) = 0 \}$
$A = \{ y : y \in \mathbb{Z}$ හා $1 \leq y \leq 2 \}$
$A = \{ n \in \mathbb{Z} \ : \ 0 < n \leq 2 \}$

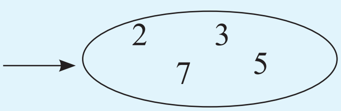
කුලකයක ජනන ස්වරූපය පිළිබඳ ව පහත වගුවේ දැක්වෙන නිදසුන් සලකා බලන්න.

කුලකය	ජනන ස්වරූපය
$A =$ {10ට අඩු ධන නිඛිල}	$A = \{x: x \in \mathbb{Z}^+$ හා $0 < x < 10\}$ හෝ $A = \{x \in \mathbb{Z}^+ : 0 < x < 10\}$
$B = \{16, 25, 36, 49\}$	$B = \{ x : x$ පූර්ණ වර්ගයක් සහ $16 \leq x \leq 49\}$
C 	$C = \{ x : x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 3 \}$ හෝ $C = \{x \in \mathbb{Z} : -2 \leq x \leq 3 \}$

18.1 අභ්‍යාසය

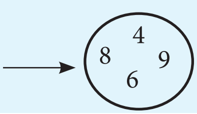
1. 10 සිට 15 තෙක් ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා කුලකය,
   (i) වචනයෙන් විස්තර කිරීමක් ලෙස
   (ii) අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස
   (iii) වෙන් රූප සටහන් ඇසුරෙන්
   (iv) කුලක ජනන ස්වරූපයෙන්
   ලියා දක්වන්න.

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් කුලකය වචනයෙන් විස්තර කිරීමක් ලෙස ලියන්න.
   (i) $A = \{3, 6, 9, 12\}$

   (ii) B 

   (iii) $C = \{ x : x$ පූර්ණ වර්ගයකි. $10 < x < 100 \}$

3. පහත දැක්වෙන එක් එක් කුලකය, අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස දක්වන්න.
   (i) X = { ANURADHAPURAYA යන වචනයේ අකුරු}
   (ii) $A = \{ x : x$ ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවකි. $10 < x < 20\}$

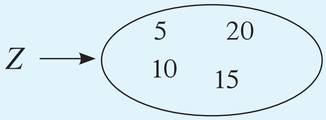
   (iii) B 

4. පහත එක් එක් කුලකය වෙන්රූප සටහනක් භාවිතයෙන් දක්වන්න.

(i) $A = \{7, 14, 21, 28\}$
(ii) B = {ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ස්වර අක්ෂර}
(iii) $Y = \{x \in \mathbb{Z} \ : x^2 = 4\}$

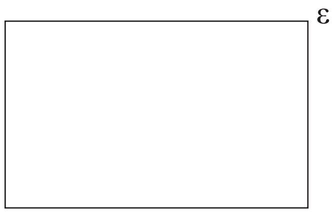
5. පහත එක් එක් කුලකය, කුලක ජනන ස්වරූපයෙන් ලියන්න.

(i) X = {1ත් 10ත් අතර ඇති ඔත්තේ සංඛ්‍යා}
(ii) $Y = \{0, 1, 2, 3\}$
(iii)



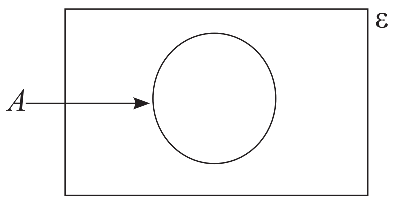
18.2 වෙන් රූප සටහනක ප්‍රදේශ

වෙන් රූප සටහන් ඇඳීමේ දී සර්වත්‍ර කුලකය සෘජුකෝණාස්‍රයකින් දැක්වෙන අතර, එය ε මගින් අංකනය කෙරේ.

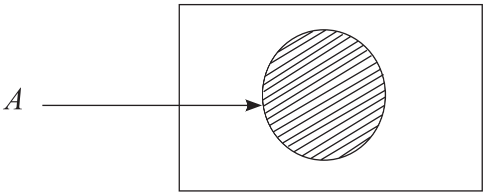


මෙම සර්වත්‍ර කුලකයෙහි උපකුලක වෘත්තාකාර (හෝ ඉලිප්සාකාර) ප්‍රදේශ මගින් දැක්වේ. මෙම උපකුලක මගින් සර්වත්‍ර කුලකය නිරූපණය කෙරෙන සෘජුකෝණාස්‍රය විවිධ ප්‍රදේශවලට වෙන් වේ. එම ප්‍රදේශ හඳුනා ගැනීම දැන් සලකා බලමු.

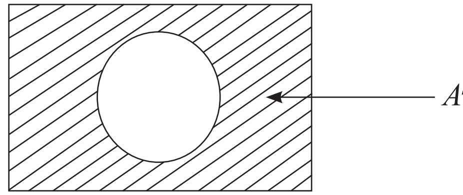
1. සර්වත්‍ර කුලකය තුළ එක් උපකුලකයක් දැක්වෙන විට



A උපකුලකය මගින් සර්වත්‍ර කුලකය ප්‍රදේශ දෙකකට වෙන් වේ. ඒවා නම් A අයත් පෙදෙස හා Aහි අනුපූරකය වන A' අයත් පෙදෙසයි.



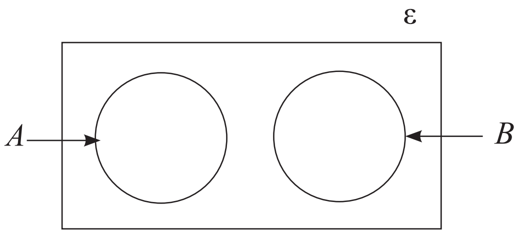
A



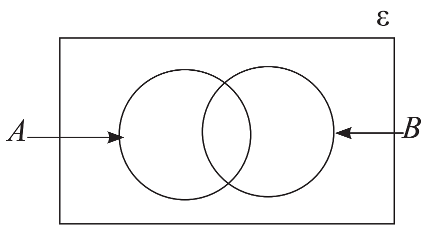
A හි අනුපූරකය $= A'$

2. සර්වත්‍ර කුලකයෙහි උපකුලක 2ක් නිරූපණය වන විට

උපකුලක දෙක A හා B යැයි ගනිමු. A හා Bට පොදු අවයව නොමැති විට දී, එනම් $A\cap B = \emptyset$ විට දී ලැබෙන වෙන්රූප සටහනත්, Aට හා Bට පොදු අවයව ඇති විට දී, එනම් $A\cap B \neq \emptyset$ විට දී ලැබෙන වෙන්රූප සටහනත් පහත දැක්වේ.



$A \cap B = \emptyset$ වන විට



$A \cap B \neq \emptyset$ වන විට

ප්‍රදේශ හඳුනාගැනීමට පෙර, පහත දැක්වෙන කුලක අර්ථ දැක්වීම් නැවත මතක් කර ගනිමු.

$A' = A$ට අයත් නොවන අවයව සහිත කුලකය

$A\cap B = A$ හා B කුලක දෙකටම අයිති අවයව සහිත කුලකය

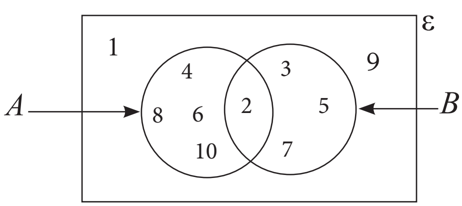
$A\cup B = A$ට හෝ Bට අයත් අවයව සහිත කුලකය

නිදසුනක් ලෙස $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ලෙසත්

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ලෙසත්

$B = \{2, 3, 5, 7\}$ ලෙසත්

ගනිමු. එවිට, වෙන් රූප සටහනක මෙම කුලක මෙසේ දැක්විය හැකි ය.



දී ඇති කරුණු අනුව

$A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ බවත්

$A \cap B = \{2\}$ බවත්

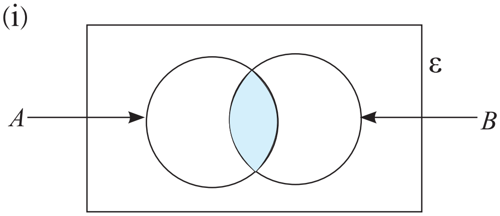
$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$ බවත් පැහැදිලි ය.

තව ද $(A \cup B)' = \{1, 9\}$ බවත්

$(A \cap B)' = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ බවත් වෙන් රූප සටහන හොඳින් නිරීක්ෂණය කළ විට පෙනේ.

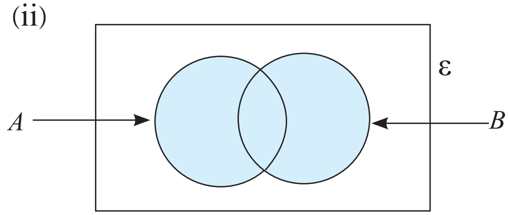
සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක දෙකක් වෙන්රූප සටහනක දැක්වීමේ දී එම වෙන්රූප සටහන තුළ ප්‍රදේශ ගණනාවක් හටගනී. පහත දැක්වෙන්නේ එසේ හටගන්නා ප්‍රදේශ කිහිපයක් සහ එම එක් එක් ප්‍රදේශය, කුලක අනුපූරකය, කුලක ඡේදනය සහ කුලක මේලය භාවිතයෙන් ලියා දැක්විය හැකි ආකාර වේ.

(i)



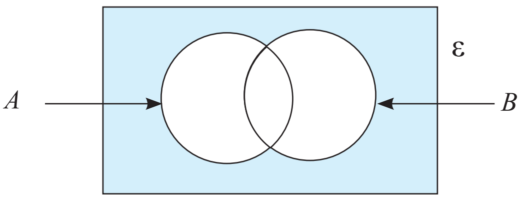
$A\cap B$

(ii)



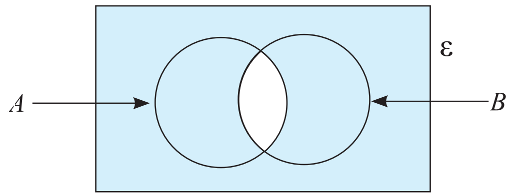
$A\cup B$

(iii)



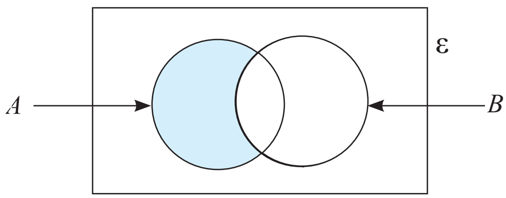
$(A\cup B)'$

(iv)



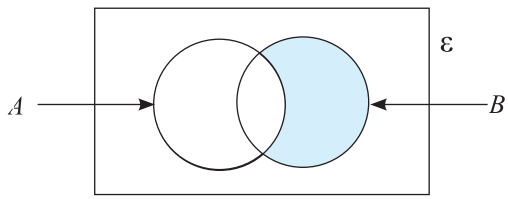
$(A\cap B)'$

(v)



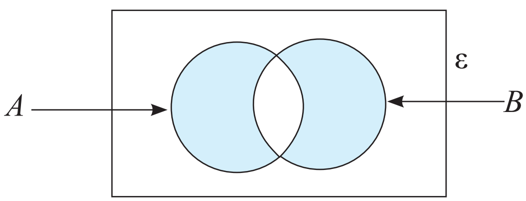
$A\cap B'$

(vi)



$A'\cap B$

ඉහත සාකච්ඡා කළ නිදසුනට අදාළ ව,
$A\cap B' = \{4, 6, 8, 10\}$ ද $A'\cap B = \{3, 5, 7\}$ ද වේ.
තව ද ඉහත (v) හා (vi) වෙන් රූප සටහන් අනුව පහත වෙන් රූප සටහන ලැබේ.

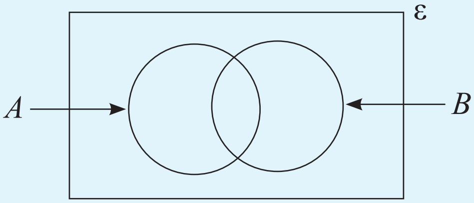


$(A\cap B')\cup(A'\cap B)$

18.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති එක් එක් කුලකයට අදාළ පෙදෙස අඳුරු කර දක්වන්න.

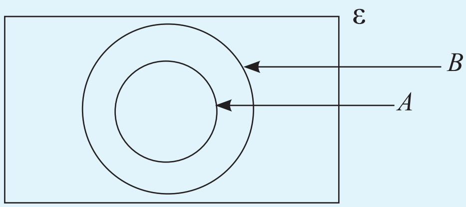
a.



(i) $A'\cap B'$ (ii) $A'\cup B'$
(iii) $(A\cap B)'$ (iv) $(A\cup B)'$
(v) $(A\cap B)\cup(A\cup B)'$ (vi) $(A\cap B')'$
(vii) $(A'\cap B)'$ (viii) $(A\cup B')'$
(ix) $(A'\cup B)'$

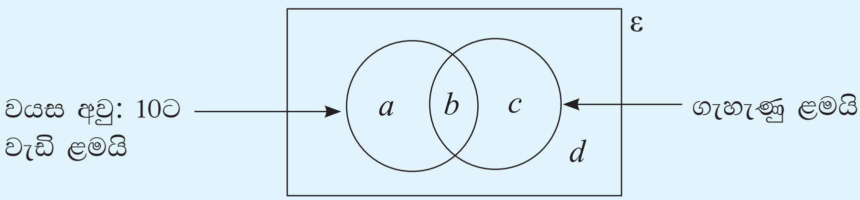
b. ඉහත ඔබ අඳුරු කළ ප්‍රදේශ පරීක්ෂා කිරීමෙන් සමාන කුලක යුගල සියල්ල දක්වන්න.

2. පහත දැක්වෙන්නේ $A\subset B$ විට ඇඳ ඇති, A හා B කුලක අඩංගු වෙන් රූප සටහනකි. එහි පිටපත් 6ක, (i) සිට (vi) දක්වා දී ඇති එක් එක් කුලකයට අදාළ පෙදෙස අඳුරු කර දක්වන්න.



(i) $A\cap B$ (ii) $A\cup B$
(iii) $A'\cap B$ (iv) $A'\cup B$
(v) $(A\cup B)'$ (vi) $(A'\cap B)'$

3. ළමා සමාජයක සිටින ළමයින් පිළිබඳ තොරතුරු පහත වෙන් රූප සටහනේ දක්වා ඇත.



a, b, c හා d සංකේත එක එකක් මගින් දැක්වෙන පෙදෙස වචනයෙන් විස්තර කරන්න. නිදසුනක් ලෙස a මගින් දැක්වෙන්නේ ''වයස අවුරුදු 10ට වැඩි පිරිමි ළමයි'' වේ.

4. $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A'\cap B = \{4, 5\}$

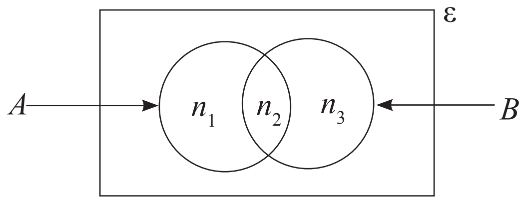
$A\cap B = \{3\}$

$(A\cup B)' = \{1\}$ නම් සුදුසු වෙන්රූප සටහනක ඉහත දත්ත ඇතුළත් කරන්න. ඒ ඇසුරෙන්,

A, $A\cup B$ හා $B'\cap A$ කුලක සොයන්න.

18.3 කුලක දෙකක අවයව ප්‍රමාණ අතර සම්බන්ධතා

● පහත වෙන් රූපසටහනේ දැක්වෙන්නේ $A \cap B \neq \emptyset$ පරිදි වූ සර්වත්‍ර කුලකයකට අයත් A හා B උපකුලක 2කි.



මෙහි n_1, n_2, n_3 මගින් අදාළ පෙදෙස්වලට අයත් අවයව ගණන දක්වා ඇත.
(වෙන් රූපය තුළ අවයව ලියා දැක්වීම කළ යුතු වුවත්, ගැටලු විසඳීමේ පහසුව සඳහා මෙලෙස අවයව ගණන ලියා දක්වමු).

A කුලකයට අයත් අවයව ගණන $n(A)$ ආදී වශයෙන් දක්වමු. එවිට රූපයට අනුව,

$$n(A) = n_1 + n_2$$
$$n(B) = n_2 + n_3$$
$$n(A \cap B) = n_2$$
$$n(A \cup B) = n_1 + n_2 + n_3 \text{ වේ.}$$

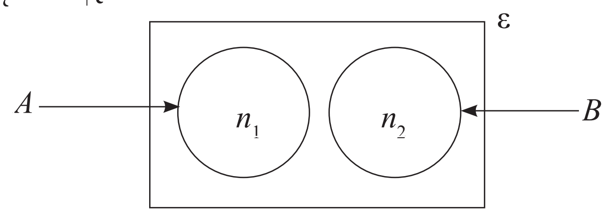
දැන්, $n(A \cup B) = \underbrace{n_1 + n_2} + \underbrace{n_2 + n_3} - n_2$

$= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ලෙස ලැබේ.

මේ අනුව,

$$\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

A හා B උපකුලක දෙක වියුක්ත වන (එනම්, $A \cap B = \emptyset$) අවස්ථාවට අදාළ වෙන් රූප සටහන පහත දක්වා ඇත.



මේ අවස්ථාවේ දී,

$$n(A) = n_1$$
$$n(B) = n_2$$
$$n(A \cup B) = n_1 + n_2$$

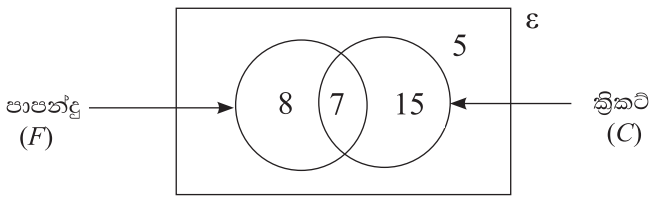
මේ අනුව, $A \cap B = \emptyset$ වන විට

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

කුලක දෙකක් ආශ්‍රිත පෙදෙස් තවදුරටත් හඳුනා ගැනීමට පහත නිදසුන් තවදුරටත් හොඳින් අධ්‍යයනය කරන්න. මෙහි දී කුලකය තුළ එයට අයත් අවයව ලිවීම සම්මතය වුවත්, පහසුව සඳහා කුලකය තුළ, අවයව ගණන ලියා ඇත.

නිදසුන 1

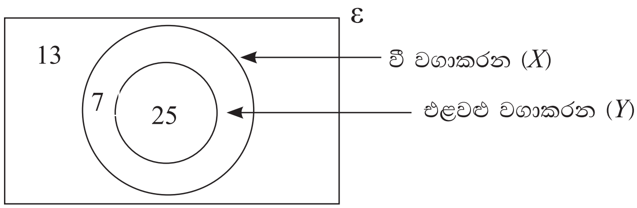
පහත දැක්වෙන්නේ පාසලක, පාපන්දු හා ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවන්හි යෙදෙන සිසුන් පිළිබඳ තොරතුරු ඇතුළත් වෙන් රූප සටහනකි.



1. පාපන්දු ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F) = 8 + 7 = 15$
2. ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(C) = 7 + 15 = 22$
3. ක්‍රීඩා දෙකෙහිම යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F \cap C) = 7$
   (පාපන්දු හා ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවල යෙදෙන්නන්)
4. ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ පමණක් යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(C \cap F') = 15$
5. පාපන්දු ක්‍රීඩාවේ පමණක් යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F \cap C') = 8$
6. පාපන්දු හෝ ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F \cup C) = 8 + 7 + 15 = 30$
7. පාපන්දු ක්‍රීඩාවේ නොයෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F') = 15 + 5 = 20$
8. ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ නොයෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(C') = 8 + 5 = 13$
9. එක් ක්‍රීඩාවක පමණක් යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n\{(F \cap C') \cup (F' \cap C)\}$
   $= 8 + 15 = 23$
10. ඉහත එකදු ක්‍රීඩාවකවත් නොයෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F \cup C)' = 5$

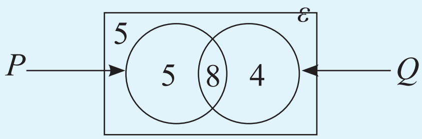
නිදසුන 2

එක්තරා ගමක ගොවීන්ගෙන් ඔවුන් කරනු ලබන වගාවන් පිළිබඳව විමසීමෙන් ලබා ගත් තොරතුරු පහත වෙන්රූප සටහනෙන් නිරූපනය කර ඇත.



1. එළවළු වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n(Y) = 25$
2. වී වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n(X) = 7 + 25 = 32$
3. වී පමණක් වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n(Y' \cap X) = 7$
4. එළවළු පමණක් වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n(X' \cap Y) = 0$ (කිසිවෙක් නැත)
5. වී හා එළවළු වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n(X \cap Y) = 25$
6. වී හෝ එළවළු වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n(X \cup Y) = 7 + 25 = 32$
7. ඉහත වගාවන් දෙකෙහි ම නොයෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(X \cup Y)' = 13$
8. විමසීමට ලක් කරන ලද මුළු ගොවීන් ගණන කීය ද? $n(\varepsilon) = 13 + 7 + 25 = 45$

18.3 අභ්‍යාසය

1. $n(A) = 35$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 11$ නම් $n(A \cup B)$ සොයන්න.
2. $n(X) = 16$, $n(X \cap Y) = 5$, $n(X \cup Y) = 29$ නම් $n(Y)$ සොයන්න.
3. $n(P) = 70$, $n(Q) = 55$, $n(P \cup Q) = 110$ නම්, $n(P \cap Q)$ සොයන්න.
4. $n(A) = 19$, $n(B) = 16$, $n(A \cup B) = 35$ නම්, $n(A \cap B)$ සොයන්න. ඒ අනුව A හා B කුලක දෙකෙහි ඇති විශේෂත්වය කුමක් ද?
5. 

   ඉහත වෙන් රූපය තුළ සංඛ්‍යා මගින් දක්වා ඇත්තේ එක් එක් පෙදෙසට අයත් අවයව ප්‍රමාණ වේ.
   $n(P)$, $n(Q)$, $n(P \cap Q)$ හා $n(P \cup Q)$ සොයා එමගින්, $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$ සම්බන්ධය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.
6. ක්‍රීඩා සමාජයක සිටිනා සාමාජිකයෝ ගණන 60කි. ඉන් 30ක් ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන අතර, 25ක් එල්ලේ ක්‍රීඩාවේ යෙදෙති. ක්‍රීඩා දෙකෙහි ම යෙදෙන ගණන 15කි.
   (i) සුදුසු වෙන් රූප සටහනක ඉහත දත්ත ඇතුළත් කරන්න.
   (ii) ඉහත එකදු ක්‍රීඩාවක හෝ නොයෙදෙන ගණන කීය ද?
   (iii) ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ නොයෙදෙන, එහෙත් එල්ලේ ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන ගණන කීය ද?
7. සාදයකට පැමිණි 30 දෙනෙකුගෙන් 12ක් කැවුම් ද, 20ක් කොකිස් ද, අනුභව කළ අතර 5ක් ඉහත වර්ග දෙක ම අනුභව නොකරති. ඉහත තොරතුරු සුදුසු වෙන් රූප සටහනක දක්වා,
   (i) ඉහත වර්ග දෙක ම අනුභව කළ ගණන සොයන්න.
   (ii) ඉහත වර්ග දෙකෙන් එක් වර්ගයක් පමණක් අනුභව කළ ගණන සොයන්න.

8. පන්තියක සිසුන් 40 දෙනෙකුගෙන් 21 දෙනෙකු ගුවන්විදුලියට සවන්දීම ප්‍රිය නොකරන අතර, 10 දෙනෙක් රූපවාහිනිය නැරඹීම ප්‍රිය නොකරති. 8 දෙනෙකු ඉහත වර්ග දෙකෙන් එකක්වත් ප්‍රිය නොකරයි.
   (i) ඉහත තොරතුරු සුදුසු වෙන් රූප සටහනක දක්වන්න.
   (ii) ඉහත වර්ග දෙක ම ප්‍රිය කරන ගණන කීය ද?
   (iii) රූපවාහිනිය නැරඹීම පමණක් ප්‍රිය කරන ගණන කීය ද?

9. අවුරුදු ක්‍රීඩාවකට සහභාගි වූ දරුවන් 35 දෙනෙකු අතරින් 19ක් පිරිමි ළමයින් වූ අතර, 17 දෙනෙක් අවුරුදු 15ට වැඩි ය. අවුරුදු 15ට අඩු ගැහැනු ළමයින් ගණන 6 කි.
   (i) ඉහත තොරතුරු සුදුසු වෙන්රූප සටහනක දක්වන්න.
   (ii) අවුරුදු 15ට වැඩි පිරිමි ළමයින් ගණන කීය ද?

10. චාරිකාවකට සහභාගි වූ 80 දෙනෙකුගෙන් 50%ක පිරිසක් හිස්වැසුම් පැලඳ සිටි නමුත්, අත් ඔරලෝසු පැලඳ සිටියේ නැත. චාරිකාවට සහභාගී වූ පිරිසෙන් 40%ක් අත්ඔරලෝසු පැලඳ සිටි අතර, ඉන් 30 දෙනෙක් හිස්වැසුම් පැලඳ සිටියෝ ය.
   (i) සුදුසු වෙන් රූප සටහනක ඉහත තොරතුරු දක්වන්න.
   (ii) ඉහත පලඳනා දෙකෙන් එකක්වත් පැලඳ නොසිටි ගණන සොයන්න.

11. එක්තරා ගමක ජීවත් වන ගොවීන්ගෙන් 36 දෙනෙක් අල වගා කරති. මිරිස් පමණක් වගා කරන ගොවීන් ගණන 18 කි. අල වගා නොකරන ගොවීන් ගණන 24ක් වන අතර, මිරිස් වගා නොකරන ගොවීන් ගණන 26කි. ඉහත තොරතුරු වෙන්රූප සටහනක දක්වා,
   (i) ඉහත වගා දෙකෙන් එකක් වත් නොකරන ගොවීන් ගණන සොයන්න.
   (ii) අල පමණක් වගා කරන ගොවීන් ගණන සොයන්න.
   (iii) ඉහත වර්ග දෙක ම වගා කරන ගොවීන් ගණන සොයන්න.

12. එක්තරා ගමක නිවාස 80ක් අහඹු ලෙස තෝරා ගෙන සිදු කළ සමීක්ෂණයක දී පහත තොරතුරු අනාවරණය විය.
   - නිවාස 5කට නළ ජලය හෝ විදුලියවත් නොතිබුණි.
   - නිවාස 30කට විදුලිය නොතිබුණි.
   - නළජලය ඇතිමුත් විදුලිය නොමැති වූ නිවාස ගණන, එම පහසුකම් දෙක ම තිබුණු නිවාස ගණනට වඩා 7කින් වැඩි ය.

   (i) ඉහත තොරතුරු සුදුසු වෙන් රූප සටහනක දක්වන්න.
   (ii) නළජලය හා විදුලිය සහිත නිවාස ගණන කීය ද?
   (iii) විදුලිය ඇතත් නළජල පහසුකම නොමැති නිවාස ගණන කීය ද?
   (iv) නල ජලය නොමැති නිවාස ගණන කීය ද?
   (v) එක් පහසුකමක් පමණක් ඇති නිවාස ගණන කීය ද?

අ

අංගසම	ஒருங்கிசைவு	Congruent
අනුපාතය	விகிதம்	Ratio
අනුරූප කෝණය	ஒத்த கோணம்	Corresponding angle
අනුරූප පාද	ஒத்த பக்கம்	Corresponding sides
අනුලෝම සමානුපාතිකය	நேர்விகித சமன்	Direct proportion
අභ්‍යන්තර කෝණය	அகக் கோணம்	Interior angle
අභ්‍යාන්තර සම්මුඛ කෝණය	அகத்தெதிர்க் கோணம்	Interior opposite angle
අරය	ஆரை	Radius

එ

එකතු කළ අගය මත බදු	பெறுமதி சேர்க்கப்பட்ட வரி	Value added tax

ක

කර්ණය	கால்	Hypotenuse
කාර්තුව	காலாண்டு	Quarter
කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය	பொது மடங்குகளுட் சிறியது	Least Common Mutiple
කේන්ද්‍ර කෝණය	ஆரைச்சிறைக் கோணம்	Angle at the Centre
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	ஆரைச்சிறை	Sector

ඍ

ඍජුකෝණය	செங்கோணம்	Right angle
ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණය	செங்கோண முக்கோணி	Right angled triangle

ච

චතුරස්‍රය	நாற்பக்கல்	Quadrilateral
චාපය	வில்	Arc
චාප දිග	வில்லின் நீளம்	Length of arc

ඡ

ඡේදනය	இடைவெட்டு	Intersection

ත

තල රූපය	தள உருவம்	Plane figure
තීරු බදු	சுங்க வரி	Custom duty
තුල්‍ය භාග	சமவலுப்பின்னம்	Equivalent Fractions
ත්‍රිකෝණය	முக்கோணி	Triangle
ත්‍රිකෝණයක අංග		Elements of a Triangle
ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන	மூவுறுப்பு இருபடி கோவை	Trinomial Quadratic Expression

ද

දශම සංඛ්‍යා	தசம எண்கள்	Decimal numbers
ද්විපද ප්‍රකාශන	ஈருறுப்புக் கோவை	Binomial Expressions

ප

පරිමිතිය	சுற்றளவு -	Perimeter
පළමුවන සන්නිකර්ෂණය	முதலாம் அண்ணளவாக்கம்	First approximation
පොදු හරය	பொதுப்பகுதி	Common Denominator
පොලී අනුපාතිකය	வட்டி வீதம்	Interest rate
පූර්ණ සංඛ්‍යා	முழு எண்கள்	Whole numbers
පූර්ණ වර්ගය	நிறை வர்க்கம்	Perfect square
ප්‍රතිලෝම සමානුපාතිකය	நேர்மாறு விகிதசமன்	Indirecd proportion
ප්‍රතිමුඛ කෝණ	குத்தெதிர்க் கோணங்கள்	Vertically opposite angle
ප්‍රතිශතය	சதவீதம்	Percentage
ප්‍රමේයය	தேற்றம்	Theorem
ප්‍රත්‍යක්ෂ		Axioms
ප්‍රසාරණය	விரிவு	Expansion

බ

බදු	வரி	Tax
බාහිර කෝණය	புறக் கோணம்	Exterior angle

ම

මුල් මුදල	முதல்	Principal value

ල

ලම්බය	செங்குத்து	Perpendicular
ලම්බ සමච්ඡේදකය	இரு சமவெட்டி செங்குத்து	Perpendicular Bisector
ලවය	தொகுதி	Numerator

ව

වට ප්‍රස්තාර	வட்ட வரைபுகள்	Pie charts
වර්ගඵලය	பரப்பளவு	Area
වර්ගජ සමීකරණය	இருபடிக் கோவை	Quadratic equation
වර්ගමූලය	வர்க்கமூலம்	Square root
වර්ග දෙකක අන්තරය	இரண்டு வர்க்கங்களின் வித்தியாசம்	Difference of two squares
වර්ග සංඛ්‍යා	வர்க்க எண்கள்	Square numbers
වර්ගායිතය	வர்க்கித்த	Square
වරිපනම් බදු	மதிப்பீட்டு வரி	Rates
වාර්ෂික වටිනාකම	வருடாந்த பெறுமதி	Annual Value
විකර්ණය	மூலைவிட்டம்	Diagonal
විධිමත් සාධනය	முறையான நிறுவல்	Formal proof
විසඳුම	விடை	Solution
විහිත චතුරස්‍රය	மூலைமட்டம்	Setsquare
වීජීය පද	அட்சரகணித உறுப்புக்கள்	Algebraic terms
වීජීය ප්‍රකාශන	அட்சரகணிதக் கோவை	Algebraic Expressions
වීජීය භාග	அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்	Algbraic Fractions

පාඩම් අනුක්‍රමය

පෙළපොතේ පරිච්ඡේදය	ගුරුමාර්ගෝපදේශයේ පාඩම් අංකය	කාලච්ඡේද ගණන
1 වාරය		
1. පරිමිතිය	1	4
2. වර්ගමූලය	2	4
3. භාග	3	4
4. ද්විපද ප්‍රකාශන	4	4
5. අංගසාම්‍යය	5	5
6. වර්ගඵලය	6	4
7. වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක	7	4
8. ත්‍රිකෝණ I	8	10
9. ත්‍රිකෝණ II	8	
10. ප්‍රතිලෝම සමානුපාත	9	5
11. දත්ත නිරූපණය	10	3
12. වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා පොදු ගුණාකාරය	11	4
2 වාරය		
13. වීජීය භාග	12	4
14. ප්‍රතිශත	13	7
15. සමීකරණ	14	8
16. සමාන්තරාස්‍ර I	15	7
17. සමාන්තරාස්‍ර II	16	9
18. කුලක	17	8
19. ලඝුගණක I	18	5
20. ලඝුගණක II	19	5
21. ප්‍රස්තාර	20	9
22. ශීඝ්‍රතාව	21	5
23. සූත්‍ර	22	3
3 වාරය		
24. සමාන්තර ශ්‍රේඪී	23	7
25. වීජීය අසමානතා	24	6
26. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති	25	10
27. වෘත්තයක ජ්‍යා	26	6
28. නිර්මාණ	27	10
29. ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව	28	9
30. සම්භාවිතාව	29	8
31. වෘත්තයක කෝණ	30	8
32. පරිමාණ රූප	31	5

ගණිතය

10 ශ්‍රේණිය

II කොටස

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සියලු ම පෙළපොත් ඉලෙක්ට්‍රොනික් මාධ්‍යයෙන් ලබා ගැනීමට www.edupub.gov.lk වෙබ් අඩවියට පිවිසෙන්න.

පළමුවන මුද්‍රණය - 2014
දෙවන මුද්‍රණය - 2015
තුන්වන මුද්‍රණය - 2016
හතරවන මුද්‍රණය - 2017
පස්වන මුද්‍රණය - 2018
හයවන මුද්‍රණය - 2019
හත්වන මුද්‍රණය - 2020

සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි

ISBN 978-955-25-0383-2

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින්
පානළුව, පාදුක්ක පිහිටි රජයේ මුද්‍රණ නීතිගත සංස්ථාවේ
මුද්‍රණය කරවා ප්‍රකාශයට පත් කරන ලදි.

Published by: Educational Publications Department
Printed by: State Printing Corporation, Panaluwa, Padukka.

ශ්‍රී ලංකා ජාතික ගීය

ශ්‍රී ලංකා මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා
සුන්දර සිරිබරිනී, සුරැඳි අති සෝබමාන ලංකා
ධාන්‍ය ධනය නෙක මල් පලතුරු පිරි ජය භූමිය රම්‍යා
අපහට සැප සිරි සෙත සදනා ජීවනයේ මාතා
පිළිගනු මැන අප භක්ති පූජා
නමෝ නමෝ මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා
ඔබ වේ අප විද්‍යා ඔබ ම ය අප සත්‍යා
ඔබ වේ අප ශක්ති අප හද තුළ භක්ති
ඔබ අප ආලෝකේ අපගේ අනුප්‍රාණේ
ඔබ අප ජීවන වේ අප මුක්තිය ඔබ වේ
නව ජීවන දෙමිනේ නිතින අප පුබුදු කරන් මාතා
ඥාන වීර්ය වඩවමින රැගෙන යනු මැන ජය භූමි කරා
එක මවකගෙ දරු කැල බැවිනා
යමු යමු වී නොපමා
ප්‍රේම වඩා සැම භේද දුරැර ද නමෝ නමෝ මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

අපි වෙමු එක මවකගෙ දරුවෝ
එක නිවසෙහි වෙසෙනා
එක පාටැති එක රුධිරය වේ
අප කය තුළ දුවනා

එබැවිනි අපි වෙමු සොයුරු සොයුරියෝ
එක ලෙස එහි වැඩෙනා
ජීවත් වන අප මෙම නිවසේ
සොඳින සිටිය යුතු වේ

සැමට ම මෙත් කරුණා ගුණෙනී
වෙළී සමගි දමිනී
රන් මිණි මුතු නො ව එය ම ය සැපතා
කිසි කල නොම දිරනා

ආනන්ද සමරකෝන්

පෙරවදන

ලෝකය දිනෙන් දින සංවර්ධනය කරා පියමනින විට අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රය ද සැමවිටම අලුත් වෙයි. එබැවින් අනාගත අභියෝග සඳහා සාර්ථක ලෙස මුහුණ දිය හැකි ශිෂ්‍ය ප්‍රජාවක් බිහිකරලීමට නම් අපගේ ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය ද නිරතුරුව සාධනීය ප්‍රවේශ වෙත ළඟාවිය යුතු ය. එයට සවියක් වෙමින් නවලොව දැනුම සමීප කරන අතරම, යහගුණයෙන් පිරිපුන් විශ්වීය පුරවැසියන් නිර්මාණය කිරීමට සහයවීම අපගේ වගකීම වේ. ඉගෙනුම් ආධාරක සම්පාදන කාර්යයෙහි සක්‍රිය ලෙස ව්‍යාවෘත වෙමින් අප දෙපාර්තමේන්තුව ඒ සඳහා දායක වනුයේ දූයේ දරුවන්ගේ නැණ පහන් දල්වාලීමේ උතුම් අදිටනෙනි.

පෙළපොතක් යනු දැනුම පිරි ගබඩාවකි. එය විටෙක අප වින්දනාත්මක ලොවකට කැඳවාගෙන යන අතරම තර්ක බුද්ධිය ද වඩවාලයි. සැඟවුණු විභව්‍යතා විකසිත කරවයි. අනාගතයේ දිනෙක, මේ පෙළපොත් හා සබැඳි ඇතැම් මතක, ඔබට සුවයක් ගෙන දෙනු ඇත. මේ අනගි ඉගෙනුම් උපකරණයෙන් ඔබ නිසි පල ලබාගන්නා අතරම තව තවත් යහපත් දැනුම් අවකාශ වෙත සමීප වීම ද අනිවාර්යයෙන් සිදු කළ යුතු ය. නිදහස් අධ්‍යාපනයේ මහරු තිළිණයක් ලෙස නොමිලේ මේ පොත ඔබේ දෝතට පිරිනැමේ. පාඨ ග්‍රන්ථ වෙනුවෙන් රජය වැය කර ඇති සුවිසල් ධනස්කන්ධයට අගයක් ලබා දිය හැක්කේ ඔබට පමණි. මෙම පෙළපොත හොඳින් පරිශීලනය කර නැණ ගුණ පිරි පුරවැසියන් වී හෙට ලොව එළිය කරන්නට ඔබ සැමට දිරිය සවිය ලැබෙන්නැයි සුබ පතමි.

මෙම පෙළපොත් සම්පාදන සත්කාර්යය වෙනුවෙන් අප්‍රමාණ වූ දායකත්වයක් සැපයූ ලේඛක, සංස්කාරක හා ඇගයුම් මණ්ඩල සාමාජික පිරිවරටත් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුවේ කාර්ය මණ්ඩලයටත් මාගේ ප්‍රණාමය පළකරමි.

පී. එන්. අයිලප්පෙරුම,
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්,
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව,
ඉසුරුපාය,
බත්තරමුල්ල.
2020. 06. 26

නියාමනය හා අධීක්ෂණය

පී. එන්. අයිලප්පෙරුම	-	අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

මෙහෙයවීම

ඩබ්ලිව්. ඒ. නිර්මලා පියසීලි	-	අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් (සංවර්ධන) අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සම්බන්ධීකරණය

තනුජා මෛත්‍රී විතාරණ	-	සහකාර කොමසාරිස් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
එම්. චන්දිමා කුමාරි ද සොයිසා	-	නියෝජ්‍ය කොමසාරිස් (2020 නැවත මුද්‍රණය) අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සංස්කාරක මණ්ඩලය

ආචාර්ය ඩී. කේ. මල්ලව ආරච්චි	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය රොමේන් ජයවර්ධන	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය ශ්‍රී ධරන්	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
බී. ඩී. චිත්තානන්ද බියන්විල	-	අධ්‍යක්ෂ, ගණිතය අංශය, අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
ජී. පී. එච්. ජගත් කුමාර	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
තනුජා මෛත්‍රී විතාරණ	-	සහකාර කොමසාරිස් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ලේඛක මණ්ඩලය

හේමමාලි වීරකොන්	-	කථිකාචාර්ය, පස්දුන් රට ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
එච්. එම්. ඒ. ජයසේන	-	ගුරු උපදේශක (විශ්‍රාමික)
වයි.වී.ආර්. විතාරම	-	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, දෙහිඕවිට
අජිත් රණසිංහ	-	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, හෝමාගම
අනුර ඩී. වීරසිංහ	-	ගුරු උපදේශක (පිරිවෙන්), මාතර දිස්ත්‍රික්කය
ඩබ්ලිව්. එම්. ඩී. ලාල් විජේකාන්ත	-	ගුරු සේවය, ශාන්ත තෝමස් විද්‍යාලය, ගල්කිස්ස
එච්. ප්‍රියන්ත ධර්මරත්න	-	ගුරු සේවය, සිරිමාවෝ බණ්ඩාරනායක බාලිකා විද්‍යාලය
රංජනී ද සිල්වා	-	ගුරු සේවය, ධර්මපාල විද්‍යාලය, පන්නිපිටිය
අයි. එන්. වාගීෂමූර්ති	-	අධ්‍යක්ෂ (විශ්‍රාමික)
ආර්. එස්. ඊ. පුෂ්පරාජන්	-	සහකාර අධ්‍යක්ෂ, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, පුත්තලම
කේ. කරුණේෂ්වරන්	-	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, කොළඹ

භාෂා සංස්කරණය

ජයත් පියදසුන්	-	මාධ්‍යවේදී, කර්තෘ මණ්ඩලය, සිළුමිණ

සෝදුපත් කියවීම

ඩී. යූ. ශ්‍රීකාන්ත එදිරිසිංහ	-	ගුරු සේවය, ගොඩගම සුභාරතී මහාමාත්‍ය මහා විද්‍යාලය

රූපසටහන්, පිටකවර නිර්මාණ සහ පරිගණක අක්ෂර සංයෝජනය

ආර්. ඩී. තිළිණි සෙව්වන්දි	-	පරිගණක සහායක, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
බී. ටී. චතුරාණි පෙරේරා		

පටුන

		පිටුව
19.	ලඝුගණක I	1
20.	ලඝුගණක II	9
21.	ප්‍රස්තාර	20
22.	ශීඝ්‍රතාව	42
23.	සූත්‍ර	55
24.	සමාන්තර ශ්‍රේඪි	60
25.	වීජීය අසමානතා	77
26.	සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති	86
27.	වෘත්තයක ජ්‍යා	98
28.	නිර්මාණ	110
29.	ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව	124
30.	සම්භාවිතාව	139
31.	වෘත්තයක කෝණ	162
32.	පරිමාණ රූප	188
	ලඝුගණක වගුව	199
	පාරිභාෂික ශබ්ද මාලාව	201
	පාඩම් අනුක්‍රමය	205

පිවිසෙන්න නිදහසේ සතුටින් දැනුම සොයා.. ට... www.e-thaksalawa.moe.gov.lk
The National e-learning Portal for the General Education

සම්පාදක මණ්ඩල සටහන

2015 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක වන නව විෂය නිර්දේශයට අනුකූලව මෙම පෙළපොත රචනා කර ඇත.

පෙළපොත සම්පාදනය කෙරෙන්නේ සිසුන් වෙනුවෙනි. එබැවින්, ඔබට තනිව කියවා වුව ද තේරුම් ගත හැකි පරිදි සරල ව සහ විස්තරාත්මක ව එය රචනා කිරීමට උත්සාහ ගත්තෙමු.

විෂය සංකල්ප ආකර්ෂණීය අන්දමින් ඉදිරිපත් කිරීම සහ තහවුරු කිරීම සඳහා, විස්තර කිරීම්, ක්‍රියාකාරකම්, සහ නිදසුන් වැනි විවිධ ක්‍රම අනුගමනය කළෙමු. තව ද, අභ්‍යාස කිරීමේ රුචිකත්වය වර්ධනය වන පරිදි ඒවා සරල සිට සංකීර්ණ දක්වා අනුපිළිවෙළින් පෙළ ගස්වා තිබේ.

ගණිත විෂයයට අදාළ සංකල්ප දැක්වෙන පද, රාජ්‍ය භාෂා දෙපාර්තමේන්තුව සම්පාදනය කරන ගණිතය පාරිභාෂික පදමාලාවට අනුකූලව භාවිත කළෙමු.

විෂය නිර්දේශයේ 10 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය කොටස් ඉගෙන ගැනීමට මින් පෙර ශ්‍රේණිවල දී ඔබ උගත් යම් යම් විෂය කරුණු අවශ්‍ය වේ. එබැවින් එම පෙර දැනුම සිහි කිරීම පිණිස පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස සෑම පරිච්ඡේදයකම ආරම්භයේ දැක්වෙයි. ඒවා මගින් 10 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය කොටස් සඳහා ඔබව සූදානම් කෙරෙනු ඇත.

පන්තියේ දී ගුරුවරයා විසින් ඉගැන්වීමට පෙර, ඔබ මේ පරිච්ඡේද කියවීමෙන් සහ ඒ ඒ පරිච්ඡේදයේ එන පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස කිරීමෙන්, මේ පොත භාවිතයෙන් උපරිම ඵල ලැබිය හැකි ය.

ගණිත අධ්‍යාපනය ප්‍රීතිමත් සහ ඵලදායක වන්නැයි අපි ප්‍රාර්ථනා කරමු.

සම්පාදක මණ්ඩලය

19 ලඝුගණක I

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

ලඝුගණක ඇසුරෙන් සංඛ්‍යාත්මක ප්‍රකාශන සුළු කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

දර්ශක

2, හතර වාරයක් ගුණ කිරීම 2^4 ලෙස ලියා දැක්වේ.
එනම්, $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$.
එබැවින් 2^4 හි අගය 16 වේ.

ඒ ආකාරයට ම, $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$.

2^4, 3^3 ආදී ප්‍රකාශන බල ලෙස හැඳින්වේ. 2^4 හි පාදය 2 වන අතර, දර්ශකය 4 වේ. ඔබ දර්ශක පිළිබඳ ව මෙතෙක් උගත් කරුණු පුනරීක්ෂණය සඳහා පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත *A* කොටුව තුළ ඇති එක් එක් පදයට සමාන පදය *B* කොටුව තුළින් තෝරා යා කරන්න.

A	***B***
$a \times a$	5^{-1}
a^{-2}	$a \times a \times b \times b$
a	5^5
a^2b^2	$\frac{a}{b}$
5^1	a^2
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{a^2}$
x°	1
$5^3 \times 5^2$	a^1
ab^{-1}	5

2. හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^{\cdots}} = 2^{\cdots}$ (ii) $\frac{1}{100} = \frac{1}{10^{\cdots}} = 10^{\cdots}$ (iii) $\frac{1}{125} = \frac{1}{5^{\cdots}} = 5^{\cdots}$

(iv) $\frac{1}{81} = \frac{1}{3^{\cdots}} = 3^{\cdots}$ (v) $0.01 = \frac{1}{\cdots} = \frac{1}{10^{\cdots}} = \cdots$ (vi) $0.001 = \frac{1}{\cdots} = \frac{1}{\cdots} = \cdots$

3. සුළු කරන්න.

(i) $a^2 \times a^3$ (ii) $x^5 \times x$ (iii) $\frac{x^5 \times x^7}{x^{11}}$

(iv) $\frac{a^3 \times a^5}{a^2 \times a^6}$ (v) $\frac{p^3 \times p^{-1}}{p}$ (vi) $\frac{x^0 \times x^5}{x}$

4. සුළු කර අගය සොයන්න.

(i) $2^2 \times 2^3$ (ii) $\frac{3^7}{3^4}$ (iii) $\frac{3^2 \times 3^8}{3^5}$

(iv) $\frac{5^3 \times 5^0}{5}$ (v) $\frac{10^2 \times 10^3}{10 \times 10^4}$ (vi) $\frac{2^5 \times 2^3}{2^6 \times 2^2}$

19.1 ලඝුගණක

දර්ශක භාවිතයෙන් සුළු කිරීම් පහසුවෙන් කර ගන්නා ආකාරය පිළිබඳ ව සලකා බලමු. ඒ සඳහා පහත දැක්වෙන 2 හි බල සහිත වගුව යොදා ගනිමු.

2 හි බලය	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
අගය	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

වගුව භාවිතයෙන්, $\frac{64 \times 512}{128}$ හි අගය සොයන අයුරු විමසා බලමු.

මුලින් ම, මෙම සංඛ්‍යා එක ම පාදයේ බල ලෙස ලියමු.

$$\frac{64 \times 512}{128} = \frac{2^6 \times 2^9}{2^7} \quad \text{(වගුව අනුව)}$$

$$= 2^{6+9-7} \quad \text{(දර්ශක නීති අනුව)}$$

$$= 2^8$$

$$= \underline{\underline{256}} \quad \text{(වගුව අනුව)}$$

දර්ශක නීති භාවිතයෙන් ඉහත සුළු කිරීම පහසුවෙන් හා කෙටියෙන් කර ඇති බව පෙනේ. මෙම නිදසුනෙහි ඇති සංඛ්‍යා, 2 හි බල ලෙස ලිවිය හැකි විය. ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් ඕනෑ ම ආකාරයක සංඛ්‍යාවල ගුණිත හා බෙදීම් අඩංගු ප්‍රකාශන පහසුවෙන් සුළු කළ හැකි ය. 'ලඝු' යන්නෙන් 'කෙටි' යන්න අර්ථවත් වේ. මුලින්ම ලඝුගණක වගු හඳුන්වා දීමේ

ගෞරවය ඉංග්‍රීසි ජාතික ජෝන් නේපියර් (ක්‍රි.ව. 1550 - 1617) නමැති ගණිතඥයාට හිමි වේ. ඔහුගේ සමකාලීනයෙකු වූ හෙන්රි බ්‍රිග්ස් නැමැති ගණිතඥයා ක්‍රි.ව. 1615 දී ලඝුගණක වගු තවදුරටත් සංවර්ධනය කර ඉදිරිපත් කළේ ය. ගණක යන්ත්‍ර භාවිතය නිසා නූතන යුගයේ දී ලඝුගණක වගු භාවිතය ඉතා අල්ප වී ඇතත් ඒ හා සම්බන්ධ ගණිතමය සංකල්ප හැදෑරීම ඉතා වැදගත් මෙන්ම අපූර්වත්වයෙන් ද යුක්ත වේ.

දර්ශක ආකාරය හා ලඝුගණක ආකාරය

$2^3 = 8$ වන බව අපි දනිමු. එහි 8 යන්න 2 හි පාදයට දර්ශකයකින් දක්වා ඇත. මෙවැනි ප්‍රකාශන දර්ශක ආකාරයේ ප්‍රකාශන ලෙස හැඳින්වේ. එය දෙකේ පාදයට 8 හි ලඝුගණකය 3 ලෙස ද ප්‍රකාශ කෙරේ.
එවිට එය $\log_2 8 = 3$ ලෙස ලියා දක්වනු ලැබේ.

$\log_2 8 = 3$ යන්න '**ලඝුගණක ආකාරය**'ලෙස හැඳින්වේ.
දර්ශක හා ලඝුගණක ආකාරවලින් එකම ප්‍රකාශය දෙයාකාරයකට ලියා දැක්වීම සිදු කෙරෙන බව දැන් ඔබට වැටහෙන්නට ඇත.

මේ අනුව $2^3 = 8$ නිසා එවිට $\log_2 8 = 3$.
එලෙස ම $\log_2 8 = 3$ නිසා එවිට $2^3 = 8$.
තවත් නිදසුන් කිහිපයක් සලකා බලමු.

- $3^2 = 9$ නිසා තුනේ පාදයට 9 හි ලඝුගණකය 2 වේ. එනම්, $\log_3 9 = 2$.
- $5^1 = 5$ නිසා පහේ පාදයට 5 හි ලඝුගණකය 1 වේ. එනම්, $\log_5 5 = 1$.
- $10^3 = 1000$ නිසා දහයේ පාදයට 1000 හි ලඝුගණකය 3 වේ. එනම්, $\log_{10} 1000 = 3$.

මෙය පොදුවේ, a ධන සංඛ්‍යාවක් වන විට

$a^x = N$ නම් $\log_a N = x$ හෝ $\log_a N = x$ නම් $a^x = N$

ලෙස දැක්විය හැකි ය.

$a^x = N$ දර්ශක ආකාරය ලෙසත් $\log_a N = x$ ලඝුගණක ආකාරය ලෙසත් සැලකේ. මෙහි a හා N ධන අගය පමණක් ගනු ලැබේ (ධන සංඛ්‍යාවක ඕනෑම බලයක් ධන වන නිසා ඉහත සම්බන්ධයේ a ධන වන විට N ද ධන සංඛ්‍යාවක් වේ). මේ අනුව ලඝුගණක සැලකීමේ දී සෑම විට ම පාදය ධන වූ සංඛ්‍යා පමණක් ගනු ලැබේ.
ලඝුගණකවල ගුණ කිහිපයක් දැන් හඳුනා ගනිමු.

(i) ඕනෑ ම පාදයක් යටතේ, එම පාදයේ ලඝුගණකය 1 වේ.
එනම්, $\log_a a = 1$
මෙයට හේතුව $a^1 = a$ වීම යි.
නිදසුන් ලෙස, $\log_2 2 = 1$ හා $\log_{10} 10 = 1$.

(ii) ඕනෑම පාදයකට (1 හැර), 1 හි ලඝුගණකය 0 වේ.
එනම්, $\log_a 1 = 0$
මෙයට හේතුව $a^0 = 1$ වීම යි.
නිදසුන් ලෙස $\log_2 1 = 0$ හා $\log_{10} 1 = 0$.

ලඝුගණක ලෙස ධන අගයක් ලැබෙන නිදසුන් පමණක් අපි මෙතෙක් දුටුවෙමු. එහෙත් ලඝුගණක සඳහා සෘණ අගයන් ද තිබිය හැකි ය. එකට අඩු වන සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය සෑම විට ම සෘණ වේ.

නිදසුන් ලෙස

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3} \text{ නිසා } \log_2\left(\frac{1}{8}\right) = -3.$$

$$0.01 = \frac{1}{100} = 10^{-2} \text{ නිසා } \log_{10}\left(\frac{1}{100}\right) = -2.$$

$$0.5 = \frac{5}{10} = 2^{-1} \text{ නිසා } \log_2(0.5) = -1.$$

දැන් අපි ලඝුගණක අඩංගු සමීකරණ විසඳන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 1

එක් එක් අවස්ථාවේ දී x මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.

(i) $\log_2 64 = x$ (ii) $\log_x 81 = 4$ (iii) $\log_5 x = 2$

(i) $\log_2 64 = x$

$2^x = 64$ (දර්ශක ආකාරය)

$2^x = 2^6$

$\therefore \underline{\underline{x = 6}}$

(ii) $\log_x 81 = 4$

$x^4 = 81$

$x^4 = 3^4$

$x = \pm 3$

$x = +3$ හෝ -3

ලඝුගණක පාදය සෘණ නොවන නිසා

$\underline{\underline{x = +3}}$

(iii) $\log_5 x = 2$

$x = 5^2$

$\underline{\underline{x = 25}}$

19.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනය ලඝුගණක ආකාරයෙන් දක්වන්න.
   (i) 2 පාදයට 32 හි ලඝුගණකය 5 වේ.
   (ii) 10 පාදයට 1000 හි ලඝුගණකය 3 වේ.
   (iii) 5 පාදයට x හි ලඝුගණකය y වේ.
   (iv) p පාදයට q හි ලඝුගණකය r වේ.
   (v) q පාදයට r හි ලඝුගණකය p වේ.

2. දර්ශක ආකාරයෙන් දක්වන්න.
   (i) $\log_5 125 = 3$ (ii) $\log_{10} 100\,000 = 5$ (iii) $\log_a x = y$
   (iv) $\log_p a = q$ (v) $\log_a 1 = 0$ (vi) $\log_m m = 1$

3. ලඝුගණක ආකාරයෙන් දක්වන්න.
   (i) $2^8 = 256$ (ii) $10^4 = 10\,000$ (iii) $7^3 = 343$
   (iv) $20^2 = 400$ (v) $a^x = y$ (vi) $p^a = q$

4. පහත දැක්වෙන එක් එක් සමීකරණයේ x හි අගය සොයන්න.

(i) $\log_3 243 = x$ (ii) $\log_{10} 100 = x$ (iii) $\log_6 216 = x$

(iv) $\log_x 25 = 2$ (v) $\log_x 64 = 6$ (vi) $\log_x 10 = 1$

(vii) $\log_3 x = 2$ (viii) $\log_{10} x = 4$ (ix) $\log_8 x = 2$

5. (i) 64 එකිනෙකට වෙනස් පාද යටතේ වූ බල ලෙස ආකාර හතරකින් දක්වන්න

(ii) $\log_x 64 = y$ හි xට හා yට ගැළපෙන අගය යුගල හතරක් සොයන්න.

19.2 ලඝුගණක නීති

16 × 32 හි අගය, දර්ශක ආකාරයෙන් ලියා ලබා ගත හැකි අයුරු නැවත මතක් කර ගනිමු.

$$16 \times 32 = 2^4 \times 2^5 \quad \text{(දෙකේ බල ලෙස දැක්වීම)}$$
$$= 2^{4+5} \quad \text{(දර්ශක නීති භාවිතය)}$$
$$= 2^9$$

මෙහි $16 \times 32 = 2^{4+5}$ යන්න සලකා බලමු.

එය ලඝුගණක ආකාරයට හරවමු.

$$16 \times 32 = 2^{4+5} \quad \text{(දර්ශක ආකාරය)}$$
$$\therefore \log_2(16 \times 32) = 4+5 \quad \text{(ලඝුගණක ආකාරය)}$$
$$= \log_2 16 + \log_2 32 \quad (4 = \log_2 16 \text{ හා } 5 = \log_2 32 \text{ නිසා})$$

එලෙස ම, $27 \times 81 = 3^3 \times 3^4 = 3^{3+4}$ නිසා

$$\log_3(27 \times 81) = 3+4$$
$$= \log_3 27 + \log_3 81 \quad (3 = \log_3 27 \text{ හා } 4 = \log_3 81 \text{ නිසා})$$

මේ ආකාරයට ම, $\log_{10}(10 \times 100) = \log_{10} 10 + \log_{10} 100$

$\log_5(125 \times 25) = \log_5 125 + \log_5 25$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

බල ගුණ කිරීමේ දී ලඝුගණකවල හැසිරීම පිළිබඳ වැදගත් ලක්ෂණයක් මින් පැහැදිලි වේ. එම ලක්ෂණය පොදුවේ ඕනෑ ම බල ගුණ කිරීමක් සඳහා සත්‍ය වන අතර, එය මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

$$\boxed{\log_a(mn) = \log_a m + \log_a n}$$

මෙම ප්‍රකාශය, ''ගුණිතයෙහි ලඝුගණකය, ලඝුගණකවල එකතුවට සමාන වේ'' ලෙස ද ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

බෙදීමක ලඝුගණකය සඳහා ද මෙවැනි සූත්‍රයක් පවතී. දැන් ඒ පිළිබඳව විමසා බලමු.

දැන්, 128 ÷ 16 හි අගය දර්ශක ආකාරයෙන් ලියා ලබා ගන්නා අයුරු නැවතත් මතක් කර ගනිමු.

$$\frac{128}{16} = \frac{2^7}{2^4} \quad \text{(දෙකේ බල ලෙස දැක්වීම)}$$
$$= 2^{7-4} \quad \text{(දර්ශක නීති භාවිතය)}$$

$\therefore \log_2\left(\frac{128}{16}\right) = 7 - 4$ (ලඝු ආකාරයට ලියූ විට)

$128 = 2^7$ නිසා $7 = \log_2 128$ ද

$16 = 2^4$ නිසා $4 = \log_2 16$ ද වේ.

මේ අනුව, $\log_2\left(\frac{128}{16}\right) = 7 - 4 = \log_2 128 - \log_2 16$

මෙලෙසම, $\log_5(125 \div 5) = \log_5 125 - \log_5 5$

$\log_{10}\left(\frac{1000}{100}\right) = \log_{10} 1000 - \log_{10} 100$

බල බෙදීමේ දී ලඝුගණකවල හැසිරීම පිළිබඳ වැදගත් ලක්ෂණයක් මින් පැහැදිලි වේ. එය පොදුවේ ඕනෑ ම බල බෙදීමක් සඳහා සත්‍ය වන අතර, එය මෙසේ දක්වමු.

$$\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$$

මෙම ලක්ෂණවලට ලඝුගණක නීති යැයි ද කියනු ලැබේ.
දැන් මෙම ලඝුගණක නීති යොදා ගනිමින් ගැටලු විසඳන ආකාරය පහත නිදසුන් මගින් ඉගෙන ගනිමු.

නිදසුන 1

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

(i) $\log_4 32 + \log_4 2$ (ii) $\log_5 15 - \log_5 3$

(i) $\log_4 32 + \log_4 2 = \log_4(32 \times 2)$

$= \log_4 64$

$= \underline{\underline{3}}$ ($64 = 4^3$ නිසා)

(ii) $\log_5 15 - \log_5 3 = \log_5\left(\frac{15}{3}\right)$

$= \log_5 5$

$= \underline{\underline{1}}$

නිදසුන 2

අගය සොයන්න. $\log_{10} 25 + \log_{10} 8 - \log_{10} 2$

$\log_{10} 25 + \log_{10} 8 - \log_{10} 2 = \log_{10}\left(\frac{25 \times 8}{2}\right)$

$= \log_{10} 100$

$= \underline{\underline{2}}$

$\log_{10} 100 = x$
$10^x = 100$
$10^x = 10^2$
$\therefore x = 2$

නිදසුන 3

$\log_a 2$ හා $\log_a 3$ ඇසුරෙන් දක්වන්න. (i) $\log_a 6$ (ii) $\log_a 18$

(i) $6 = 2\times 3$ නිසා

$\log_a 6 = \log_a (2\times 3)$

$= \underline{\underline{\log_a 2 + \log_a 3}}$

(ii) $18 = 2\times 3\times 3$ නිසා

$\log_a 18 = \log_a (2\times 3\times 3)$

$= \log_a 2 + \log_a 3 + \log_a 3$

$= \underline{\underline{\log_a 2 + 2\log_a 3}}$

නිදසුන 4

විසඳන්න. $\log_a 5 + \log_a x = \log_a 3 + \log_a 10 - \log_a 2$

$$\log_a 5 + \log_a x = \log_a 3 + \log_a 10 - \log_a 2$$

$$\log_a (5\times x) = \log_a \left(\frac{3\times 10}{2}\right)$$

$$\therefore\ 5x = \frac{3\times 10}{2}$$

$$5x = 15$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

දැන් ලඝුගණක නීති යොදා ගනිමින් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

19.2 අභ්‍යාසය

1. සුළු කර පිළිතුර තනි ලඝුගණකයක් ලෙස දක්වන්න.

(i) $\log_2 10 + \log_2 5$ (ii) $\log_3 8 + \log_3 5$ (iii) $\log_2 7 + \log_2 3 + \log_2 5$

(iv) $\log_6 20 - \log_6 4$ (v) $\log_a 10 - \log_a 2 - \log_a 5$ (vi) $\log_{10} 6 + \log_{10} 2 - \log_{10} 3$

2. පහත එක් එක් ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

(i) $\log_2 4 + \log_2 8$ (ii) $\log_3 27 - \log_3 3$

(iii) $\log_{10} 20 + \log_{10} 2 - \log_{10} 4$ (iv) $\log_2 80 - \log_2 15 + \log_2 12$

(v) $\log_{10} 20 + \log_{10} 10 - \log_{10} 2$ (vi) $\log_5 20 + \log_5 4 - \log_5 16$

3. පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශන $\log_a 3$ත් හා $\log_a 5$ ඇසුරෙන් දක්වන්න.

(i) $\log_a 15$ (ii) $\log_a \left(\frac{5}{3}\right)$ (iii) $\log_a \left(\frac{25}{3}\right)$

(iv) $\log_a 45$ (v) $\log_a 75$ (vi) $\log_a 225$

4. විසඳන්න.

(i) $\log_2 5 + \log_2 3 = \log_2 x$
(ii) $\log_a 10 + \log_a x = \log_a 30$
(iii) $\log_3 20 + \log_3 x = \log_3 4 + \log_3 10$
(iv) $\log_a 15 - \log_a 3 = \log_a x$
(v) $\log_{10} 8 + \log_{10} x - \log_{10} 2 = \log_{10} 12$
(vi) $\log_5 24 - \log_5 4 = \log_5 2 + \log_5 x$

සාරාංශය

$$\log_a (mn) = \log_a m + \log_a n$$

$$\log_a \left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$$

$\log_a a = 1$ හා $\log_a 1 = 0$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. අගය සොයන්න.

(i) $\log_3 27 + \log_2 8$
(ii) $\log_3 243 - \log_3 27$
(iii) $\log_2 16 \times \log_3 9$
(iv) $\dfrac{\log_{10} 10}{\log_2 32}$
(v) $\log_a 5 + \log_a 3 - \log_a 15$

2. $\log_2 24 = x$ නම් $\log_2 48$ යන්න x ඇසුරෙන් දක්වන්න.

3. පහත දැක්වෙන එක එකක් සත්‍යාපනය කරන්න.

(i) $\log_a \left(\frac{9}{10}\right) + \log_a \left(\frac{25}{81}\right) = \log_a 5 - \log_a 18$
(ii) $\log_5 1 + \log_5 20 - \log_5 8 + \log_5 2 = 1$
(iii) $\log_{10} 2 + \log_{10} 3 - 1 = \log_{10} 0.6$

4. අගය සොයන්න.

(i) $\log_{10} 200 + \log_{10} 300 - \log_{10} 60$
(ii) $\log_{10} \left(\frac{12}{5}\right) + \log_{10} \left(\frac{25}{21}\right) - \log_{10} \left(\frac{2}{7}\right)$

5. විසඳන්න.

(i) $\log_{10} x - \log_{10} 2 = \log_{10} 3 - \log_{10} 4 + 1$
(ii) $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 x + 1$

20 ලඝුගණක II

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් 1ට වැඩි සංඛ්‍යා ගුණ කිරීම් හා බෙදීම් ඇතුළත් ප්‍රකාශන සුළු කිරීමට
- ගණක යන්ත්‍රයක [+], [−], [×], [÷], [=], [(] හා [)] යතුරු හඳුනා ගැනීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

ලඝුගණක වගුව

ලඝුගණක පිළිබඳව අප මීට ඉහත දී උගත් කරුණු කිහිපයක් නැවත මතක් කර ගනිමු.

$10^0 = 1$ නිසා $\log_{10} 1 = 0$. එනම්, 10 පාදයට 1හි ලඝුගණකය 0 වේ.
$10^1 = 10$ නිසා $\log_{10} 10 = 1$. එනම්, 10 පාදයට 10හි ලඝුගණකය 1 වේ.
$10^2 = 100$ නිසා $\log_{10} 100 = 2$. එනම්, 10 පාදයට 100හි ලඝුගණකය 2 වේ.
$10^3 = 1000$ නිසා $\log_{10} 1000 = 3$. එනම්, 10 පාදයට 1000හි ලඝුගණකය 3 වේ.

ඒ ඇසුරෙන් පහත වගුව සකස් කර ඇත.

සංඛ්‍යාව	1	10	100	1 000	10 000
දහයේ පාදයට ලඝුගණකය	0	1	2	3	4

මෙම වගුවෙන් දැක්වෙන්නේ 1, 10, 100, 1000, 10000 යන සංඛ්‍යාවල දහයේ පාදයට ලඝුගණකයි. 0 හා 1 අතර, 1 හා 10 අතර, 10 හා 100 අතර ආදී වශයෙන් පිහිටන සංඛ්‍යා සඳහා ද ලඝුගණක පවතී. එම ලඝුගණක පූර්ණ සංඛ්‍යා නොවේ. ඒවා යම් ආකාරවලින් ගණනය කර ලඝුගණක වගුවක් සකස් කිරීමට මීට සියවස් හතරකට පමණ පෙර විසූ ස්කොට්ලන්ත ජාතික හෙන්රි බ්‍රිග්ස් නම් ගණිතඥයා සමත් විය. ඔහු එම වගුවට ඇතුළත් කොට තිබුණේ 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක පමණි. පහත දැක්වෙන්නේ එම ලඝුගණක වගුවෙන් කොටසකි.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	මධ්‍යන්‍ය අන්තර 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25

එහි වමත් පස පළමු තීරයේ N යටතේ 10, 11, 12, ... 99 ලෙස දක්වා තිබෙන්නේ 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, ...9.9 ලෙස ගන්නා 1ත් 10ත් අතර වූ සංඛ්‍යායි. මෙම සංඛ්‍යාවල තිබිය යුතු දශම තිත, ලඝුගණක වගුවේ යොදා නැත (වගුව සරල වීම සඳහා මෙසේ අංකනය කර ඇත). එහෙත් භාවිතයේ දී, එම දශම තිත, නියමිත පරිදි යොදා ගත යුතු වේ. වගුවේ ඉහළින්ම වමේ සිට දකුණට ඇති 0, 1, 2, 3, ... 9 සංඛ්‍යාත් එම පේළියේම දකුණත් පස, මධ්‍යන්‍ය අන්තරය යටතේ 1, 2, 3, ..., 9 ත් යොදා තිබේ.

නිදසුනක් ලෙස $N = 29$ ට අදාළ පේළිය පහත දැක්වේ. එම පේළියේ 6 වන තීරයට අදාළ අගය 4713 වේ. මෙම සංඛ්‍යාවල තිබිය යුතු දශම තිත, ලඝුගණක වගුවේ යොදා නැත. නමුත් භාවිතයේ දී දශම තිත නියමිත පරිදි යොදා ගත යුතු ය. එනම් මෙම අගය 0.4713 වේ.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	11	12

එනම්, 2.96 හි 10යේ පාදයට ලඝුගණකය 0.4713 වේ. වෙනත් අයුරකින් කිවහොත්, $10^{0.4713} = 2.96$. එනම්, 2.96 සංඛ්‍යාව දහයේ බලයක් ලෙස ලියූ විට එය $10^{0.4713}$ වේ. මෙම ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් ඉලක්කම් 4ක් දක්වා වූ සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය සෙවිය හැකි ය.

පාදය 10 වන ලඝුගණක ලිවීමේ දී $\log_{10}$ ලෙස පාදය සඳහන් කිරීම වෙනුවට, කෙටියෙන් lg පමණක් යොදනු ලැබේ. $\log_{10} 100 = 2$ යන්න $\lg 100 = 2$ ලෙස ද ලියනු ලැබේ.

විශේෂ වශයෙන්, 2.9 හි ලඝුගණකය සෙවීම සඳහා 2.9 = 2.90 ලෙස ලියා 29 පේළිය ඔස්සේ 0 අඩංගු මුල් තීරයෙහි ඇති අගය ගත යුතු ය. එය 0.4624 වේ.

$\therefore \log_{10} 2.9 = 0.4624$ හෝ $\lg 2.9 = 0.4624$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

දර්ශක ආකාරයෙන් එය $2.9 = 10^{0.4624}$ වේ.

සටහන: මෙහි දී සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකය ලෙස සොයන්නේ ආසන්න අගයකි.

20.1 දශමස්ථාන දෙකක් දක්වා ඇති 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය

ලඝුගණක වගුවෙන් lg 4.58 ලබාගන්නා ආකාරය හඳුනා ගනිමු. 4.58 හි මුල් ඉලක්කම් දෙකෙන්, දැක්වෙන සංඛ්‍යාව වන 45 අයත් පේළිය ඔස්සේ යාමේ දී, ඉතිරි ඉලක්කමෙන් දැක්වෙන සංඛ්‍යාව වන 8 අඩංගු තීරයට අයත් අගය 0.6609 වේ. අවශ්‍ය ලඝුගණකය වන්නේ මෙම අගයයි. එනම්,

4.58 හි ලඝුගණකය $= \lg 4.58 = 0.6609$

එය දර්ශක ආකාරයෙන් ලියූ විට $4.58 = 10^{0.6609}$ වේ.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
45 - →									6609				

නිදසුන 1

ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකය සොයන්න. අදාළ දර්ශක ආකාරය ද දක්වන්න.

(i) 6.85 (ii) 3.4 (iii) 8

(i) $\lg 6.85 = 0.8357$, දර්ශක ආකාරයෙන් $6.85 = 10^{0.8357}$

(ii) $\lg 3.4 = 0.5315$, දර්ශක ආකාරයෙන් $3.4 = 10^{0.5315}$ ($3.4 = 3.40$ ලෙස ලිවීමෙන්)

(iii) $\lg 8 = 0.9031$, දර්ශක ආකාරයෙන් $8 = 10^{0.9031}$

20.1 අභ්‍යාසය

ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන්, පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකය සොයා අදාළ දර්ශක ආකාරය ද ලියා දක්වන්න.

(i) 7.32 (ii) 1.05 (iii) 9.99 (iv) 5.8 (v) 9.2 (vi) 3.1
(vii) 4 (viii) 7 (ix) 1 (x) 1.01

20.2 දශමස්ථාන තුනක් දක්වා ඇති 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය

1ත් 10ත් අතර වූ දශමස්ථාන දෙකක් දක්වා වූ සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය ලබා ගන්නා අයුරු දැන් අපි දනිමු. 1ත් 10ත් අතර, දශමස්ථාන 3ක් සහිත සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය සොයන අයුරු දැන් සළකා බලමු.

එවැනි දශමස්ථාන තුනක් සහිත සංඛ්‍යාවක් වන 5.075 හි ලඝුගණකය, වගුවෙන් ලබා ගන්නා ආකාරය හඳුනා ගනිමු. 5.075 හි මුල් ඉලක්කම් දෙකෙන් දැක්වෙන සංඛ්‍යාව වන 50, අයත් පේළියට හා තුන්වන ඉලක්කම වන 7 යටතේ වූ තීරයට අදාළ ව වගුව තුළින් 7050 ලැබේ. 5.075 හි හතරවන ඉලක්කම වන 5 යටතේ, ඉහත පේළියේම මධ්‍යන්‍ය අන්තරය වන්නේ 4 යි.

						මධ්‍යන්‍ය අන්තරය								
			7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50			7050							4				

දැන්, 7050 හා 4 එකතු කරන්න. එවිට,

$7050 + 4 = 7054$ නිසා
$\lg 5.075 = 0.7054$ වේ.

එහි දර්ශක ආකාරය $5.075 = 10^{0.7054}$ වේ.

නිදසුන 2

ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකය සොයා අදාළ දර්ශක ආකාරය ද ලියා දක්වන්න.

(i) 1.099 (ii) 5.875 (iii) 9.071

(i) lg 1.099 = 0.0411, දර්ශක ආකාරයෙන් $1.099 = 10^{0.0411}$

(ii) lg 5.875 = 0.7690, දර්ශක ආකාරයෙන් $5.875 = 10^{0.7690}$

(iii) lg 9.071= 0.9576, දර්ශක ආකාරයෙන් $9.071 = 10^{0.9576}$

20.2 අභ්‍යාසය

ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකය සොයා අදාළ දර්ශක ආකාරය ද ලියා දක්වන්න.

(i) 1.254 (ii) 3.752 (iii) 2.837 (iv) 8.032 (v) 9.998 (vi) 7.543

20.3 දහයට වඩා විශාල සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක

1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක පමණක් ලඝුගණක වගුවේ ඇතුළත් වුවත්, එම වගුවම යොදා ගනිමින් ඕනෑම සංඛ්‍යාවක (ඉලක්කම් හතරක් දක්වා දී ඇති විට හෝ වටයා ගත් විට) ලඝුගණකය ලබා ගත හැකි ය. මෙහි දී යොදාගන්නා උපක්‍රමය දැන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

54.37 හි ලඝුගණක සොයන්න.

(i) ක්‍රමය -

$\lg 54.37 = \lg (5.437 \times 10^1)$ (විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක්වීම)

$= \lg 5.437 + \lg 10^1$ (ලඝුගණක නීති යොදා ගැනීමෙන්)

$= 0.7354 + 1$ (ලඝුගණක වගුවෙන් ලබා ගැනීම, 10 හි ලඝුගණකය 1 නිසා)

$= \underline{\underline{1.7354}}$

(ii) ක්‍රමය - දර්ශක භාවිතයෙන්

$54.37 = 5.437 \times 10^1$

$= 10^{0.7354} \times 10^1$ (වගුවෙන් 5.437 හි ලඝුගණකය සොයා එය දර්ශක ආකාරයෙන් දැක්වීම)

$= 10^{1.7354}$

$\therefore \underline{\underline{\lg 54.37 = 1.7354}}$

නිදසුන 2

පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකය සොයන්න.

(i) 8.583 (ii) 85.83 (iii) 858.3 (iv) 8583

(i) $\lg 8.583 = \lg (8.583 \times 10^0) = \lg 8.583 + \lg 10^0 = 0.9337 + 0 = 0.9337$

(ii) $\lg 85.83 = \lg (8.583 \times 10^1) = \lg 8.583 + \lg 10^1 = 0.9337 + 1 = 1.9337$

(iii) $\lg 858.3 = \lg (8.583 \times 10^2) = \lg 8.583 + \lg 10^2 = 0.9337 + 2 = 2.9337$

(iv) $\lg 8583 = \lg (8.583 \times 10^3) = \lg 8.583 + \lg 10^3 = 0.9337 + 3 = 3.9337$

(වගුවෙන් ලබා ගන්නේ, 85 වන පේළියේ 8 වන තීරයේ අගයත්, 3 වන මධ්‍යන්‍ය තීරු අංකයට අනුරූප අගයත් නිසා මෙම දශම කොටස වෙනස් නොවේ.)

ඉහත නිදසුනෙහි දැක්වෙන, 85.83 හි ලඝුගණකය වන 1.9337 හි 0.9337 වන දශම කොටස, ලඝුගණකයේ **දශමාංශය** ලෙස ද දශමාංශයත් සමඟ ලඝුගණකයේ තිබෙන පූර්ණ සංඛ්‍යාව ලඝුගණකයේ **පූර්ණාංශය** ලෙස ද හැඳින්වේ.

පහත දැක්වෙන වගුව නිරීක්ෂණය කරන්න.

සංඛ්‍යාව	පූර්ණ සංඛ්‍යා කොටසේ ඉලක්කම් ගණන	විද්‍යාත්මක අංකනය	ලඝුගණකය	ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය
8.583	1	8.583×10^0	0.9337	0
85.83	2	8.583×10^1	1.9337	1
858.3	3	8.583×10^2	2.9337	2

වගුව අනුව, සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකයෙහි පූර්ණාංශය වන්නේ, එම සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියූ විට 10 බලයෙහි ඇති දර්ශකයයි.

1ට වැඩි සංඛ්‍යාවල පූර්ණ සංඛ්‍යා කොටසෙහි ඇති ඉලක්කම් ගණනට වඩා 1ක් අඩු අගය ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය වේ. ඒ අනුව, 5.673 වැනි, පූර්ණ කොටසෙහි ඉලක්කම් 1ක් පවතින සංඛ්‍යාවක, ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය 0 වේ.

නිදසුන 3

ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් එක් එක් සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකය සොයන්න. ඒවා දර්ශක ආකාරයෙන් ද ලියන්න.

(i) 69.34 (ii) 957.1 (iii) 1248

(i) $\lg 69.34 = 1.8409$, දර්ශක ආකාරයෙන් $69.34 = 10^{1.8409}$

(ii) $\lg 957.1 = 2.9809$, දර්ශක ආකාරයෙන් $957.1 = 10^{2.9809}$

(iii) $\lg 1248 = 3.0962$, දර්ශක ආකාරයෙන් $1248 = 10^{3.0962}$

20.3 අභ්‍යාසය

1. ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් ලඝුගණකය සොයා ඒවා දර්ශක ආකාරයෙන් ද ලියා දක්වන්න.
   (i) 59.1 (ii) 100.2 (iii) 95.41 (iv) 1412 (v) 592.1 (vi) 890

2. $10^{0.8939} = 7.832$ නම්, පහත දැක්වෙන අගය සොයන්න.
   (i) lg 7.832 (ii) lg 78.32 (iii) lg 7832

20.4 ප්‍රතිලඝුගණකය

ලඝුගණක වගුව අනුව lg 59.3 = 1.7731 වේ. එනම් 59.3 හි ලඝුගණකය 1.7731 වේ. වෙනත් අයුරකින් පැවසුවහොත්, 1.7731 ලඝුගණකය වන්නේ, 59.3 හිය. එවිට 1.7731 හි ප්‍රතිලඝුගණකය 59.3 යැයි කියනු ලැබේ. ඒ බව antilog 1.7731 = 59.3 ලෙස ලියා දැක්වේ.

දැන් ලඝුගණක වගුවේ මධ්‍යන්‍ය අන්තර කොටස ද ඇතුළත් වන සේ වූ ප්‍රතිලඝුගණකය ලබා ගන්නා අයුරු බලමු.

නිදසුන 1

antilog 0.8436 හි අගය ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් සොයන්න.

											මධ්‍යන්‍ය අන්තරය								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
69								8432								4			

antilog 0.8436 = 6.976

ඉහත වගුව ඇසුරෙන් 0.8436 හි ප්‍රතිලඝුගණකය සෙවූ අයුරු මෙසේ විස්තර කළ හැකි ය. එම අගය වගුවේ නොමැති නිසා ඊට ආසන්නම අඩු අගය වන 8432 යන්න 69 පේළිය යටතේ හා 7 වන තීරුව යටතේ ඇත. වෙනස වන 4 (= 8436 − 8432) ඇත්තේ මධ්‍යන්‍ය අන්තරය යටතේ 6 තීරුවෙහි ය. මේ අනුව, අවශ්‍ය ප්‍රතිලඝුගණකය වන්නේ 6.976 ය. (0.8436 හි පූර්ණාංශය 0 නිසා ප්‍රතිලඝුගණකයේ පූර්ණ කොටසේ එක් ඉලක්කමක් ඇත). ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය 0 වූ විට, ප්‍රතිලඝුගණකය, ඉහත නිදසුනෙහි පරිදි වගුවෙන් ලබාගත් ආකාරයටම 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක් ලෙස කෙළින්ම ලිවිය හැකි ය. එහෙත්, පූර්ණාංශය 0ට වැඩිවන විට, පහත නිදසුනෙහි දැක්වෙන පරිදි ප්‍රතිලඝුගණකය සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 2

antilog 1.8436 හි අගය සොයන්න.

antilog 1.8436 $= 6.976 \times 10^1$ (දශමාංශ කොටසින් 6.971 හා පූර්ණාංශයෙන් 10^1 යෙදූ විට)
$= 69.76$

නිදසුන 3

ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් සොයන්න.

(i) antilog 1.5432 (ii) antilog 2.5432 (iii) antilog 3.5432

(i) $\text{antilog } 1.5432 = 3.493 \times 10^1$
$= \underline{\underline{34.93}}$

(ii) $\text{antilog } 2.5432 = 3.493 \times 10^2$
$= \underline{\underline{349.3}}$

(iii) $\text{antilog } 3.5432 = 3.493 \times 10^3$
$= \underline{\underline{3493}}$

20.4 අභ්‍යාසය

1. ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් සොයන්න.
(i) antilog 0.7350 (ii) antilog 2.4337 (iii) antilog 3.5419
(iv) antilog 1.0072 (v) antilog 2.9114 (vi) antilog 3.8413

2. $\lg x = 0.7845$ නම්
(i) x හි අගය සොයන්න.
(ii) antilog 1.7845, විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වමින් x හි අගය සොයන්න.
(iii) antilog 2.7845 හි අගය සොයන්න.
(iv) $\lg 10y = 0.7845$ නම් y හි අගය සොයන්න.

20.5 ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් 10 වැඩි සංඛ්‍යා ගුණ කිරීම හා බෙදීම.

$\lg (MN) = \lg M + \lg N$ හා $\lg\left(\frac{M}{N}\right) = \lg M - \lg N$ බව ලඝුගණක නීති යටතේ අපි දනිමු. මෙතෙක් උගත් ලඝුගණක දැනුම භාවිතයෙන් හා මෙම නීති යොදා ගනිමින් සංඛ්‍යා ගුණ කිරීම හා බෙදීම පහසුවෙන් කරන ආකාරය දැන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

(i) 4.975×10.31 (ii) $53.21 \div 4.97$

$P = 4.975 \times 10.31$ යැයි ගනිමු.

එවිට, $\lg P = \lg (4.975 \times 10.31)$
$= \lg 4.975 + \lg 10.31$ (ලඝුගණක නීති)
$= 0.6968 + 1.0132$ (ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන්)
$= 1.7100$ (1.7100 හි ප්‍රතිලඝුගණකය සොයමු.)

$\therefore P = \text{antilog } 1.7100$
$= 51.28$

$\therefore 4.975 \times 10.31 = \underline{\underline{51.28}}$

දර්ශක යොදා ගනිමින් ද මෙම ගුණිතය ලබා ගත හැකි ය.

$4.975 \times 10.31 = 10^{0.6968} \times 10^{1.0132}$ (ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන්)

$= 10^{1.7100}$ (දර්ශක දෙකේ එකතුව)

$= 10^{0.7100} \times 10^{1}$

$= 5.128 \times 10^{1}$ (ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් 0.7100 හි ප්‍රතිලඝුගණකය)

$= \underline{\underline{51.28}}$

(ii) $53.21 \div 4.97$

$P = 53.21 \div 4.97$ ලෙස ගනිමු.

එවිට, $\lg P = \lg (53.21 \div 4.97)$

$= \lg 53.21 - \lg 4.97$

$= 1.7260 - 0.6964$

$= 1.0296$

$\therefore P = \text{antilog } 1.0296$

$= \underline{\underline{10.71}}$

> දර්ශක යොදා ගනිමින් සුළු කිරීම;
>
> $53.21 \div 4.97 = 10^{1.7260} \div 10^{0.6964}$
>
> $= 10^{1.7260 - 0.6964}$
>
> $= 10^{1.0296}$
>
> $= 1.071 \times 10^{1}$
>
> $= 10.71$

ගුණ කිරීම් හා බෙදීම් යන ගණිත කර්ම දෙකම ඇතුළත් ප්‍රකාශන සුළු කිරීමක් පහත නිදසුනෙහි දැක්වේ.

නිදසුන 2

$\dfrac{594.2 \times 9.275}{84.21}$ හි අගය ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් සොයන්න.

$P = \dfrac{594.2 \times 9.275}{84.21}$ ලෙස ගනිමු.

$\therefore \lg P = \lg\left(\dfrac{594.2 \times 9.275}{84.21}\right)$

$= \lg(594.2 \times 9.275) - \lg 84.21$

$= \lg 594.2 + \lg 9.275 - \lg 84.21$

$= 2.7739 + 0.9673 - 1.9254$

$= 1.8158$

$\therefore P = \text{antilog } 1.8158$

$P = 6.543 \times 10^{1}$

$= \underline{\underline{65.43}}$

20.5 අභ්‍යාසය

1. ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

(i) 54.3×1.75 (ii) 323.8×2.832 (iii) $54.1 \times 27.15 \times 43$

(iv) $523.2 \div 93.75$ (v) $43.17 \div 8.931$ (vi) $\dfrac{73.1 \times 25.41}{18.32}$

(vii) $\frac{85.72 \times 58.1}{29.73}$ (viii) $\frac{112.8 \times 73.45}{82.11}$ (ix) $\frac{953.1 \times 457}{23.25 \times 99.8}$

2. වෘත්තයක පරිධිය $C = 2\pi r$ සූත්‍රයෙන් දැක්වේ. $\pi = 3.142$ හා $r = 10.5$ cm නම් C හි අගය ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් සොයන්න.

3. සිලින්ඩරයක වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $A = 2\pi rh$ සූත්‍රයෙන් දැක්වේ. $\pi = 3.142$, $r = 5.31$ cm හා $h = 20$ cm නම්, ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් A හි අගය සොයන්න.

20.6 ගණක යන්ත්‍රය

ගණනය කිරීම් ඉක්මනින් හා පහසුවෙන් කර ගැනීම සඳහා 19 වන සියවසේ ලොවට හඳුන්වාදුන් විශිෂ්ට නිර්මාණයක් වන්නේ ගණක යන්ත්‍රයයි.
සාමාන්‍ය හා විද්‍යාත්මක යනුවෙන් ගණක වර්ග දෙකකි. සාමාන්‍ය ගණක යන්ත්‍රයක ගණනය කිරීම් සඳහා ගණිත කර්ම, ලබා දෙන අනුපිළිවෙලට ක්‍රියාත්මක වේ. එහෙත් විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍රයෙහි, ගණිත කර්ම ක්‍රියාත්මක වන්නේ, ගණිතමය මූලධර්මවලට අනුකූලව ය (BODMAS). ක්‍රියාත්මක කරවීම සඳහා යතුරු පුවරුවක් ද අදාළ ප්‍රතිඵල ප්‍රදර්ශනය වීම සඳහා දර්ශන තිරයක් ද ගණක යන්ත්‍රය සතුව තිබේ.
ගණක යන්ත්‍රයේ එක් එක් යතුර මගින් කෙරෙන කාර්යය පහත වගුවේ දැක්වේ.

යතුර	ක්‍රියාත්මක වීමේ ප්‍රතිඵලය
ON	ගණකයට විදුලි බලය ලබා දී ක්‍රියාත්මක වීම අරඹයි.
OFF	විදුලි බලය ඉවත් වී, ක්‍රියාත්මක වීම නතර වේ.
CE	දර්ශන තිරයේ අවසාන සටහන මැකී යයි.
AC	දර්ශන තිරයේ සියල්ල මකා දමයි.
+ − × ÷	ගණිත කර්ම සඳහා අවශ්‍ය පරිදි ක්‍රියාත්මක කළ හැක.
3 4 5 6 8 7 9 2 1 0	අවශ්‍ය පරිදි අංක ලබා දෙයි.
=	ගණිත කර්මවල ප්‍රතිඵලය, තිරය මතට ලබා දෙයි.
·	දශම සංඛ්‍යා සඳහා අවශ්‍ය පරිදි දශම තිත යෙදෙයි.
(	වරහන් තුළ කොටස් ආරම්භ කෙරේ.
)	වරහන් තුළ කොටස් අවසාන කෙරේ.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන එක් එක් ගණනය කිරීම්, විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍රය මගින් සිදුකිරීමට ක්‍රියාත්මක කළ යුතු යතුරු අනුපිළිවෙලට ලියා දක්වන්න. දර්ශන තිරය මත දැක්වෙන ප්‍රතිඵලය ද ලියා දක්වන්න.

(i) $46 + 127$ (ii) $59 - 27$ (iii) $5.4 + 4.1 - 0.7$
(iv) 7.5×23 (v) $(2.7 + 42.3) \div 15$

(i) [ON] [4] [6] [+] [1] [2] [7] [=] [173]

(ii) [ON] [5] [9] [–] [2] [7] [=] [32]

(iii) [ON] [5] [.] [4] [+] [4] [.] [1] [–] [0] [.] [7] [=] [8.8]

(iv) [ON] [7] [.] [5] [×] [2] [3] [=] [172.5]

(v) [ON] [(] [2] [.] [7] [+] [4] [2] [.] [3] [)] [÷] [1] [5] [=] [3]

20.6 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ගණනය කිරීම සඳහා විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍රයේ ක්‍රියාත්මක කළ යුතු යතුරු අනුපිළිවෙලට ලියා දක්වන්න. දර්ශන තිරය මත ලැබෙන ප්‍රතිඵලය ද ලියා දක්වන්න.

   (i) $543 + 275 \times 17$ (ii) $2003 - 125 \times 3$ (iii) $25.1 + 3.04 \div 1.1$
   (iv) $57.3 \times 1.75 + 45.3$ (v) $49.5 \div 15 + 12$ (vi) $(32.1 \times 4.3) + 1.5$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනය ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් සුළු කරන්න. ගණක යන්ත්‍රයක් මගින් ද එම ප්‍රකාශනයේ අගය ලබාගන්න. අවස්ථා දෙකේ දී ම ලැබෙන ප්‍රතිඵල දශමස්ථාන කීයක් දක්වා නිවැරදිදැයි පරීක්ෂා කරන්න.

   (i) 42.7×39.25 (ii) $514.1 \div 31.7$ (iii) $\dfrac{372.1 \times 4.3}{59.25}$
   (iv) $\dfrac{753 \times 1.4}{101.5}$ (v) $(12.5 \times 62.4) \div 253.2$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $\log_4 64 + \log_3 81 - \log_5 5 + 1$ හි අගය සොයන්න.

2. $\lg 6.143 = 0.7884$ නම් පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.
   (i) $10^{0.7884}$ (ii) $10^{1.7884}$ (iii) $10^{2.7884}$

3. $10^{0.6582} = 4.552$ නම් පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.
   (i) $\lg 4.552$ (ii) $\lg 45.52$ (iii) $\lg 455.2$

4. antilog $1.6443 = 44.08$ නම් පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

(i) antilog 0.6443 (ii) antilog 2.6443 (iii) antilog 3.6443

5. (i) $\lg a = x$ හා $\lg b = 2x$ නම් $\lg(ab)$ හි අගය x ඇසුරෙන් දක්වන්න.

(ii) $\lg x = 0.9451$ හා $\lg y = 0.8710$ නම් $\lg\left(\frac{x}{y}\right)$ හි අගය සොයන්න.

6. ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් සුළු කරන්න. ලැබුණු පිළිතුරු නිවැරදිදැයි ගණක යන්ත්‍රය භාවිතයෙන් පරීක්ෂා කරන්න.

(i) $\dfrac{38.72 \times 1.003}{5.1}$ (ii) $\dfrac{5.432 \times 989.1}{379.1}$ (iii) $\dfrac{785.8}{27.2 \times 3.8}$

(iv) $\dfrac{75.23 \times 131.2}{5.74 \times 95.2}$ (v) $\dfrac{5.743 \times 83.21 \times 5.91}{12.75 \times 4.875}$ (vi) $\dfrac{573 \times 2.123 \times 6.1}{9.875 \times 54.21}$

21 ප්‍රස්තාර

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයක අනුක්‍රමණය සෙවීමට
- $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

$y = mx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය

$y = mx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය සරල රේඛාවකි. ශ්‍රිතයේ, x හි සංගුණකය වන m වලින් රේඛාවේ අනුක්‍රමණය ද, නියත පදය වන c වලින් රේඛාවේ අන්තඃඛණ්ඩය ද දක්වයි.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සමීකරණයෙන් දැක්වෙන සරල රේඛාවෙහි අනුක්‍රමණය හා අන්තඃඛණ්ඩය ලියා දක්වන්න.

(i) $y = 3x + 2$ (ii) $y = -3x + 2$ (iii) $y = 5x - 3$

(iv) $y = 4x$ (v) $y = -5x$ (vi) $y = \frac{1}{2}x - 3$

(vii) $y = \frac{1}{2}x + 3$ (viii) $y = \frac{-2}{3}x - 1$ (ix) $2y = 4x + 5$

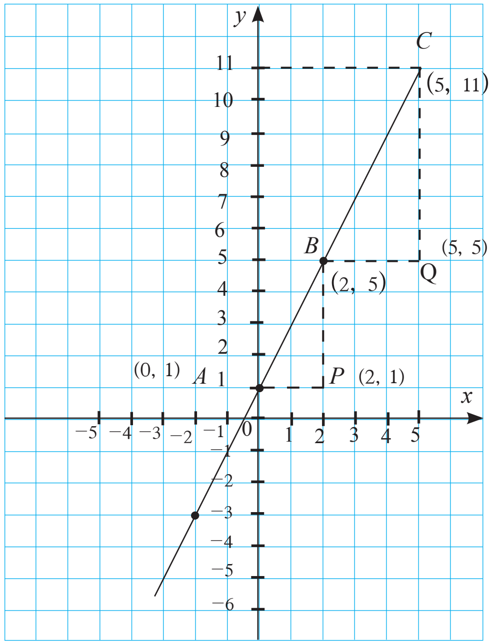
(x) $2y - x = 5$ (xi) $2y + 3 = 2x$ (xii) $\frac{1}{3}y - 5 = x$

21.1 සරල රේඛාවක අනුක්‍රමණයෙහි ජ්‍යාමිතික විස්තර කිරීම

$y = mx + c$ සරල රේඛාවේ x හි සංගුණකය වන m යන්න රේඛාවේ අනුක්‍රමණය ලෙස අපි හැඳින්වූයෙමු. දැන් එම m හි අගය ජ්‍යාමිතිකව නිරූපණය වන අයුරු නිදසුනක් මගින් සලකා බලමු. ඒ සඳහා $y = 2x + 1$ සරල රේඛාව සලකමු. එහි ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පහත දැක්වෙන අගය වගුව යොදා ගනිමු.

x	-2	0	2
$y\ (= 2x + 1)$	-3	1	5

රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍ය තුනක් ලකුණු කරමු. නිදසුනක් ලෙස එම ලක්ෂ්‍ය තුන $A\,(0,\ 1)$, $B\,(2,\ 5)$ සහ $C\,(5,\ 11)$ ලෙස ගනිමු.



මුලින්ම A හා B ලක්ෂ්‍ය සලකමු.

A සිට x – අක්ෂයට සමාන්තරව හා B සිට y – අක්ෂයට සමාන්තරව රේඛා ඇඳ එම රේඛා හමුවන ලක්ෂ්‍යය P ලෙස නම් කරමු. එවිට P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (2, 1) බව පැහැදිලි ය.

තව ද, AP දිග $= 2 - 0$
$= 2$

BP දිග $= 5 - 1$
$= 4$

දැන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර $\dfrac{\text{සිරස් දුර}}{\text{තිරස් දුර}} = \dfrac{BP}{AP} = \dfrac{4}{2} = 2$

$y = 2x + 1$ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය 2 වන බව දැනටමත් අපි දනිමු.

අප තෝරා ගත් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර $\dfrac{\text{සිරස් දුර}}{\text{තිරස් දුර}} = 2$ ලෙස ද ලැබී ඇත.
දැන් තවත් අවස්ථාවක් සලකා බලමු.

දැන් නැවතත්, දෙවන අවස්ථාව ලෙස B හා C ලක්ෂ්‍ය සලකමු. B ලක්ෂ්‍යයේ සිට x - අක්ෂයට සමාන්තරව හා C ලක්ෂ්‍යයේ සිට y - අක්ෂයට සමාන්තරව රේඛා ඇඳ එම රේඛා හමුවන ලක්ෂ්‍යය Q ලෙස නම් කරමු.

එවිට, Q හි ඛණ්ඩාංක (5, 5) වේ.

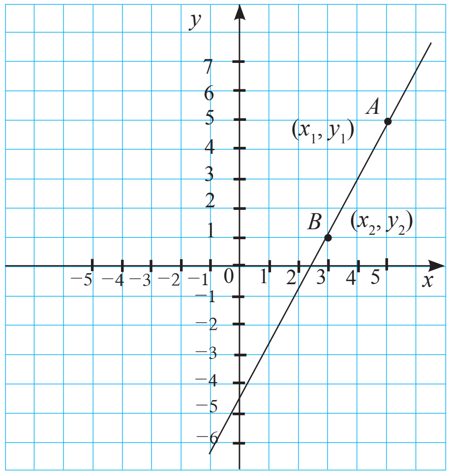
BQ දිග $= 5 - 2$
$= 3$

CQ දිග $= 11 - 5$
$= 6$

දැන් B හා C ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර $\dfrac{\text{සිරස් දුර}}{\text{තිරස් දුර}} = \dfrac{CQ}{BQ} = \dfrac{6}{3} = 2$

අවස්ථා දෙකෙහි දී ම සලකන ලද ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි සිරස් දුරට තිරස් දුර දරණ අනුපාතය ලෙස ලැබුණේ සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණය වන 2ය.

ඒ අනුව සරල රේඛාවක ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් රේඛාවේ අනුක්‍රමණය සෙවීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනගමු. ඒ සඳහා ඕනෑම $y = mx + c$ සමීකරණය සහිත සරල රේඛාවක් සලකමු.



සරල රේඛාව මත ඕනෑම $A\,(x_1, y_1)$ හා $B\,(x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍ය දෙකක් සලකමු. එම ලක්ෂ්‍ය දෙක සරල රේඛාව මත ඇති නිසා,

$$y_1 = mx_1 + c \quad \text{——} \quad (1)$$

$$y_2 = mx_2 + c \quad \text{——} \quad (2)$$

(1) හා (2) න් $y_1 - y_2 = mx_1 - mx_2$

$$\therefore y_1 - y_2 = m(x_1 - x_2)$$

$$\therefore \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = m$$

$$\therefore m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{වේ.}$$

$\therefore$ සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය $= \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

නිදසුන 1

සරල රේඛාවක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක ඛණ්ඩාංක (3, 10) හා (2, 6) වේ. සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.

රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

$= \dfrac{10-6}{3-2}$

$= \dfrac{4}{1}$

$= \underline{\underline{4}}$

නිදසුන 2

සරල රේඛාවක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක ඛණ්ඩාංක (6, 3) හා (2, 5) වේ. සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.

රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

$= \dfrac{3-5}{6-2}$

$= \dfrac{-2}{4}$

$= -\dfrac{1}{\underline{\underline{2}}}$

නිදසුන 3

(–2, 4) හා (1, –2) ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.

රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

$= \dfrac{4-(-2)}{-2-1}$

$= \dfrac{4+2}{-3}$

$= \dfrac{6}{-3}$

$= \underline{\underline{-2}}$

21.1 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති ලක්ෂ්‍ය හරහා යන එක් එක් සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණ ගණනය කරන්න.
   (i) (4, 6), (2, 2) (ii) (6, 2), (4, 3) (iii) (1, –2), (0, 7) (iv) (–2, –3), (2, 5)
   (v) (4, 5), (–8, –4) (vi) (6, –4), (2, 2) (vii) (1, –4), (–2, –7) (viii) (4, 6), (–2, –9)

21.2 සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයක අන්තඃඛණ්ඩය හා එම ප්‍රස්තාරය මත ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක දුන් විට සරල රේඛාවේ සමීකරණය සෙවීම

නිදසුන 1

සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයක අන්තඃඛණ්ඩය 3 වේ. ප්‍රස්තාරය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක (2, 7) වේ. ප්‍රස්තාරයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

අනුක්‍රමණය m හා අන්තඃඛණ්ඩය c වූ ප්‍රස්තාරයක සමීකරණය $y = mx + c$ වේ.

දී ඇති අන්තඃඛණ්ඩය සහ ප්‍රස්තාරය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ශ්‍රිතයේ සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්

$$y = mx + c$$

$$7 = 2m + 3$$

$$7 - 3 = 2m$$

$$4 = 2m$$

$$m = \frac{4}{2}$$

$$m = 2$$

ශ්‍රිතයේ සමීකරණයට $c = 3$ සහ $m = 2$ ආදේශයෙන්

$$\underline{\underline{y = 2x + 3}}$$

21.2 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති අන්තඃඛණ්ඩය සහිත දී ඇති ලක්ෂ්‍ය හරහා යන එක් එක් ප්‍රස්තාරයේ ශ්‍රිත ලියා දක්වන්න.

(i) අන්තඃඛණ්ඩය = 1 හා (3, 10)

(ii) අන්තඃඛණ්ඩය = 2 හා (3, 3)

(iii) අන්තඃඛණ්ඩය = 5 හා (2, 1)

(iv) අන්තඃඛණ්ඩය = 0 හා (3, 12)

(v) අන්තඃඛණ්ඩය = – 4 හා (3, 8)

(vi) අන්තඃඛණ්ඩය = –5 හා (–2, –9)

21.3 දී ඇති ලක්ෂ්‍ය දෙකක් හරහා යන සරල රේඛාවක සමීකරණය සෙවීම

(1, 7) හා (3, 15) ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයමු.

සමීකරණය සෙවීම සඳහා මුලින්ම ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය හා අන්තඃඛණ්ඩය සොයමු.

පළමුව (1, 7) හා (3, 15) ලක්ෂ්‍ය ඇසුරෙන් රේඛාවේ අනුක්‍රමණය සොයමු.

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

$$m = \frac{7-15}{1-3}$$

$$m = \frac{-8}{-2}$$

$$m = 4$$

දැන් $y = mx + c$ සමීකරණයට m හි අගය සහ දී ඇති එක් ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක ආදේශ කරමු. එමගින් c සෙවිය හැකි ය.

$$x = 1 \quad y = 7 \quad m = 4$$

$$y = mx + c$$

$$7 = 4 \times 1 + c$$

$$7 - 4 = c$$

$$c = 3$$

$m = 4$ සහ $c = 3$

ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය 4 ද අන්තඃඛණ්ඩය 3 ද වේ.
එනිසා අවශ්‍ය සමීකරණය $y = 4x + 3$ වේ.

නිදසුන 1

(4, 3) හා (2, –1) ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

$$\text{අනුක්‍රමණය} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

$$= \frac{3-(-1)}{4-2}$$

$$= \frac{4}{2}$$

$$= 2$$

$y = mx + c$ සමීකරණයට (2, –1) ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක හා අනුක්‍රමණය ආදේශයෙන්

$$x = 2 \quad y = -1 \quad m = 2$$

$$y = mx + c$$

$$-1 = 2 \times 2 + c$$

$$-1 = 4 + c$$

$$-1 - 4 = c$$

$$-5 = c$$

$$c = -5$$

$\therefore$ රේඛාවේ සමීකරණය $y = 2x - 5$ වේ.

21.3 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.
   (i) (1, 7), (2, 10) (ii) (3, – 1), (– 2, 9) (iii) (4, 3), (8, 4) (iv) (2, – 5), (– 2, 7)
   (v) (– 1, – 8), (3, 12) (vi) (– 5, 1), (10, – 5) (vii) $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)\left(1, 1\frac{1}{3}\right)$ (viii) (2, 2), (0, – 4)

21.4 $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර

දැන්, $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි මූලික ලක්ෂණ කීපයක් හඳුනා ගනිමු. මෙහි a යනු ශූන්‍ය නොවන සංඛ්‍යාවකි. මෙහි දී ශ්‍රිතය ලෙස හැඳින්වෙන්නේ y ය. y යනු ax^2 මගින් අර්ථ දක්වෙන ශ්‍රිතයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය.

මුලින්ම $y = x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.
ඒ සඳහා පහත පියවර අනුගමනය කරමු.

1 පියවර
ශ්‍රිතයේ x අගයන් කිහිපයකට ගැලපෙන y අගය සෙවීම සඳහා අගය වගුවක් සකස් කරමු.

$y = x^2$

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
y	9	4	1	0	1	4	9

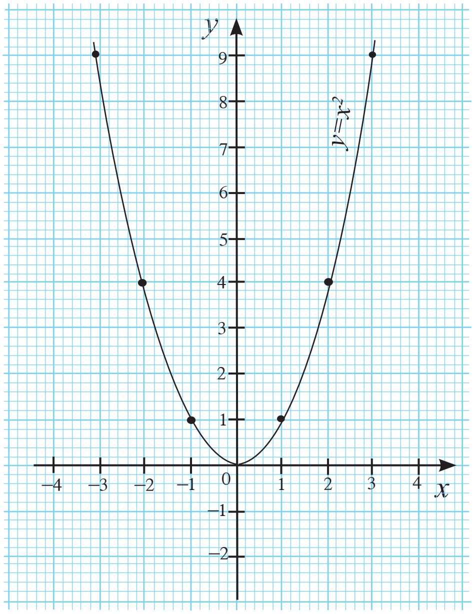
අගය වගුව මගින් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා අවශ්‍ය ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක ලබා ගනිමු.
(– 3, 9), (– 2, 4), (– 1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)

2 පියවර
ලබා ගත් ඛණ්ඩාංක ලකුණු කිරීම සඳහා කාටිසීය ඛණ්ඩාංක තලයක් සකස් කරමු.
ලබා ගත් ඛණ්ඩාංකවල xහි උපරිම අගය +3 හා අවම අගය –3 වේ. y ඛණ්ඩාංකවල උපරිම අගය 9 වන අතර අවම අගය 0 වේ.

ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා භාවිත කරන කඩදාසියක සුදුසු පරිමාණයකට x - අක්ෂයෙහි –3 සිට +3 දක්වාත් y - අක්ෂයෙහි 0 සිට 9 දක්වාත් ක්‍රමාංකනය කළ හැකි වන ආකාරයට x හා y අක්ෂ ඇඳ ගනිමු.

3 පියවර
ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා සකස් කරගත් ඛණ්ඩාංක තලයේ ඉහත ලබාගත් ලක්ෂ්‍ය 7 ලකුණු කරමු.

ලකුණු කළ ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් සුමටව යා කරමු. එවිට ලැබෙන සුමට වක්‍රය $y = x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයයි.



$y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ලෙස ලැබෙන වක්‍රය **පරාවලයක්** ලෙස හැඳින්වේ.

අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් $y = x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ කීපයක් හඳුනා ගනිමු.
$y = x^2$ ශ්‍රිතයේ,

- ප්‍රස්තාරය y – අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. එම නිසා ප්‍රස්තාරයේ සමමිති අක්ෂය y – අක්ෂය වන අතර සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- x හි අගය සෘණව වැඩිවන (එනම් -3 සිට 0 දක්වා) විට ශ්‍රිතය ධනව අඩුවන අතර x හි අගය ධනව වැඩිවන විට (0 සිට $+3$ දක්වා) ශ්‍රිතය ධනව වැඩි වේ.

$a > 0$ වන විට $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි පොදු ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීම සඳහා $y = x^2$, $y = 3x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ ශ්‍රිතයන් හි ප්‍රස්තාර එකම බණ්ඩාංක තලයක අඳිමු.

$y = 3x^2$

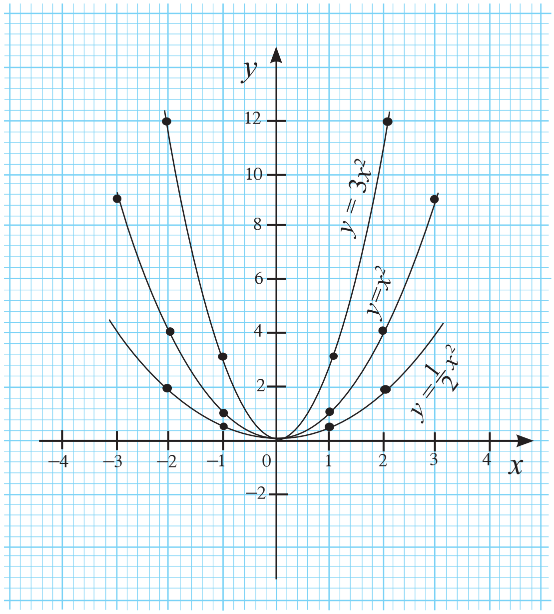
x	-2	-1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4
$3x^2$	12	3	0	3	12
y	12	3	0	3	12

(–2, 12), (–1, 3), (0, 0), (1, 3), (2, 12)

$y = \frac{1}{2}x^2$

x	-2	-1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4
$\frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

(–2, 2), (–1, $\frac{1}{2}$), (0, 0), (1, $\frac{1}{2}$), (2, 2)



ඉහත දැක්වෙන ප්‍රස්තාර ඇසුරින් a ධන අගයක් ($a > 0$) වන විට $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි පොදු ලක්ෂණ කීපයක් හඳුනා ගනිමු.

- මෙම ප්‍රස්තාර, අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවල වේ.
- අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ.
- ශ්‍රිතයේ අවම අගය (එනම් y හි අගය) 0 වේ.
- ප්‍රස්තාර y - අක්ෂය වටා සමමිතික වේ.
- සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- x හි අගය සෘණව වැඩිවන විට (සෘණ අගය ඔස්සේ වැඩිවන විට) ශ්‍රිතය අඩු වී $x = 0$ දී අවම අගයක් ලබා ගනී.
- x හි අගය ධනව වැඩිවන විට (ධන අගය ඔස්සේ වැඩිවන විට) ශ්‍රිතය බින්දුවේ සිට ක්‍රමයෙන් වැඩි වේ.

$a < 0$ වන විට $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයන්ගේ ප්‍රස්තාරවල ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීම සඳහා $y = -x^2$, $y = -2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ ශ්‍රිතයන්ගේ ප්‍රස්තාර එකම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳිමු.

$y = -x^2$

x	− 3	− 2	− 1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
$-x^2$	− 9	− 4	− 1	0	−1	− 4	− 9
y	− 9	− 4	− 1	0	−1	− 4	− 9

(−3, −9), (−2, −4), (−1, −1), (0, 0), (1, −1), (2,−4), (3,−9)

$y = -2x^2$

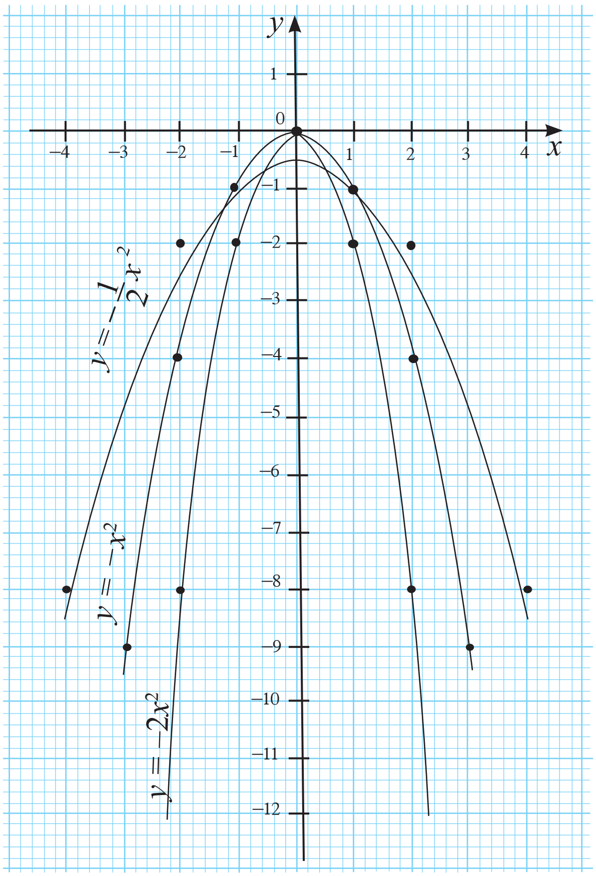
x	− 2	− 1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4
$-2x^2$	− 8	− 2	0	− 2	− 8
y	− 8	− 2	0	− 2	− 8

(−2, −8), (−1, −2), (0, 0), (1, −2), (2, −8)

$y = -\frac{1}{2}x^2$

x	-4	-2	0	2	4
x^2	16	4	0	4	16
$-\frac{1}{2}x^2$	-8	-2	0	-2	-8
y	-8	-2	0	-2	-8

$(-4, -8)$, $(-2, -2)$, $(0, 0)$, $(2, -2)$, $(4, -8)$



ඉහත අඳින ලද ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් a සෘණ අගයක් $(a < 0)$ වන විට $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි ලක්ෂණ හඳුනා ගනිමු.

- මෙම ප්‍රස්තාර උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවල වේ.
- උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, 0)$ වේ.
- ප්‍රස්තාර y - අක්ෂය වටා සමමිතික වේ.
- ප්‍රස්තාරවල සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණ $x = 0$ වේ.
- ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය 0 වේ.

- xහි අගය සෘණව වැඩිවන විට (සෘණ අගය ඔස්සේ වැඩිවන විට) ශ්‍රිතය වැඩි වී $x = 0$ දී උපරිම අගය ලබා ගනී.
- x හි අගය ධනව වැඩිවන විට (ධන අගය ඔස්සේ වැඩි වන විට) ශ්‍රිතයේ අගය ක්‍රමයෙන් අඩු වේ.

ඉහත අඳින ලද ප්‍රස්තාරවලට අනුව $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයන්හි ප්‍රස්තාරවල මූලික ලක්ෂණ හඳුනා ගනිමු. මෙහි a යනු ඕනෑම නිශ්ශුන්‍ය සංඛ්‍යාවකි.

$y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල

- ප්‍රස්තාර පරාවල වේ.
- ප්‍රස්තාර y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. එම නිසා ප්‍රස්තාරවල සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- ප්‍රස්තාරවල හැරුම් ලක්ෂයේ (එනම්, උපරිම හෝ අවම ලක්ෂ්‍යයේ) ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ.
- a හි සංගුණකය ''ධන'' අගයක් ගන්නා විට ප්‍රස්තාරය අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි.
- a හි සංගුණකය ''සෘණ'' අගයක් ගන්නා විට ප්‍රස්තාරය උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයක් වේ.

නිදසුන 1

ශ්‍රිතය පරීක්ෂා කිරීමෙන් $y = \frac{2}{3}x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය
(ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
(iii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යය අවමයක් ද උපරිමයක් ද යන බව ලියා දක්වන්න.

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
(ii) ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ.
(iii) ශ්‍රිතයේ x^2 හි සංගුණකය ධන අගයක් නිසා ප්‍රස්තාරය අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි.

නිදසුන 2

ශ්‍රිතය පරීක්ෂා කිරීමෙන් $y = -4x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය
(ii) හැරුම් ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක
(iii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යය උපරිමයක් ද අවම ලක්ෂ්‍යයක් ද යන බව ලියා දක්වන්න.

ශ්‍රිතය $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක් නිසා

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
(ii) හැරුම් ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ.
(iii) ශ්‍රිතයේ x^2 සංගුණකය සෘණ අගයක් නිසා ප්‍රස්තාරය උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි.

21.4 අභ්‍යාසය

1. ශ්‍රිතය නිරීක්ෂණය කිරීමෙන් පහත දැක්වෙන වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

ශ්‍රිතය	හැරුම් ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක	y හි අවම අගය	y හි උපරිම අගය	සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය
$y = 5x^2$				
$y = -\frac{1}{3}x^2$				
$y = -\frac{2}{3}x^2$				
$y = \frac{3}{4}x^2$				
$y = -7x^2$				

2. $y = \frac{1}{3}x^2$ හා $y = -\frac{1}{4}x^2$ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා සකස් කළ අසම්පූර්ණ අගය වගු පහත දැක්වේ.

$y = \frac{1}{3}x^2$

x	− 6	− 3	0	3	6
y	12	___	0	3	___

$y = -\frac{1}{4}x^2$

x	− 4	− 2	0	2	4
y	− 4	− 1	0	___	___

(i) වගු සම්පූර්ණ කර එක් එක් ප්‍රස්තාරය වෙන වෙනම අඳින්න.

(ii) ශ්‍රිතයේ,

(*a*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

(*b*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

(*c*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය

ලියන්න.

3. (i) $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් යොදා ගනිමින් $y = 2x^2$, $y = 4x^2$, $y = -\frac{1}{3}x^2$ හා $y = -3x^2$ සමීකරණවල ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා සුදුසු අගය වගු සකස් කරන්න.

(ii) සුදුසු ඛණ්ඩාංක තලයක එක් එක් ප්‍රස්තාරය වෙන වෙනම අඳින්න.

(iii) එක් එක් ප්‍රස්තාරයේ,

(*a*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

(*b*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

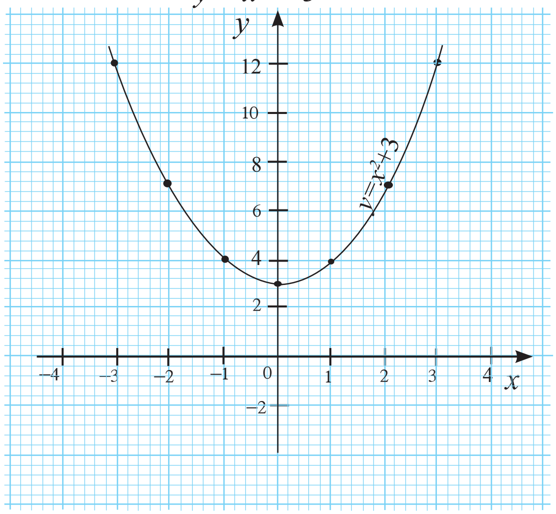
(*c*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය සොයන්න.

21.5 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය

$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරයක (මෙහි $a \neq o$) මූලික ලක්ෂණ කීපයක් හඳුනා ගැනීම සඳහා $y = x^2 + 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$
y	12	7	4	3	4	7	12

$y = x^2 + 3$



$y = x^2 + 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි. $y = x^2 + 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ

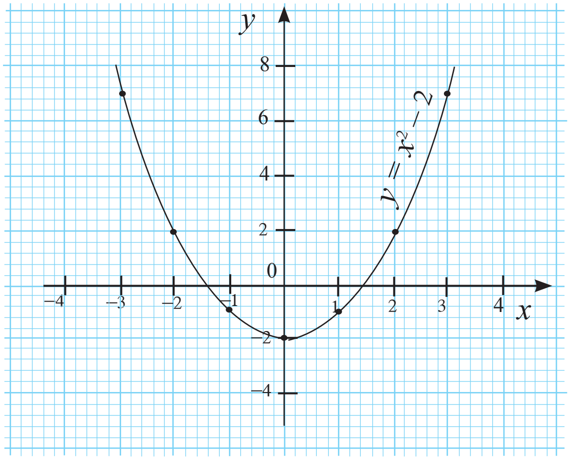
- සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- අවම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති අතර එහි ඛණ්ඩාංක (0, 3) වේ.
- ශ්‍රිතය මත ඇති ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකවල අවම අගය 3 වේ. එම නිසා ශ්‍රිතයේ අවම අගය 3 වේ.

$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක b හි අගය ඍණ සංඛ්‍යාවක් වූ විට ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීම සඳහා $y = x^2 - 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

$y = x^2 - 2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
y	7	2	-1	-2	-1	2	7

$(-3, 7), (-2, 2), (-1, -1), (0, -2), (1, -1), (2, 2), (3, 7)$



$y = x^2 - 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි.

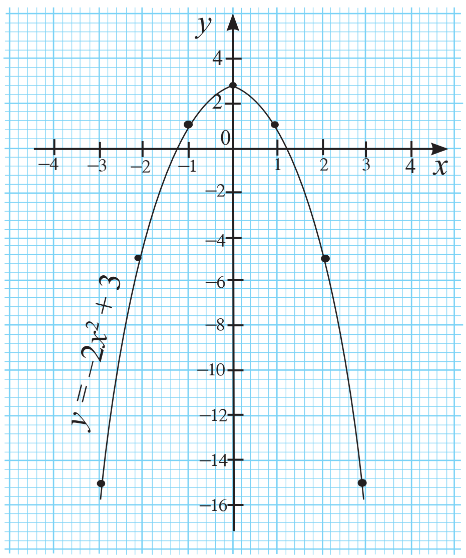
- සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- හැරුම් ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක $(0, -2)$ වේ.
- ප්‍රස්තාරය මත ඇති ලක්ෂ්‍යවල අවම y ඛණ්ඩාංකය -2 වේ. එනිසා ශ්‍රිතයේ අවම අගය -2 වේ.

$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක a සෘණ අගයක් වූ විට ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීම සඳහා $y = -2x^2 + 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

$y = -2x^2 + 3$

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
$-2x^2$	–18	–8	–2	0	–2	–8	–18
+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3
y	–15	–5	+1	+3	1	–5	–15

(–3, –15), (–2, –5), (–1, 1), (0, 3), (1, 1), (2, –5), (3, –15)



$y = -2x^2 + 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි. $y = -2x^2 + 3$ ප්‍රස්තාරයේ

- සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ
- හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 3) වේ.
- ප්‍රස්තාරය මත ඇති ලක්ෂ්‍යවල උපරිම y – ඛණ්ඩාංකය 3 වේ. එම නිසා ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය 3 වේ.

අඳින ලද $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් $y = ax^2 + b$ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්ගේ පොදු ලක්ෂණ කීපයක් හඳුනා ගනිමු.

$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර

- a ධන අගයක් වූ විට අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවල වේ.
- a ඍණ අගයක් වූ විට උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවල වේ.
- සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- උපරිම හෝ අවම ලක්ෂ්‍යයේ (හැරුම් ලක්ෂ්‍යයෙහි) ඛණ්ඩාංක $(0, b)$ වේ.
- ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය b වේ.

නිදසුන 1

$y = 3x^2 - 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ
(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය
(ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
(iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය ලියා දක්වන්න.

(i) $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයන්ගේ ප්‍රස්තාර x – අක්ෂය වටා සමමිතික පරාවල බැවින් $y = 3x^2 - 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
(ii) $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0,b)$ නිසා $y = 3x^2 - 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, –5) වේ.
(iii) $y = 3x^2 - 5$ ශ්‍රිතයේ x^2 හි සංගුණකය ධන අගයක් බැවින් ශ්‍රිතයෙහි අවමයක් ඇති අතර ශ්‍රිතයේ අවම අගය – 5 වේ.

නිදසුන 2

$y = 4 - 2x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ
(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය
(ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
(iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය ලියා දක්වන්න.

(i) $y = 4 - 2x^2$ ප්‍රස්තාරයේ සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$
(ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 4) වේ.
(iii) x^2 සංගුණකය ඍණ අගයක් බැවින් ශ්‍රිතයෙහි උපරිමයක් ඇති අතර ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය 4 වේ.

21.5 අභ්‍යාසය

1. $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීමෙන් තොරව පහත දැක්වෙන වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

ශ්‍රිතය	ප්‍රස්තාරයේ සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය	ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක	ශ්‍රිතයෙහි ඇත්තේ උපරිමයක් ද අවමයක් ද යන බව	ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
$y = 3x^2 + 4$				
$y = 3 - 4x^2$				
$y = \frac{3}{2}x^2 + 4$				
$y = \frac{3}{2}x^2 - 5$				
$y = 2x^2 - \frac{1}{3}$				

2. $y = 2x^2 - 4$ හා $y = -x^2 + 5$ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා සකස් කළ අසම්පූර්ණ අගය වගු දෙකක් පහත දැක්වේ.

$y = 2x^2 - 4$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	____	____	-2	4

$y = -x^2 + 5$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	____	$+4$	$+5$	____	$+1$	-4

(i) එක් එක් වගුව සම්පූර්ණ කර ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(ii) එක් එක් ශ්‍රිතයේ,

(*a*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

(*b*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය

(*c*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය

ලියා දක්වන්න.

3. පහත (*a*) සිට (*d*) දක්වා කොටස්වල දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා සුදුසු අගය වගුවක් $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ ඇති නිඛිලමය x සඳහා ගොඩනගා එම එක් එක් ශ්‍රිතය සඳහා

(i) ප්‍රස්තාරය වෙන වෙනම අඳින්න.

(ii) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.

(iii) ප්‍රස්තාරය මත හැරුම් ලක්ෂ්‍යය දක්වා එය උපරිමයක් ද අවමයක් ද යන්න ලියා දක්වන්න.

(iv) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය ලියා දක්වන්න.

(*a*) $y = x^2 + 4$

(*b*) $y = 4 - x^2$

(*c*) $y = -(2x^2 + 3)$

(*d*) $y = 4x^2 - 5$

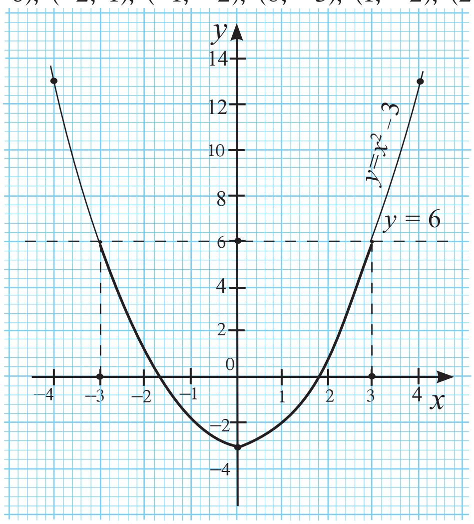
21.6 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක yහි අගය ප්‍රාන්තරයකට අදාළ xහි අගය ප්‍රාන්තරය සෙවීම

අවම අගයක් සහිත ශ්‍රිතයක y හි අගය පරාසයකට අදාළ x හි අගය පරාසය සොයන ආකාරය $y = x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් හඳුනා ගනිමු. ශ්‍රිතයේ අගය 6ට වඩා කුඩා වන, එනම් $y < 6$ වන xහි පරාසය සොයමු. මුලින්ම $y = x^2 - 3$ හි ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

$y = x^2 - 3$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
y	13	6	1	-2	-3	-2	1	6	13

$(-4, 13), (-3, 6), (-2, 1), (-1, -2), (0, -3), (1, -2), (2, 1), (3, 6), (4, 13)$



$y < 6$ අගය පරාසයට අයත් කොටස හඳුනා ගැනීම සඳහා $y = 6$ රේඛාව අඳිමු.
ප්‍රස්තාරයේ $y = 6$ රේඛාවට පහළින් ඇති ප්‍රස්තාර කොටසේ y ඛණ්ඩාංක, 6ට වඩා අඩු අගයන් වේ.
ප්‍රස්තාරයේ ඊට අදාළ කොටස තද පාටින් සලකුණු කර ඇත.

ප්‍රස්තාරය සහ $y = 6$ රේඛාව කැපෙන ලක්ෂ්‍යවල සිට x අක්ෂය තෙක් y අක්ෂයට සමාන්තරව (සිරස්ව) රේඛා දෙකක් අඳිමු. එම රේඛා x අක්ෂය හමුවන ලක්ෂ්‍ය දෙක (–3 හා +3) ලකුණු කරමු.

එම ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර x අක්ෂය මත වූ x හි අගය පරාසය $y < 6$ වන x හි අගය පරාසයයි. වෙනත් අයුරකින් කිවහොත් $y < 6$ වීම සඳහා x හි අගය -3 ට වඩා වැඩි විය යුතු අතර $+3$ට වඩා අඩු විය යුතු ය. මේ අනුව $y = x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ $y < 6$ වන x හි අගය පරාසය $-3 < x < 3$ වේ.

නිදසුන 1

$y = x^2 - 4$ ශ්‍රිතය ඇසුරෙන්

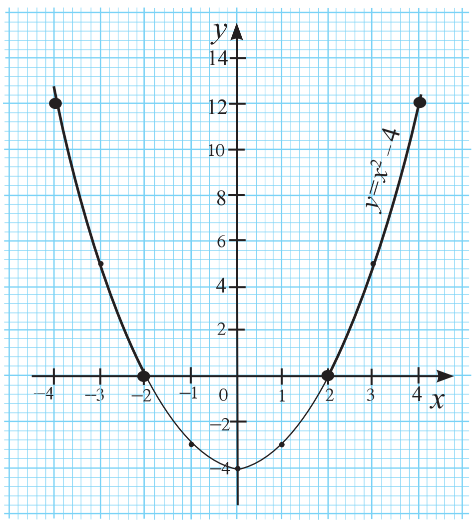
(i) $y \geq 0$ වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
(ii) ශ්‍රිතය ධනව වැඩිවන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
(iii) ශ්‍රිතය ධනව අඩුවන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
(iv) ශ්‍රිතය ඍණව වැඩිවන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
(v) ශ්‍රිතය ඍණව අඩුවන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

මුලින්ම ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

$$y = x^2 - 4$$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
y	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

$(-4, 12), (-3, 5), (-2, 0), (-1, -3), (0, -4), (1, -3), (2, 0), (3, 5), (4, 12)$



(i) ප්‍රස්තාරයේ $y \geq 0$ කොටස $y = 0$ හා එම රේඛාවෙන් ඉහළ කොටසයි.
එම කොටස්වල x ඛණ්ඩාංක -2ට සමාන හෝ අඩු අගය හා $+2$ සමාන හෝ වැඩි අගය වේ.

එනම් $x \leqslant -2$ හෝ $x \geqslant 2$

(ii) $x > 2$ වේ. (iii) $x < -2$ වේ. (iv) $0 < x < 2$ වේ. (iii) $-2 < x < 0$ වේ.

21.6 අභ්‍යාසය

1. $y = 3 - 2x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳ ඒ ඇසුරෙන් $y \geq 1$ වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

2. $y = 2x^2 - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර ඇඳ එහි,
   (i) $y < -3$ වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
   (ii) ශ්‍රිතය සෘණව වැඩිවන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
   (iii) ශ්‍රිතය ධනව වැඩිවන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
   (iv) ශ්‍රිතය ධනව අඩුවන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
   (v) ශ්‍රිතය සෘණව අඩුවන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

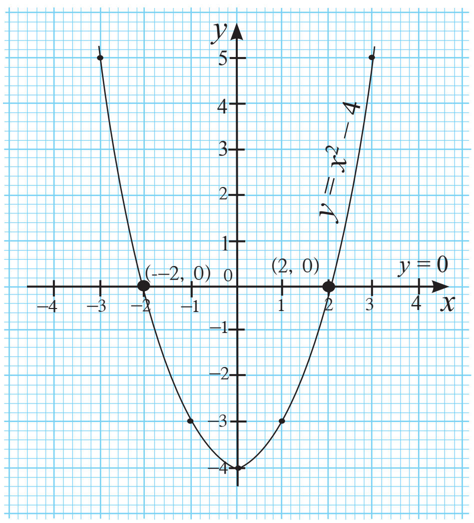
21.7 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් $ax^2 + b = 0$ ආකාරයේ සමීකරණයක මූල සෙවීම

නිදසුනක් ලෙස $x^2 - 4 = 0$ සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරිකව සොයන අයුරු සලකා බලමු. ඒ සඳහා මුලින්ම $y = x^2 - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

$y = x^2 - 4$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

$(-3, 5), (-2, 0), (-1, -3), (0, -4), (1, -3), (2, 0), (3, 5)$



$y = x^2 - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය x - අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍ය දෙක $+2$ හා -2 වේ. එනම්, $x = +2$ වන විට දීත් $x = -2$ වන විට දී ත් ප්‍රස්තාරයෙහි y – ඛණ්ඩාංකය 0 වේ. එනම් $x = +2$ වන විට දීත් $x = -2$ වන විට දී ත් $x^2 - 4 = 0$ වේ. එනම් $x = +2$ හා $x = -2$, $x^2 - 4 = 0$ සමීකරණය සපුරාලයි. වෙනත් අයුරකින් පැවසුවහොත්, $x^2 - 4 = 0$ සමීකරණයේ මූල වන්නේ 2 හා -2 යි.

21.7 අභ්‍යාසය

1. $y = 9 - 4x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පහත දැක්වෙන අගය වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	1	2
y	-7	5	8	9		5	-7

(i) වගුව ඇසුරින් $y = 9 - 4x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
(ii) ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $9 - 4x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

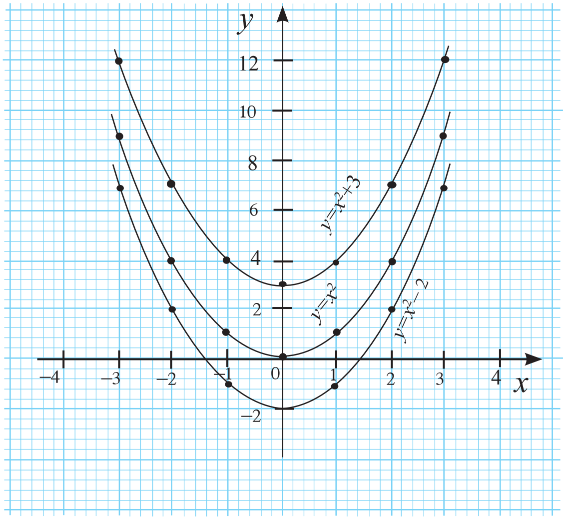
2. $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් ඇසුරෙන් $y = x^2 - 1$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා අගය වගුවක් ගොඩ නගා
(i) $y = x^2 - 1$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
(ii) ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් $x^2 - 1 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

3. $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් ඇසුරෙන් $y = 4 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා අගය වගුවක් ගොඩ නගා
(i) $y = 4 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
(ii) ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් $4 - x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

4. $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් ඇසුරෙන් $y = x^2 - 9$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා අගය වගුවක් ගොඩ නගා
(i) $y = x^2 - 9$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
(ii) ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් $9 - x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

21.8 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරයෙහි සිරස් විස්ථාපන

ඔබ කලින් හදාරන ලද පහත දී ඇති ප්‍රස්තාර පිළිබඳ ව නැවත අවධානය යොමු කරන්න.



- $y = x^2$ ප්‍රස්තාරය ඒකක 3කින් y අක්ෂය ඔස්සේ ඉහළට විස්ථාපනය කිරීමෙන් $y = x^2 + 3$ ප්‍රස්තාරය ලැබී ඇති අතර $y = x^2$ ප්‍රස්තාරය ඒකක 2කින් y අක්ෂය ඔස්සේ පහළට විස්ථාපනය කිරීමෙන් $y = x^2 - 2$ ප්‍රස්තාරය ලැබී ඇති බව නිරීක්ෂණය කරන්න. පහත වගුව බලන්න.

ප්‍රස්තාරයේ සමීකරණය	අවම ලක්ෂ්‍යය	සමමිති අක්ෂය
$y = x^2$	(0, 0)	$x = 0$
$y = x^2 + 3$	(0, 3)	$x = 0$
$y = x^2 - 2$	(0, –2)	$x = 0$

මේ අනුව,

- $y = x^2$ ප්‍රස්තාරය ඒකක 6කින් y අක්ෂය ඔස්සේ ඉහළට විස්ථාපනය කළ විට ලැබෙන ප්‍රස්තාරයට අදාළ ශ්‍රිතයේ සමීකරණය වන්නේ $y = x^2 + 6$ ය.
- $y = x^2$ ප්‍රස්තාරය ඒකක 2කින් y අක්ෂය ඔස්සේ පහළට විස්ථාපනය කළ විට ලැබෙන ප්‍රස්තාරයට අදාළ ශ්‍රිතයේ සමීකරණය වන්නේ $y = x^2 - 2$ ය.
- සාධාරණ වශයෙන්, $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඒකක c ප්‍රමාණයකින් සිරස්ව ඉහළට හෝ පහළට විස්තාපනය කළ විට ලැබෙන ප්‍රස්තාරයට අදාළ ශ්‍රිතය පිළිවෙලින් $y = ax^2 + b + c$ හෝ $y = ax^2 + b - c$ වේ.

21.8 අභ්‍යාසය

1. $y = x^2 + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය,
   (i) y අක්ෂය ඔස්සේ ඒකක 2කින් ඉහළට විස්ථාපනය කළ විට
   (ii) y අක්ෂය ඔස්සේ ඒකක 2කින් පහළට විස්ථාපනය කළ විට
   ලැබෙන ප්‍රස්තාරයට අදාළ ශ්‍රිතයේ සමීකරණය ලියන්න.
2. $y = -x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය,
   (i) y අක්ෂය ඔස්සේ ඒකක 3කින් ඉහළට විස්ථාපනය කළ විට
   (ii) y අක්ෂය ඔස්සේ ඒකක 3කින් පහළට විස්ථාපනය කළ විට
   ලැබෙන ප්‍රස්තාරයට අදාළ ශ්‍රිතයේ සමීකරණය ලියන්න.
3. $y = 2x^2 + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය,
   (i) y අක්ෂය ඔස්සේ ඒකක 6කින් ඉහළට විස්ථාපනය කළ විට
   (ii) y අක්ෂය ඔස්සේ ඒකක 6කින් පහළට විස්ථාපනය කළ විට
   ලැබෙන ප්‍රස්තාරයට අදාළ ශ්‍රිතයේ සමීකරණය ලියන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක ඛණ්ඩාංක (0, 3) හා (3, 1) වේ. සරල රේඛාවේ
   (i) අනුක්‍රමණය සොයන්න.
   (ii) අන්තඃඛණ්ඩය සොයන්න.
   (iii) සමීකරණය ලියන්න.
2. (–1, –3) (2, 4) (4, 6) එකම සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දැයි ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොරව පරීක්ෂා කරන්න.
3. ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොරව (–2, –8), (0, –2), (3, 7), (2, 4) ලක්ෂ්‍ය එකම සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය බව හේතු සහිතව දක්වන්න.
4. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳ ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන්,
   (i) $y \geq 1\frac{1}{2}$ වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
   (ii) ශ්‍රිතයේ අගය –1ට වඩා අඩු වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
5. $y = 3 - 2x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා $-2 \leq x \leq 2$ අගයන් ඇතුළත් වගුවක් ගොඩ නගන්න.
   (i) අගය වගුව ඇසුරෙන් $y = 3 - 2x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) එම ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් $3 - 2x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.
   (iii) ඉහත ප්‍රස්තාරය ඒකක දෙකකින් y අක්ෂය දිගේ ඉහළට විස්ථාපනය කළ විට ලැබෙන ප්‍රස්තාරයට අදාළ ශ්‍රිතයේ සමීකරණය ලියන්න.

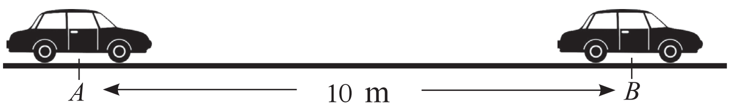
22 ශීඝ්‍රතාව

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- දුර, කාලය හා වේගය සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට
- දුර හා කාලය ඇතුළත් තොරතුරු ප්‍රස්තාරයක නිරූපණයට
- ද්‍රව පරිමා, කාලය හා ශීඝ්‍රතාව සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

22.1 වේගය

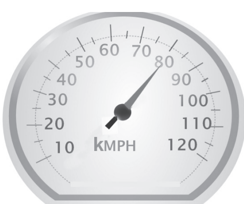


විදුලි බලයෙන් ක්‍රියා කරන සෙල්ලම් මෝටර් රථයක් A ලක්ෂ්‍යයක සිට මීටර 10ක් දුරින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යය වෙත ගමන් කිරීමට ගත වන කාලය තත්පර 5ක් යැයි සිතමු.

එනම්, මෝටර් රථය තත්පර 5ක් තුළ ගමන් කරන දුර ප්‍රමාණය මීටර 10ක් වේ. මෝටර් රථය ආරම්භයේ සිට සෑම තත්පරයක දී ම ඉදිරියට ගමන් කරන දුර ප්‍රමාණය සමාන නම් එය සෑම තත්පරයක් තුළ ම ඉදිරියට ගමන් ගන්නා දුර ප්‍රමාණය වන්නේ මීටර් $\frac{10}{5}$ ක්, එනම්, මීටර් 2ක් ය. ඒ අනුව මෝටර් රථය A සිට ඉදිරියට ගමන් ගන්නා දුර ප්‍රමාණය වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාව තත්පරයට මීටර දෙකක් බැගින් වේ. එම අගය A සිට B දක්වා මෝටර් රථය චලනය වූ වේගය ලෙස හැඳින්විය හැකි ය.

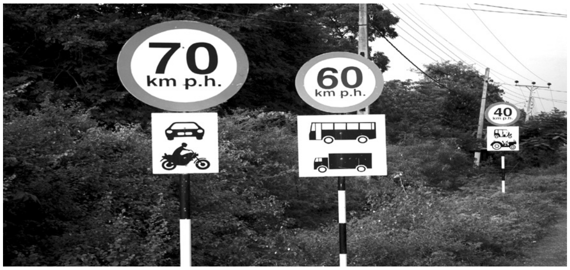
චලනය වන යම් වස්තුවක් ඕනෑම ඒකක කාලයක් තුළ ගමන් කරන දුර ප්‍රමාණය නියත අගයක් වන අවස්ථාවක දී එම වස්තුව **ඒකාකාර වේගයෙන්** චලනය වේ යැයි කියනු ලැබේ. තව ද, එසේ ඒකක කාලයක දී ගමන් කරන දුර ප්‍රමාණයට **වේගය** යැයි කියනු ලැබේ. මෙම පාඩම තුළ මින් ඉදිරියට සලකනු ලබන්නේ ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වන වස්තූන් පිළිබඳ පමණක් වේ.

එසේ නමුත් මහා මාර්ගවල ගමන් ගන්නා වාහනයකට මාර්ගවල පවතින තදබදය හා වෙනත් හේතූන් නිසා මුළු ගමන තුළ ම එක ම වේගයක් රඳවා ගැනීමට හැකි නොවේ. එක් එක් අවස්ථාවේ වාහනයක් ගමන් ගන්නා වේගය දැන ගැනීමට වාහනයේ සවි කර ඇති වේගමානය නම් උපකරණය යොදා ගනු ලැබේ.



රූපයේ දැක්වෙන වේගමානයෙන් නිරූපණය වන වේගය 80 kmph ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය. එය 80 km/h ලෙස හෝ 80 kmh^{-1} ලෙස ද ලියා දැක්විය හැකි ය.

එසේම ඔබ මහා මාර්ගවල ගමන් ගන්නා අවස්ථාවල දී වේගසීමා නිරූපණය කිරීමට 40 kmph හා 60 kmph ආදි ලෙස සටහන් කර ඇති මාර්ග සංඥා පුවරු දැක තිබෙනවා නො අනුමානය. තවද ලොරි රථ වැනි බර වාහනවල ද පිටුපස 40 kmph ලෙස සටහන් කර තිබූ අවස්ථා මතකයට නඟා ගැනීමට උත්සාහ ගන්න.



ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වන වස්තුවක් සඳහා, එම වස්තුව ගමන් ගන්නා දුර, ඒ සඳහා ගත වන කාලය සහ එම ගමනේ දී වස්තුවේ වේගය යන රාශි තුන අතර සම්බන්ධය පහත ආකාරයට ලියා දැක්විය හැකි ය.

$$\text{වේගය} = \frac{\text{ගමන් කළ දුර}}{\text{ගත වූ කාලය}}$$

එම සම්බන්ධය ම මෙසේ ද සරල ආකාරයෙන් (භාග රහිත ව) දැක්විය හැකි ය.

$$\text{දුර} = \text{වේගය} \times \text{කාලය}$$

නිදසුන 1

එකම වේගයෙන් සුළඟේ පා වී යන කුරුලු පිහාටුවක් තත්පර 20ක් තුළ මීටර 100ක දුරක් පා වී ගියේ නම් කුරුලු පිහාටුව පාවී ගිය වේගය ගණනය කරන්න.

$$\text{පා වී ගිය වේගය} = \frac{\text{පා වී ගිය දුර}}{\text{ගත වූ කාලය}}$$

$$= \frac{100\ \text{m}}{20\ \text{s}}$$

$$= \underline{\underline{5\ \text{ms}^{-1}}}$$

නිදසුන 2

තත්පරයට මීටර 5ක නියත වේගයෙන් පියාඹා යන කුරුල්ලෙකු මිනිත්තුවක් තුළ පියඹා යන දුර ගණනය කරන්න.

$$\text{පියඹා යන දුර} = \text{වේගය} \times \text{කාලය}$$

$$= 5\ \text{ms}^{-1} \times 60\ \text{s}$$

$$= \underline{\underline{300\ \text{m}}}$$

නිදසුන 3

පැයට කිලෝමීටර 60ක ඒකාකාර වේගයෙන් අධිවේගී මාර්ගයක ගමන් ගන්නා මෝටර් රථයකට කිලෝමීටර 150ක දුරක් ගමන් කිරීමට ගත වන කාලය ගණනය කරන්න.

$$\text{ගත වන කාලය} = \frac{\text{දුර}}{\text{වේගය}}$$

$$= \frac{150\,\text{km}}{60\,\text{kmh}^{-1}}$$

$$= 2\frac{1}{2}\,\text{h}$$

නිදසුන 4

මහා මාර්ගයේ ගමන් ගන්නා යතුරුපැදියක වේගමානයේ 36 kmh^{-1} ලෙස නොවෙනස් ව සඳහන් වී තිබිය දී එම යතුරුපැදිය තත්පර 5ක් තුළ ගමන් කළ දුර ප්‍රමාණය කොපමණ ද?

මෙහි දී වේගය පැයට කිලෝමීටරවලින් දී ඇත. එය තත්පරයට මීටර්වලට හරවා ගනිමු.

වේගය 36 kmh^{-1} බැවින්

$$\text{පැය 1ක දී යන දුර} = 36\,\text{km}$$

$$= 36 \times 1000\,\text{m}$$

$$\text{නමුත් පැය 1} = \text{තත්පර } 60 \times 60$$

$$\therefore \text{ තත්පර } 60 \times 60\text{ක දී යන දුර} = 36 \times 1000\,\text{m}$$

$$\text{තත්පර 1ක දී යන දුර} = \frac{36 \times 1000}{60 \times 60}\,\text{m}$$

$$\therefore \text{යතුරුපැදිය තත්පරයක දී ගමන් කළ දුර} = 10\,\text{m}$$

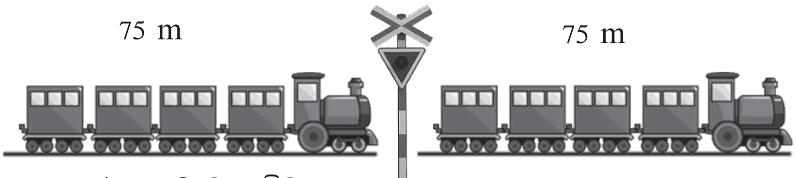
$$\therefore \text{තත්පර 5ක දී ගමන් කළ දුර} = 10 \times 5\,\text{m}$$

$$= 50\,\text{m}$$

නිදසුන 5

පැයට කිලෝමීටර 60ක ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් ගන්නා මීටර 75ක් දිග දුම්රියකට සංඥා කුළුනක් පසු කිරීමට ගත වන කාලය කොපමණ ද?

75 m   75 m



කුළුන හමු වන විට   කුළුන පසු කළ විට

සංඥා කුළුණ පසු කිරීමේ දී දුම්රිය ගමන් කළ දුර = 75 m

පළමුව වේගය, තත්පරයට මීටර්වලින් සොයා ගනිමු.

දුම්රියේ වේගය 60 kmh^{-1} වන බැවින්

පැයක දී යන දුර = 60 km

$$= 60 \times 1000 \text{ m}$$

$$\therefore \text{ තත්පරයක දී යන දුර } = \frac{60 \times 1000}{60 \times 60} \text{ m}$$

$$= \frac{50}{3} \text{ m}$$

$$\therefore \text{ දුම්රියේ වේගය } = \frac{50}{3} \text{ m s}^{-1}$$

කාලය $= \dfrac{\text{දුර}}{\text{වේගය}}$ බැවින්

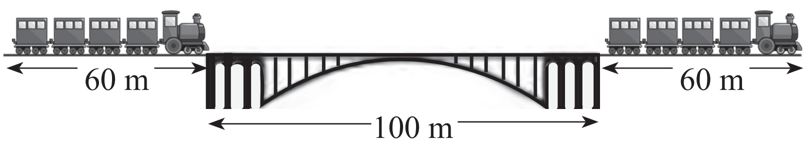
දුම්රිය සංඥා කුලුන පසු කිරීමට ගතවන කාලය $=$ තත්පර $75 \div \dfrac{50}{3}$

$=$ තත්පර $75 \times \dfrac{3}{50}$

$=$ තත්පර 4.5

නිදසුන 6

පැයට කිලෝමීටර් 72ක ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් ගන්නා මීටර 60ක් දිග දුම්රියකට මීටර 100ක් දිග පාලමක් පසු කර යෑමට ගත වන කාලය සොයන්න.



මෙහි දී දුම්රිය මීටර් 160ක දුරක් යෑමට ගත වන කාලය සෙවිය යුතු ය. ඒ සඳහා, මුලින් ම වේගය තත්පරයට මීටර්වලින් සොයා ගනිමු.

$$72 \text{ kmh}^{-1} = \frac{72 \times 1000}{60 \times 60} \text{ ms}^{-1}$$

$$= 20 \text{ ms}^{-1}$$

පාලම පසු කර යෑමේ දී ගමන් කළ මුළු දුර $= 100 + 60$ m

$= 160$ m

දුම්රිය තත්පර 1ක දී ගමන් කරන දුර $= 20$ m

එනම්, මීටර 20ක් යෑමට ගත වන කාලය $=$ තත්පර 1

මීටර 160ක් යෑමට ගත වන කාලය $=$ තත්පර $\dfrac{1}{20} \times 160$

$=$ තත්පර 8

මධ්‍යක වේගය

සාමාන්‍ය මහා මාර්ගවල ගමන් ගන්නා වාහනවලට එකම වේගයක් පවත්වා ගත නොහැකි ය. මෙවැනි අවස්ථාවල දී මධ්‍යක වේගය පිළිබඳ සංකල්පය වැදගත් වේ. යම් වස්තුවක් ගමන් ගන්නා මුළු දුර, ඒ සඳහා ගත වන මුළු කාලයෙන් බෙදීමෙන් ලැබෙන අගයට මධ්‍යක වේගය යැයි කියනු ලැබේ.

නිදසුන 7

නගරාන්තර ගමන්ගන්නා බස් රථයකට මුල් කිලෝමීටර 25 ගමන් කිරීම සඳහා පැය $\frac{1}{2}$ක් ද ඊළඟ කිලෝමීටර 80ක දුර ගමන් කිරීම සඳහා පැය 1ක කාලයක් ද ගත වූයේ නම් බස් රථයේ මධ්‍යයක වේගය ගණනය කරන්න.

බස් රථය ගමන් කළ මුළු දුර $= 25 + 80 \text{ km}$

$= 105 \text{ km}$

ගමන සඳහා ගත වූ මුළු කාලය $=$ පැය $\frac{1}{2} + 1$

$=$ පැය $1\frac{1}{2}$

බස් රථය ගමන් කළ මධ්‍යක වේගය $= 105 \text{ km} \div 1\frac{1}{2} \text{h}$

$= 105 \times \frac{2}{3}$

$= 70 \text{ kmh}^{-1}$

22.1 අභ්‍යාසය

1. ඒකාකාර වේගයෙන් පියාසර කරන ගුවන් යානයක් පැය 4 දී කිලෝමීටර 1200ක දුරක් ගමන් කරයි නම් ගුවන් යානයේ වේගය ගණනය කරන්න.
2. ඒකාකාර වේගයෙන් දිව යන ළමයෙකු මීටර 200ක් දිවීම සඳහා තත්පර 40ක් ගත කරයි නම් ළමයාගේ වේගය පැයට කිලෝමීටරවලින් සොයන්න.
3. ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් ගන්නා විදුලි දුම්රියකට එක් දිනක කිලෝමීටර 300ක දුරක් ගමන් කිරීම සඳහා පැය 6ක් ගත විය. තවත් දිනක එම දුම්රියට එම දුර ප්‍රමාණයම ගමන් කිරීම සඳහා ගත වූ කාලය පැය 8ක් විය. දින දෙක තුළ දුම්රිය ගමන් කර ඇති වේග අතර අන්තරය සොයන්න.
4. 300 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් ගන්නා අභ්‍යවකාශ යානයකට කිලෝමීටර 4500ක දුරක් ගමන් කිරීමට ගත වන කාලය කොපමණ ද?
5. 48 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් ගන්නා මෝටර් රථයක් තත්පර 30ක් තුළ ගමන් ගන්නා දුර ප්‍රමාණය මීටරවලින් සොයන්න.

6. බස්රථයක් 40 kmh^{-1} වේගයෙන් මිනිත්තු 15ක් ගමන් කර, ඉන් පසු 70 kmh^{-1} වේගයෙන් මිනිත්තු 30ක් ගමන් කරයි. බස් රථයේ මධ්‍යක වේගය ගණනය කරන්න.

7. 54 kmh^{-1}ක ඒකාකාර වේගයෙන් ධාවනය වන දුම්රියකට සංඥා කුලුනක් පසු කිරීමට ගත වූ කාලය තත්පර 10ක් නම් දුම්රියේ දිග ගණනය කරන්න.

8. 72 kmh^{-1}ක ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් ගන්නා මීටර 60ක් දිග දුම්රියකට මීටර 100ක් දිග දුම්රිය වේදිකාවක් පසු කිරීමට ගත වන කාලය සොයන්න.

9. A නගරයෙන් 0800hට පිටත් වූ දුම්රියක් පැයට කිලෝමීටර 60ක ඒකාකාර වේගයෙන් B නගරය බලා ගමන් ගන්නා අතර, එම වේලාවටම B නගරයෙන් පිටත් වූ දුම්රියක් පැයට කිලෝමීටර 40ක ඒකාකාර වේගයෙන් A නගරය බලා පිටත් වේ. A හා B නගර අතර දුර කිලෝමීටර 100ක් නම්, දුම්රිය දෙක එකිනෙක මුණගැසෙන වේලාව ගණනය කරන්න.

10. නගර දෙකකින් එක ම වේලාවට පිටත් වන යතුරුපැදිකරුවෝ දෙදෙනෙක් පැයට කිලෝමීටර 40 හා පැයට කිලෝමීටර 50ක ඒකාකාර වේගයකින් හමුවීම සඳහා ගමන් කරති. දෙදෙනා හමු වූයේ ගමන් ආරම්භ කර පැය $\frac{1}{2}$ ට පසුව නම්, නගර අතර දුර ගණනය කරන්න.

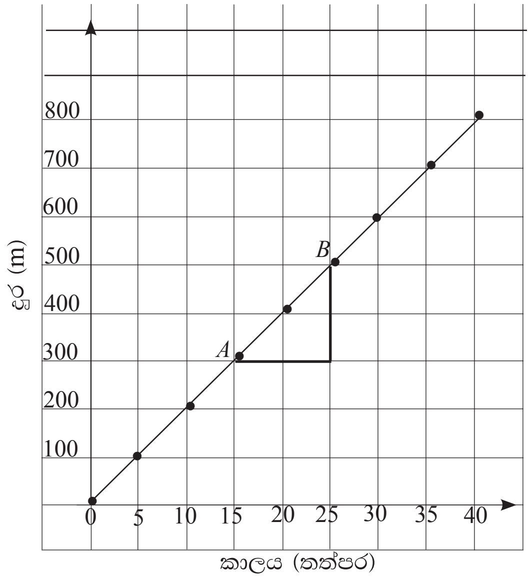
22.2 දුර-කාල ප්‍රස්තාර

චලනය වන වස්තුවක කාලය අනුව දුර වෙනස් වීම නිරූපණය කිරීම සඳහා ප්‍රස්තාර යොදාගත හැකි ය. එහි දී වස්තුව චලනය වන කාලය x - අක්ෂය ඔස්සේ ද චලනය වන දුර ප්‍රමාණය y - අක්ෂය ඔස්සේ ද නිරූපණය කරනු ලැබේ. එසේ අඳිනු ලබන ප්‍රස්තාර **දුර-කාල ප්‍රස්තාර** ලෙස හැඳින්වේ.

ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් ගන්නා කෘත්‍රිම චන්ද්‍රිකාවක චලනය නිරීක්ෂණය කිරීමෙන් ලබා ගත් තොරතුරු අනුව සකස් කරන ලද වගුවක් පහත දැක්වේ.

ආරම්භයේ සිට ගත වූ කාලය (තත්පර)	5	10	15	20	25	30	35	40
ආරම්භක ස්ථානයේ සිට ගමන් කළ දුර ප්‍රමාණය (මීටර)	100	200	300	400	500	600	700	800

එම තොරතුරු ඇසුරෙන් අඳින ලද දුර-කාල ප්‍රස්තාරයක් පහත දැක්වේ.



කෘත්‍රිම චන්ද්‍රිකාව ගමන් කළ මුළු දුර ගත වූ කාලයෙන් බෙදීමෙන් චන්ද්‍රිකාව ගමන් කළ වේගය ගණනය කළ හැකි ය.

චන්ද්‍රිකාව චලනය වන වේගය $= \dfrac{800\text{ m}}{40\text{ s}}$

$= 20\text{ ms}^{-1}$

මෙහි දී *AB* රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= \dfrac{500-300}{25-15} = \dfrac{200}{10} = 20$. බව නිරීක්ෂණය කරන්න

නමුත් චන්ද්‍රිකාව මේ අවස්ථාවේ දී ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරන නිසා, ඕනෑ ම ඒකක කාලයක දී ගමන් කරන දුර මගින් ද චන්ද්‍රිකාවේ වේගය ලැබේ.

ඒ අනුව ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය හා චන්ද්‍රිකාව චලනය වූ වේගයේ සංඛ්‍යාත්මක අගය සමාන වන බව ඔබට නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකි වේ. මේ අනුව, ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වන වස්තුවක් සඳහා දුර-කාල ප්‍රස්තාරය ලෙස සරල රේඛාවක් ලැබෙන අතර, එම සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණය මගින් වේගය ලැබේ.

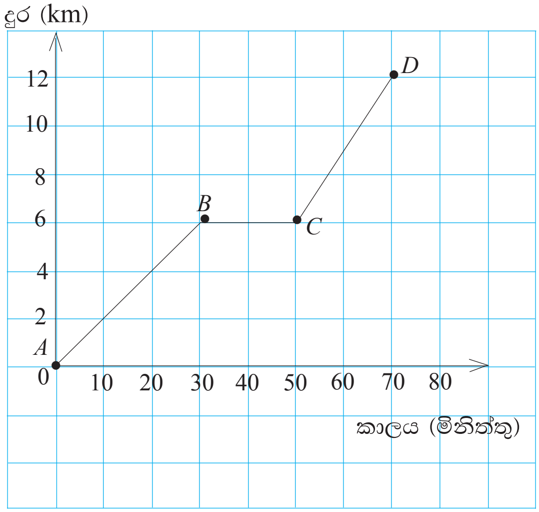
දුර-කාල ප්‍රස්තාරයක අනුක්‍රමණය = චලනය වන වස්තුවේ වේගය

නිදසුන 1

නිමල් තම පා පැදියෙන් මිතුරෙකුගේ නිවෙසට ගොස් එහි මඳ වේලාවක් රැඳී සිට, නැවත තම නිවෙසට ආපසු පැමිණීම දැක්වීම සඳහා අඳින ලද දුර-කාල ප්‍රස්තාරයක් පහත දැක්වේ. ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන්,

(i) නිමල් මිතුරාගේ නිවෙස කරා ගමන් කළ වේගය

(ii) මිතුරාගේ නිවෙසේ සිට ආපසු පැමිණි වේගය ගණනය කරන්න.



ඉහත ප්‍රස්තාරය අනුව,

නිමල්ගේ නිවෙසේ සිට මිතුරාගේ නිවෙසට ඇති දුර = 6 km

නිමල්ට එම දුර ගමන් කිරීමට ගත වූ කාලය = මිනිත්තු 30

$= \frac{1}{2}$ h

නිමල් මිතුරාගේ නිවෙස කරා පාපැදියෙන් ගමන් කළ වේගය $= 6\text{ km} \div \frac{1}{2}\text{ h}$

$= \underline{\underline{12\text{ kmh}^{-1}}}$

දුර නොවෙනස්ව ඇත්තේ නිමල් මිතුරාගේ නිවසේ රැඳී සිටි කාලයේ ය.

$\therefore$ නිමල් මිතුරාගේ නිවෙසේ රැඳී සිටිය කාලය = මිනිත්තු 20

නිමල්ට මිතුරාගේ නිවෙසේ සිට ආපසු පැමිණීමට ගත වූ කාලය = මිනිත්තු 20

$= \frac{1}{3}$ h

නිමල් ආපසු පැමිණි වේගය $= 6\text{ km} \div \frac{1}{3}\text{ h}$

$= \underline{\underline{18\text{ kmh}^{-1}}}$

22.2 අභ්‍යාසය

1. අධිවේගී මාර්ගයක ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් ගන්නා මෝටර්රථයක් ගමන් කළ දුර හා ඒ සඳහා ගත වූ කාලය පහත වගුවේ දැක්වේ.

කාලය (පැය)	0	1	2	3	4	5	6
දුර (කිලෝමීටර)	0	60	120	180	240	300	360

(i) ඉහත තොරතුරු ඇසුරෙන් දුර-කාල ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.
(ii) ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.
(iii) එනයින් මෝටර්රථය ගමන් ගත් වේගය ගණනය කරන්න.

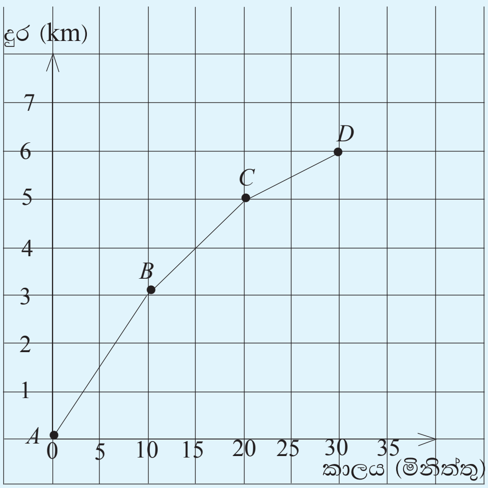
2. චලනය වන වස්තුවක කාලය හා දුර වෙනස් වීම පහත වගුවේ දැක්වේ.

කාලය (s)	0	2	4	6	8	10
දුර (m)	0	6	12	18	24	30

(i) ඉහත තොරතුරු ඇසුරෙන් දුර-කාල ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.
(ii) ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.
(iii) එනයින් වස්තුව චලනය වන වේගය ගණනය කරන්න.

3. මගී ප්‍රවාහන බස් රථයක් ගමන ආරම්භයේ සිට ඒකාකාර වේගයකින් පැය 2ක් තුළ කිලෝමීටර 60ක් ගමන් කරයි. ඉන් පසු පැය 2ක් තුළ කිලෝමීටර 40ක් ගමන් කර ගමනාන්තයට ළඟා වේ. බස් රථයේ චලනය දුර-කාල ප්‍රස්තාරයක නිරූපණය කරන්න.

4. තම නිවෙසේ සිට නගරය වෙත යතුරුපැදියෙන් ගමන් ගත් මිනිසෙකුගේ චලිතය නිරූපණය කිරීම සඳහා අඳින ලද දුර-කාල ප්‍රස්තාරයක් පහත දැක්වේ.



(i) ඔහුගේ නිවෙසේ සිට නගරයට ඇති දුර කොපමණ ද?
(ii) නගරයට යෑම සඳහා ඔහුට ගත වූ කාලය කොපමණ ද?
(iii) මිනිසා ගමන් කළ මධ්‍යක වේගය ගණනය කරන්න.
(iv) ඔහුගේ ගමන් මගේ AB, BC හා CD කොටස් ගමන් කළ වේග වෙන වෙන ම ගණනය කරන්න.

22.3 පරිමාව හා කාලය

ඉහත දී අප වේගය ලෙස අර්ථ දැක්වූයේ ඒකක කාලයක දී ගමන් කළ දුරයි. වෙනත් අයුරකින් කිවහොත්, කාලයට සාපේක්ෂ ව දුර වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාවයි. මෙම ශීඝ්‍රතාව පිළිබඳ අදහස, එදිනෙදා ජීවිතයේ දී හමු වන වෙනත් ක්‍රියාවලි විස්තර කිරීමට ද යොදා ගත හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, කරාමයකින් ජලය ගලා එන අවස්ථාවක් සළකමු. එම කරාමයෙන්, ඕනෑ ම තත්පර ඒකක කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ ගලා එන ජල ප්‍රමාණය රැස්කොට එම ජල පරිමාව මැන බැලූ විට ලැබෙන අගය නියත අගයක් නම්, එවිට එම කරාමයේ ජලය ඒකාකාර ශීඝ්‍රතාවකින් යුතු ව ගලා එන්නේ යැයි කියනු ලැබේ. තව ද මෙහි දී ලැබෙන එම නියත අගයට කරාමයෙන් ජලය ගලා ඒමේ ශීඝ්‍රතාව යැයි කියනු ලැබේ.
කාලය තත්පරවලිනුත්, ජල පරිමාව ලීටරවලිනුත් මනිනු ලබන විට, ශීඝ්‍රතාවෙහි ඒකක වනුයේ තත්පරයට ලීටර (ls^{-1}) ය.

ලීටර 1000ක ධාරිතාවක් ඇති ටැංකියක් ඒකාකාර ව ජලය ගලා එන නළයක් මගින් මුළුමනින්ම පිරවීම සඳහා මිනිත්තු 20ක් ගත වේ යැයි සිතමු.

එවිට, මිනිත්තු 20ක් තුළ ගලා ආ ජල ප්‍රමාණය $= 1000\, l$

$\therefore$ මිනිත්තු 1ක් තුළ ගලා ආ ජල ප්‍රමාණය $= \dfrac{1000\, l}{20}$

$= 50\, l$

ඒ අනුව ඒකක කාලයක් තුළ එනම් මිනිත්තුවක් තුළ නලයෙන් ගලා ආ ජල ප්‍රමාණය ලීටර 50ක් වේ. එබැවින් නළයෙන් ජලය ගලා එන ශීඝ්‍රතාව මිනිත්තුවට ලීටර 50ක් ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

$$\text{පරිමාව වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාව} = \frac{\text{වෙනස් වූ පරිමාව}}{\text{ගත වූ කාලය}}$$

වෙනත් අයුරකින්,

$$\text{වෙනස් වූ පරිමාව} = \text{පරිමාව වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාව} \times \text{ගත වූ කාලය}$$

නිදසුන 1

ඉන්ධන පිරවුම්හලක ඇති ඉන්ධන සැපයුම් නළයකින් මෝටර් රථයකට ලීටර් 30ක ඉන්ධන ප්‍රමාණයක් පිරවීම සඳහා ගත වූ කාලය තත්පර 60ක් නම්, නළයෙන් ඉන්ධන ගලා එන ශීඝ්‍රතාව සොයන්න.

$$\text{ඉන්ධන ගලා එන ශීඝ්‍රතාව} = \frac{\text{ගලා එන ඉන්ධන ප්‍රමාණය}}{\text{ගත වූ කාලය}}$$

$$= \frac{30\,l}{60\,s}$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2} l\,s^{-1}}}$$

නිදසුන 2

ඝනකාභ හැඩැති ගෘහස්ථ වතුර ටැංකියක දිග මීටර් 2ක් ද පළල මීටර් $1\frac{1}{2}$ ක් ද උස මීටරයක් ද වේ. ටැංකිය සම්පූර්ණයෙන් ජලයෙන් පිරී ඇති විටක නලයක් මගින් එය සම්පූර්ණයෙන් ම හිස් කිරීම සඳහා ගත වූ කාලය මිනිත්තු 50ක් නම් නලයෙන් ජලය පිට වූ ශීඝ්‍රතාව සොයන්න (නළය තුළින් ජලය ඒකාකාර ව ගලා ආවේ යැයි උපකල්පනය කරන්න).

$$\text{ටැංකියේ පරිමාව} = 2\,\text{m} \times 1\frac{1}{2}\,\text{m} \times 1\,\text{m}$$

$$= 2 \times \frac{3}{2} \times 1\,\text{m}^3$$

$$= 3\,\text{m}^3$$

$1\,\text{m}^3 = 1000\ l$ වන බැවින්,

$$\text{ටැංකියට පිරවිය හැකි ජල ප්‍රමාණය} = 3 \times 1000\ l$$

$$= 3000\ l$$

$$\text{නළයෙන් ජලය පිට වූ ශීඝ්‍රතාව} = \frac{\text{ටැංකියේ ධාරිතාව}}{\text{ගත වූ කාලය}}$$

$$= \frac{3000\ l}{\text{මිනිත්තු } 50}$$

$$= \underline{\underline{\text{මිනිත්තුවට ලීටර් } 60}}$$

නිදසුන 3

රෝගියෙකුට තත්පරයට මිලිලීටර 0.2ක ශීඝ්‍රතාවකින් ශරීරගත වන සේ සේලයින් දියරය ලබා දී ඇත. මිලිලීටර 450ක සේලයින් ප්‍රමාණයක් ශරීරගත වීම සඳහා ගත වන කාලය ගණනය කරන්න.

$$\text{ශීඝ්‍රතාව} = \frac{\text{පරිමාව}}{\text{කාලය}} \text{ බැවින්}$$

$$\text{ගත වූ කාලය} = \frac{\text{සේලයින් පරිමාව}}{\text{සැපයෙන ශීඝ්‍රතාව}}$$

$$= \frac{450\text{ ml}}{0.2\text{ mls}^{-1}}$$

$$= \text{තත්පර } 2250$$

$$= \text{මිනිත්තු } \frac{2250}{60}$$

$$= \text{මිනිත්තු } 37\frac{1}{2}$$

22.3 අභ්‍යාසය

1. නිවාස යෝජනා ක්‍රමයකට ජලය සැපයීම සඳහා ඉදි කර ඇති ඝනකාභ හැඩැති වතුර ටැංකියක දිග මීටර 3ක් ද පළල මීටර 2ක් ද උස මීටර 1.5ක් ද වේ.
   (i) ටැංකියේ පරිමාව ගණනය කරන්න.
   (ii) එම පරිමාව ලීටර් කීය ද?
   (iii) මිනිත්තුවට ලීටර් 300ක ඒකාකාර ශීඝ්‍රතාවකින් ජලය ගලා එන නළයකින් මෙම ටැංකිය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට ගතවන කාලය කොපමණ ද?

2. පැත්තක දිග මීටර 2ක් වූ ඝනකාකාර ටැංකියක් සම්පූර්ණයෙන් ජලයෙන් පිරවීම සඳහා ගත වූ කාලය මිනිත්තු 40ක් නම්, ජලය සැපයෙන නළයෙන් ජලය ගලා ආ ශීඝ්‍රතාව මිනිත්තුවට ලීටර් කීය ද? (ඉඟිය : $1\text{ m}^3 = 1000\ l$)

3. දිග සෙන්ටිමීටර 80ක් ද පළල සෙන්ටිමීටර 60ක් ද උස සෙන්ටිමීටර 40ක් ද වූ මාළු ටැංකියක් මිනිත්තුවට 6 lක වේගයෙන් ජලය ගලා එන නළයකින් පිරවීම සඳහා ගත වන කාලය කොපමණ ද? (ඉඟිය : $1\text{cm}^3 = 1\text{ml}$)

4. ජලය බෙදා හරින මධ්‍යස්ථානයක ඉදි කර ඇති ජල ටැංකියක පරිමාව 1800 m^3 කි. 500 ls^{-1} ක ශීඝ්‍රතාවකින් ටැංකියෙන් ජලය බෙදා හරිනු ලබයි නම් ටැංකියෙන් හරි අඩක් ජලය පිට වීමට ගත වන කාලය මිනිත්තු කීය ද?

5. මිනිත්තුවට ලීටර් 120ක ශීඝ්‍රතාවෙන් ඉන්ධන ගලා එන නලයකින් හිස් ටැංකියක් පිරවීම සඳහා ගත වූ කාලය මිනිත්තු 40කි. ටැංකියේ ධාරිතාව සොයන්න.

සාරාංශය

- වේගය $=$ $\dfrac{\text{වස්තුව චලනය වූ දුර}}{\text{වස්තුව චලනය වූ කාලය}}$

- පරිමාව වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාව $=$ $\dfrac{\text{වෙනස් වූ පරිමාව}}{\text{ගත වූ කාලය}}$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. හරස්කඩ වර්ගඵලය වර්ගමීටර 0.5ක් වූ සිලින්ඩරාකාර වතුර ටැංකියක් ඒකාකාර ශීඝ්‍රතාවෙන් ජලය පිට කරන නළයක් මගින් පිරවීමේ දී මිනිත්තු 1 තත්පර 10ක් තුළ ජල කඳ ඉහළ නගින උස සෙන්ටිමීටර 70ක් නම්, නළයෙන් ජලය ගලා එන ශීඝ්‍රතාව ගණනය කරන්න.

2. X හා Y දුම්රිය ස්ථාන දෙකක් අතර දුර 420 km කි. X දුම්රිය ස්ථානයේ සිට පැයට කිලෝමීටර 100ක වේගයෙන් ගමන් කරන දුම්රියක් Y දක්වා යෑමට පෙ.ව. 7.00ට පිටත් වේ. ඊට පැය 1කට පසු Y දුම්රිය ස්ථානයේ සිට පැයට කිලෝමීටර 60ක වේගයෙන් ගමන් කරන දුම්රියක් X දක්වා යාමට පිටත් වේ. දුම්රිය දෙක මුහුණට මුහුණ හමු වන්නේ කීයට ද?

3. A සහ B දුම්රිය ස්ථාන පිහිටා ඇත්තේ 300 km දුරිනි. එක් දුම්රියක් A සිට B වෙත ගොස් ආපසු පැමිණීමට පැය 12ක් ගන්නා අතර, පැය 2 කාලයක් B දුම්රියපළේ නවතා තැබේ. මුල් දුම්රිය පිටත් වී පැය 10ට පසු තවත් දුම්රියක් B බලා යෑමට මුල් දුම්රියේ වේගයෙන් ම A සිට ගමන් අරඹන ලදි. දුම්රිය දෙක මුණ ගැසෙන විට පසු ව පිටත් වූ දුම්රිය කොපමණ දුරක් ගමන් කර ඇත් ද?

23 සූත්‍ර

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- සූත්‍රයක වර්ගායිත හා වර්ගමූල ඇති විට උක්තය වෙනස් කිරීමට
- සූත්‍රයක, එක් අඥාතයක් හැර අනෙක් ඒවායේ අගය දන්නා විට නොදන්නා අඥාතයේ අගය සෙවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සූත්‍රයක් මගින් භෞතික රාශීන් කිහිපයක් අතර සම්බන්ධයක් දැක්වෙන බව ඔබ දනී. සෘජුකෝණාස්‍රයක වර්ගඵලය A ද එහි දිග a ද පළල b ද වන විට සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය, දිග හා පළල ඇසුරෙන්

$A = a \times b$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

මෙම සූත්‍රයේ, A උක්තය ලෙස නම් කෙරේ. අවශ්‍ය නම් උක්තය වෙනස් කිරීමට ද හැකි ය.

එනම්, $b = \dfrac{A}{a}$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ විට, උක්තය වන්නේ b ය.

සූත්‍රයක උක්තය මාරු කිරීම පිළිබඳ ඔබ උගත් කරුණු නැවත මතකයට නගා ගැනීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. $v = u + at$ සූත්‍රයේ u උක්ත කරන්න.
2. $C = \dfrac{5}{9}(F - 32)$ සූත්‍රයේ F උක්ත කරන්න.
3. $l = a + (n-1)d$ සූත්‍රයේ
   (i) a උක්ත කරන්න.
   (ii) d උක්ත කරන්න.
   (iii) n උක්ත කරන්න.
   (iv) $l = 24$ ද $a = 3$ ද $n = 8$ ද වන විට d හි අගය සොයන්න.
4. $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}$ සූත්‍රයේ
   (i) r_1 උක්ත කරන්න.
   (ii) $R = 4$ ද $r_2 = 6$ ද විට r_1 හි අගය සොයන්න.

23.1 වර්ගයන් සහ වර්ගමූල ඇතුළත් සූත්‍රවල උක්තය වෙනස් කිරීම

පහත දැක්වෙන්නේ වෘත්තයක වර්ගඵලය සෙවීමේ සූත්‍රයයි. එහි A මගින් වර්ගඵලය ද r මගින් අරය ද දැක්වේ.

$$A = \pi r^2$$

මෙහි r උක්ත කරන අයුරු විමසා බලමු.
මුලින් ම r^2 උක්ත කර ගනිමු.

එවිට, $r^2 = \dfrac{A}{\pi}$

දැන් r උක්ත කිරීම සඳහා සූත්‍රයේ දෙපසෙහිම වර්ගමූලය ගනිමු.

$r = \pm\sqrt{\dfrac{A}{\pi}}$ ලෙස ද ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

$\sqrt{\ }$ මගින් ධන අගය නිරූපණය කරන බැවින් මෙම සංකේතය භාවිත කිරීමේ දී ඉදිරියෙන් + හෝ − යන්න සඳහන් කළ යුතු බව මතක තබා ගන්න. මෙම නිදසුනෙහි r මගින් ධන අගයක් වන අරය දැක්වෙන නිසා ඍණ අගය නොසලකා හැරිය හැකි ය. නමුත්, අඥාතවල අර්ථ නොදන්නා විට දී (හෝ දී නොමැති විට දී) ධන හා ඍණ ලකුණු දෙක ම තැබීම නිවැරදි ආකාරයයි.

දැන්, වර්ගමූලය සහිත සූත්‍රයක උක්තය වෙනස් කරන ආකාරය විමසා බලමු.

ඒ සඳහා $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ සූත්‍රය සලකමු.

මෙහි l උක්ත කරන ආකාරය විමසා බලමු.
මුලින් ම, වර්ගමූලය සහිත පද සමාන ලකුණින් එක් පැත්තක තබා, ඉතිරි පද අනෙක් පැත්තට ගනිමු.

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

වර්ගමූලය ඉවත් කර ගැනීම සඳහා දෙපස ම වර්ග කරමු.

$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \sqrt{\left(\frac{l}{g}\right)}^{\,2}$$

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{l}{g}$$

දැන් l උක්ත කිරීම පහසුවෙන් කළ හැකි ය.

$$\frac{gT^2}{4\pi^2} = l$$

එනම්,

$$\underline{\underline{l = \frac{gT^2}{4\pi^2}}}$$

23.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් සූත්‍රය ඉදිරියෙන් ඇති වරහන තුළ දැක්වෙන අඥාතය උක්ත කරන්න.

(i) $v^2 - u^2 = 2as \quad (u)$

(ii) $a^2 + b^2 = c^2 \quad (b)$

(iii) $v = \frac{1}{3}\pi r^2 h \quad (r)$

(iv) $v = \frac{a^2 h}{3} \quad (a)$

(v) $A = \pi\left(R^2 - r^2\right) \quad (r)$

(vi) $E = \frac{1}{2}m\left(v^2 - u^2\right) \quad (u)$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් සූත්‍රය ඉදිරියෙන් ඇති වරහන තුළ ඇති පදය උක්ත කරන්න.

(i) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (g)$

(ii) $\theta = \left(\frac{3rt}{m}\right)^{1/2} \quad (m)$

(iii) $4\sqrt{p} = q \quad (p)$

(iv) $S = a + \sqrt{b} \quad (b)$

(v) $v = w\sqrt{a^2 - x^2} \quad (a)$

(vi) $A = \pi r\sqrt{h^2 + r^2} \quad (h)$

23.2 ආදේශය

සූත්‍රවල ඇති අඥාතවලින් එක් අඥාතයක් හැර ඉතිරි ඒවායෙහි අගය දුන් විට එම දන්නා අගය ආදේශ කර අගය දී නොමැති අඥාතයේ අගය සෙවිය හැකි ය.

පහත දැක්වෙන්නේ කේතුවක පරිමාව v යන්න අරය r හා උස h ඇසුරෙන් දැක්වෙන සූත්‍රයයි.

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

මෙහි $v = 132$ ද $h = 14$ ද විට r හි අගය සොයන්න. ඒ සඳහා මුලින් ම r උක්ත කරමු.

$$\frac{3v}{\pi h} = r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{3v}{\pi h}}$$

දැන් දන්නා අගයන් ආදේශ කරමු.

$$r = \sqrt{\frac{3 \times 132}{\frac{22}{\cancel{7}_1} \times \cancel{14}_2}}$$

$$r = \sqrt{9}$$

$$\underline{\underline{r = 3}}$$

මෙම ගැටලුව විසඳීම සඳහා මුලින් r උක්ත කිරීම අවශ්‍ය ම නැත. මුලින් ආදේශය සිදු කර පසුව r උක්ත කිරීම ද කළ හැකි ය. ඒ මෙසේ ය.

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$132 = \frac{1}{3}\times\frac{22}{\cancel{7}_1}\times r^2 \times \cancel{14}_2$$

$$\frac{132\times 3}{22\times 2} = r^2$$

$$r^2 = 9$$

$$\underline{\underline{r = 3}}$$

ක්‍රම දෙකෙන් ම එක ම පිළිතුර ලැබෙන බව පැහැදිලි ය. එනම් ඉහත ආකාර දෙකෙන් ඕනෑ ම ආකාරයක් අගය සෙවීම සඳහා භාවිත කළ හැකි ය. එසේ නමුත් උක්තය වෙනස් කිරීමට දැන ගැනීමෙහි නොයෙකුත් වාසි ඇත. නිදසුනක් ලෙස, එකිනෙකට වෙනස් පරිමා සහිත කේතු විශාල ගණනක අර සෙවීමට ඇති විටක දී, ඉහත දී ඇති කේතුවක පරිමාව දැක්වෙන සූත්‍රයෙහි r උක්ත කරගෙන ඇත්නම් ගණනය කිරීම ඉතා පහසු වේ. එමෙන් ම, පරිගණක හෝ ගණක යන්ත්‍ර ඇසුරෙන් මෙම ගණනය සිදු කිරීම සඳහා උක්තය වෙනස් කොටගෙන තිබීම අවශ්‍ය ම වේ.

23.2 අභ්‍යාසය

1. $v^2 = u^2 + 2as$ සූත්‍රයෙහි,
   (i) $v = 10,\ u = 0$ හා $s = 10$ විට a හි අගය සොයන්න.
   (ii) $v = 10,\ u = 5$ හා $a = 2$ විට s හි අගය සොයන්න.
   (iii) $v = 10,\ a = 3$ හා $s = 6$ විට u හි අගය සොයන්න.

2. $x = \sqrt{y+z}$ නම්,
   (i) $y = 6$ හා $z = 10$ විට x හි අගය සොයන්න.
   (ii) $x = 5$ ද $z = 5$ ද විට y හි අගය සොයන්න.

3. $k^2 = lm$ නම් $l = 9$ හා $m = 4$ වන විට k හි අගය සොයන්න.

4. $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ සූත්‍රයෙහි
   (i) $u = 0$, $a = 5$ සහ $s = 250$ විට t හි අගය සොයන්න.
   (ii) $u = 5,\ a = 10$ සහ $s = 30$ විට t හි අගය සොයන්න.

5. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ සූත්‍රයෙහි $l = 490$ ද $g = 10$ ද $\pi = \frac{22}{7}$ විට T හි අගය සොයන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පතුලේ අරය r ද උස h ද පරිමාව v ද වන සිලින්ඩරයක r, h හා v අතර සම්බන්ධය $v = \pi r^2 h$ මගින් දැක්වේ. පතුලේ අරය 50 cm වූ සිලින්ඩරාකාර ජල ටැංකියක 70 cm උසට ජලය පිරී ඇත. ටැංකියේ ඇති ජල පරිමාව සොයන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න).

2. ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A cm^2 යන්න අරය r ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කළ විට $A = 4\pi r^2$ සූත්‍රයෙන් දැක්වේ.
   (i) ගෝලයේ අරය, පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
   (ii) ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 616 cm^2 නම්, එහි අරය සොයන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න).

3. ගමන් ගන්නා වස්තුවක චාලක ශක්තිය $E = \frac{1}{2}mv^2$ මගින් ලබා දේ. මෙහි E මගින් චාලක ශක්තිය ද m මගින් එහි ස්කන්ධය ද v මගින් වස්තුවේ ප්‍රවේගය ද දැක්වේ.
   (i) වස්තුවේ ප්‍රවේගය, එහි ස්කන්ධය හා චාලක ශක්තිය ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
   (ii) වස්තුවේ ප්‍රවේගය 3 ms^{-1} ද වස්තුවේ ස්කන්ධය 2.4 kg නම්, වස්තුව සතු චාලක ශක්තිය සොයන්න.

4. සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය x ද ඉතිරි පාද a හා b ද වේ නම්, පයිතගරස් ප්‍රමේයයට අනුව $x = \sqrt{a^2 + b^2}$ වේ. මෙහි, $x = 25$ cm ද $a = 24$ cm ද වේ නම් b සොයන්න.

5. චලනය වන වස්තුවක් සතු ශක්තිය, $E = mgh + \frac{1}{2}mv^2$ සූත්‍රය මගින් ලබා දේ. E මගින් වස්තුවේ ශක්තිය ද, m මගින් එහි ස්කන්ධය ද, v මගින් වස්තුවේ ප්‍රවේගය ද h මගින් වස්තුව පිහිටන උස ද දැක්වේ.
   (i) වස්තුවේ ස්කන්ධය අනෙක් රාශි ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
   (ii) වස්තුවේ ප්‍රවේගය අනෙක් රාශි ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
   (iii) ස්කන්ධය 3 kgක් වූ චලනය වන වස්තුවක් පොළොවේ සිට 5 m උසකින් පිහිටන මොහොතක වස්තුව සතු ශක්තිය 153 N විය. එම වස්තුව එම මොහොතේ චලනය වෙමින් තිබූ ප්‍රවේගය සොයන්න. ($g = 10$ ms^{-1} ලෙස සලකන්න).

24 සමාන්තර ශ්‍රේඪී

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

සමාන්තර ශ්‍රේඪී හඳුනාගැනීමට හා ගැටලු විසඳීම සඳහා සමාන්තර ශ්‍රේඪී යොදාගැනීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

ඔබ මීට ඉහත ශ්‍රේණිවල දී විවිධ සංඛ්‍යා රටා පිළිබඳ ඉගෙනගෙන ඇත. සංඛ්‍යා රටාවක් ලයිස්තුවක් ලෙස ලියූ විට එයට සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක් (හෝ, සරලව, අනුක්‍රමයක්) යැයි කියනු ලැබේ. පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය පිළිබඳ විමසා බලමු.

3, 8, 13, 18, ...

මෙම අනුක්‍රමයේ පළමුවන පදය 3 ද දෙවන පදය 8 ද තුන්වන පදය 13 ද ආදි වශයෙන් වේ. මෙහි ඇති විශේෂත්වය නම් ඕනෑ ම අනුයාත පද (එක ළඟ පිහිටි පද) දෙකක් සලකා ඉන් පසු පදයෙන් පෙර පදය අඩු කළ විට නියත අගයක් ලැබීම ය. මෙහි දී එම නියත අගය 5 වේ.

පහත දැක්වෙන්නේ තවත් එවැනි අනුක්‍රමයකි.

8, 5, 2, -1, -4, ...

එම අනුක්‍රමයේ ද, අනුයාත පද දෙකක් ගෙන පසු පදයෙන් පෙර පදය අඩු කළ විට නියත අගයක් ලැබේ. මෙහි දී එම නියත අගය -3 වේ.

මෙවැනි ආකාරයේ සංඛ්‍යා අනුක්‍රමවලට **සමාන්තර ශ්‍රේඪී** යැයි කියනු ලැබේ. මුල් පදය නොවන ඕනෑම පදයකින් ඊට පෙර පදය අඩුකල විට ලැබෙන නියත අගය **පොදු අන්තරය** ලෙස හැඳින්වෙන අතර, එය d මගින් අංකනය කෙරේ.

මේ අනුව,

සමාන්තර ශ්‍රේඪීයක් යනු, මුල් පදය හැර වෙනත් ඕනෑම පදයකින් ඊට පෙර පදය අඩු කළ විට නියත අගයක් ලැබෙන සේ ඇති සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයකි.

සමාන්තර ශ්‍රේඪීයක පොදු අන්තරය වන d පහත ආකාරයට සෙවිය හැකි ය.

පොදු අන්තරය (d) = (මුල් පදය නොවන ඕනෑම පදයක්) $-$ (ඊට පෙර පදය)

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අනුක්‍රමය සමාන්තර ශ්‍රේඩියක් දැයි නිර්ණය කරන්න.

(i) 9, 11, 13, 16, ...

(ii) – 8, – 5, – 1, 2, ...

(iii) 2.5, 2.55, 2.555, 2.5555, ...

(iv) $5\frac{1}{2}, 5\frac{3}{4}, 6, 6\frac{1}{2}, ...$

(v) 1, –1, 1, –1, ...

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් සමාන්තර ශ්‍රේඩියේ පොදු අන්තරය ලියා දක්වන්න.

(i) 12, 17, 22, ...

(ii) 10, 6, 2, ...

(iii) –5, –1, 3, ...

(iv) –2, –8, –14, ...

(v) 2.5, 4, 5.5, ...

24.1 සමාන්තර ශ්‍රේඩියක n වැනි පදය

සමාන්තර ශ්‍රේඩියක පද නම් කිරීමට පහත අංකනය යොදා ගැනේ.

T_1 = පළමු පදය
T_2 = දෙවන පදය
T_3 = තෙවන පදය ආදි වශයෙන්...

නිදසුනක් ලෙස, 6, 8, 10, 12, 14, ... සමාන්තර ශ්‍රේඩිය සඳහා
$T_1 = 6$, $T_2 = 8$, $T_3 = 10$, $T_4 = 12$, $T_5 = 14$ ආදි වශයෙන් ලිවිය හැකි ය.

මෙම සමාන්තර ශ්‍රේඩියේ 25 වන පදය කුමක් දැයි ඔබට කිව හැකි ද? එනම් T_{25} හි අගය කුමක් ද? ඉහත රටාව අනුව ලැබෙන පද තවදුරටත් ලියාගෙන යාමේ දී පද 25ක් ලියූ විට 25 වන පදය ලැබෙන බව පැහැදිලිය. එසේ කළහොත් 25 වන පදය ලෙස 54 ලැබේ. එනම්, $T_{25} = 54$.

දැන්, මෙම සමාන්තර ශ්‍රේඩියේ 500 වන පදය සෙවීමට අවශ්‍ය වුවහොත් ඔබ එය සොයන්නේ කෙසේ ද? ඒ සඳහා දී ඇති රටාව අනුගමනය කරමින් පද 500 දක්වා ලිවීම කළ යුතු අතර එය ඉතා වෙහෙසකර කාර්යයකි. සමාන්තර ශ්‍රේඩියක ඕනෑ ම පදයක්, වඩා පහසුවෙන් සෙවීමට යොදා ගත හැකි සූත්‍රයක් ගොඩනගන ආකාරය දැන් විමසා බලමු. මෙම සූත්‍රය ලබාගන්නා ආකාරය ඉහත 6, 8, 10, 12, ... සමාන්තර ශ්‍රේඩිය ඇසුරෙන්ම

නිදර්ශනය කරමු. මෙහි පළමු පදය 6 ද පොදු අන්තරය 2 ද වේ. පළමු පදය හා පොදු අන්තරය ඇසුරෙන් ඉහත ශ්‍රේඪියේ පද ගොඩනැගී ඇති ආකාරය පහත වගුවේ නිරූපණය කර ඇති අයුරු හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.

පදය	පදයෙහි අගය	පදයෙහි අගය මුල් පදය හා පොදු අන්තරය ඇසුරෙන්
T_1	6	$6 \quad = 6 + (1-1) \times 2$
T_2	8	$6 + 2 \quad = 6 + (2-1) \times 2$
T_3	10	$6 + 2 + 2 \quad = 6 + (3-1) \times 2$
T_4	12	$6 + 2 + 2 + 2 = 6 + (4-1) \times 2$
...	...	... ...
...	...	... ...

මෙම රටාව අනුව, 500 වන පදය ගණනය කරමු.

$$\begin{aligned} T_{500} &= 6 + (500-1) \times 2 \\ &= 6 + 499 \times 2 \\ &= 6 + 998 \\ &= 1004 \end{aligned}$$

මේ අනුව 500 වන පදය වන්නේ 1004 යි.

ඉහත රටාව ඔබට තවදුරටත් සාධාරණ ලෙස ලිවිය හැකි ද? එනම්, මුල්පදය a ද පොදු අන්තරය d ද වන සමාන්තර ශ්‍රේඪියක n වන පදය වන T_n සඳහා සූත්‍රයක් ලබාගත හැකි ද? මේ සඳහා නැවතත් $T_{500} = 6 + (500-1) \times 2$ ප්‍රකාශනය කෙරෙහි අවධානය යොමු කරමු. මෙහි 6 යනු මුල් පදයයි. 2 යනු පොදු අන්තරයයි.

මුල් පදය a ද පොදු අන්තරය d ද වන සමාන්තර ශ්‍රේඪියක n වන පදය ලබා ගැනීමට ඉහත රටාව අනුගමනය කළහොත් $T_n = a + (n-1)\,d$ ලෙස ලැබෙන බව ඔබට දැකිය හැකි නො වේ ද? මෙම සූත්‍රයෙහි, අපගේ අංකනය අනුව, T_n මගින් දැක්වෙන්නේ n වන පදයයි.

මේ අනුව, මුල් පදය a ද පොදු අන්තරය d ද වන සමාන්තර ශ්‍රේඪියක n වන පදය වන T_n යන්න,

$$\boxed{T_n = a + (n-1)\,d}$$ සූත්‍රය මගින් ලබා දෙයි.

මෙම සූත්‍රයෙහි ඇති වැදගත්කම වනුයේ සමාන්තර ශ්‍රේඪියක a, d, n හා T_n යන අඥාත හතර අතර ඇති සම්බන්ධය දැක්වීමයි. සමාන්තර ශ්‍රේඪියක, මෙම අඥාත හතරෙන් ඕනෑ ම තුනක් දන්නා විට ඉතිරි අඥාතයෙහි අගය සෙවීම, ඉහත සූත්‍රය භාවිතයෙන් කළ හැකි ය. දැන් එම සූත්‍රය යොදා ගනිමින් සමාන්තර ශ්‍රේඪි පිළිබඳ ගැටලු විසඳන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 1 (a, d හා n දන්නා විට T_n සෙවීම)

3, 7, 11, 15, ... සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ 15 වන පදය සොයන්න.
මෙහි $a = 3$, $d = 7 - 3 = 4$, $n = 15$

$T_n = a + (n - 1)d$ සූත්‍රයෙහි මෙම අගය ආදේශයෙන්,

$$T_{15} = 3 + (15 - 1) \times 4$$
$$= 3 + 56$$
$$= 59$$

$\therefore$ 15 වන පදය 59 වේ.

නිදසුන 2 (d, n හා T_n දන්නා විට a සෙවීම)

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පොදු අන්තරය 4 ද විසිහය වන පදය 105 ද වේ නම් මුල් පදය සොයන්න.

මෙහි $d = 4$ හා $n = 26$ විට $T_{26} = 105$

$T_n = a + (n - 1)d$ සූත්‍රයෙහි මෙම අගය ආදේශයෙන්,

$$T_{26} = a + (26 - 1) \times 4$$
$$105 = a + (26 - 1) \times 4$$
$$\therefore 105 - 100 = a$$
$$\therefore a = 5$$

$\therefore$ මුල් පදය 5 වේ.

නිදසුන 3 (a, n හා T_n දන්නා විට d සෙවීම)

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පදය -32 ද 12 වන පදය 1 ද වේ නම් පොදු අන්තරය සොයන්න.
මෙහි $a = -32$ හා $n = 12$ විට $T_{12} = 1$.

$T_n = a + (n - 1)d$ සූත්‍රයෙහි මෙම අගය ආදේශයෙන්,

$$1 = -32 + (12 - 1) \times d$$
$$\therefore 33 = 11 \times d$$
$$\therefore \frac{33}{11} = d$$
$$\therefore d = 3$$

$\therefore$ පොදු අන්තරය 3 වේ.

නිදසුන 4 (a , d හා T_n දන්නා විට n හි අගය සෙවීම)

30, 25, 20, ... සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ -65 වන්නේ කී වැනි පදය ද?
මෙහි $a = 30$, $d = -5$, $T_n = -65$

$T_n = a + (n - 1)d$ සූත්‍රයෙහි මෙම අගය ආදේශයෙන්,

$$-65 = 30 + (n - 1) \times (-5)$$
$$-65 = 30 - 5n + 5$$
$$-65 - 35 = -5n$$

$$\frac{-100}{-5} = n$$

$n = 20$ $\therefore -65$ වන්නේ 20 වැනි පදය යි.

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක, a, d, n හා T_n අතුරින්, අඥාත දෙකක් නොදන්නා විට දී, ප්‍රමාණවත් තරම් දත්ත දී ඇති නම් එවිට සමගාමී සමීකරණ යුගලයක් විසඳා එම අඥාත සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 5

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක හත්වන පදය 38 ද දොළොස් වන පදය 63 ද වේ නම් මෙම ශ්‍රේඪියේ,

(i) පළමු පදය හා පොදු අන්තරය
(ii) 20 වන පදය සොයන්න.

(i) මෙහි $n = 7$ විට $T_n = 38$ ද $n = 12$ විට $T_n = 63$ නිසා $T_n = a + (n-1)\,d$ හි ආදේශයෙන්

$T_7 = a + (7-1) \times d$
$38 = a + 6d$ ——— (1)

$T_{12} = a + (12-1) \times d$
$63 = a + 11d$ ——— (2)

දැන් ඉහත (1) හා (2) සමගාමී සමීකරණ යුගලය විසඳමු.

$63 - 38 = a + 11d - (a + 6d)$
$25 = a + 11d - a - 6d$
$25 = 5d$
$5 = d$

$d = 5$, (1) හි ආදේශයෙන්

$38 = a + 6 \times 5$
$38 - 30 = a$
$a = 8$

$\therefore$ මුල් පදය 8 ද පොදු අන්තරය 5 ද වේ.

(ii) $T_n = a + (n-1)\,d$ ට ආදේශයෙන්

$T_{20} = 8 + (20-1) \times 5$
$= 8 + 19 \times 5$
$= 8 + 95$
$= 103$

$\therefore$ 20 වන පදය 103 වේ.

නිදසුන 6

එක්තරා අනුක්‍රමයක n වන පදය T_n යන්න $T_n = 3n + 4$ මගින් ලබා දෙයි.

(i) මෙම අනුක්‍රමයේ මුල් පද හතර ලියා දක්වන්න.
(ii) ශ්‍රේඪියේ $n - 1$ වන පදය වන T_{n-1} සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වා, එමගින් අනුක්‍රමය සමාන්තර ශ්‍රේඪියක් වන බව පෙන්වන්න.
(iii) ශ්‍රේඪියේ 169 වන්නේ කී වැනි පදය දැයි සොයන්න.
(iv) අගය 95 වන පදයක් තිබිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(i) $T_n = 3n + 4$

$n = 1$ විට $T_1 = 3 \times 1 + 4 = 7$
$n = 2$ විට $T_2 = 3 \times 2 + 4 = 10$
$n = 3$ විට $T_3 = 3 \times 3 + 4 = 13$
$n = 4$ විට $T_4 = 3 \times 4 + 4 = 16$

$\therefore$ මුල් පද හතර පිළිවෙළින් 7, 10, 13 හා 16 වේ.

(ii) $T_n = 3n + 4$ හි n වෙනුවට $n - 1$ ආදේශයෙන්

$T_{n-1} = 3(n-1) + 4$
$= 3n - 3 + 4$
$= 3n + 1$

$\therefore T_n - T_{n-1} = (3n + 4) - (3n + 1)$
$= 3$
= නියත අගයක්

$\therefore$ අනුක්‍රමය සමාන්තර ශ්‍රේඪියකි.

(iii) $T_n = 169$ බව දී ඇත.

$T_n = 3n + 4$ ට ආදේශයෙන්

$169 = 3n + 4$
$169 - 4 = 3n$
$\frac{165}{3} = n$

$55 = n$

$\therefore$ 169 වන්නේ 55 වන පදයයි.

(iv) අගය 95 වන පදයක් තිබේ නම් $T_n = 95$ පරිදි n ධන නිඛිලයක් තිබිය යුතු ය. එනම්,

$95 = 3n + 4$
$95 - 4 = 3n$
$91 = 3n$
$\therefore n = \frac{91}{3}$

එනම් n සඳහා ධන නිඛිලයක් නොලැබේ.
එමනිසා, අගය 95 වන පදයක් නොමැත.

24.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවට අදාළ සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ මුල් පද පහ සොයන්න.
   (a) $a = 5;\ d = 2$
   (b) $a = -3;\ d = 4$
   (c) $a = 4.5;\ d = 2.5$
   (d) $a = 10\frac{1}{4};\ d = -\frac{1}{2}$
   (e) $a = 2x;\ d = x + 3$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් සමාන්තර ශ්‍රේඪිය සඳහා ඉදිරියෙන් දක්වා ඇති පදය සොයන්න.
   (a) 13, 15, 17, ... (10 වැනි පදය)
   (b) 40, 38, 36, ... (21 වැනි පදය)
   (c) –2, –7, –12, ... (15 වැනි පදය)
   (d) –3, 2, 7, ... (20 වැනි පදය)
   (e) 6.5, 8, 9.5, ... (12 වැනි පදය)
   (f) $3\frac{1}{4},\ 3\frac{1}{2},\ 3\frac{3}{4}, \ldots$ (11 වැනි පදය)
   (g) $12\frac{1}{2},\ 12,\ 11\frac{1}{2}, \ldots$ (18 වැනි පදය)

3. (*a*) පහත දැක්වෙන දත්ත ඇසුරෙන් එක් එක් සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ මුල් පදය සොයන්න.
   (i) $d = 5;\ T_{21} = 101$
   (ii) $d = -3;\ T_{35} = -113$
   (iii) $d = 2\frac{1}{2};\ T_{37} = 93$

(*b*) පහත දැක්වෙන දත්ත ඇසුරෙන් එක් එක් සමාන්තර ශ්‍රේඪීයේ පොදු අන්තරය සොයන්න.

(i) $a = 60$; $T_{15} = 102$

(ii) $a = -30$; $T_{35} = -25$

(iii) $a = 4\frac{1}{4}$; $T_{37} = -7\frac{3}{4}$

(*c*) පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් අදාළ සමාන්තර ශ්‍රේඪීයේ පද ගණන (n) සොයන්න.

(i) $a = 9$; $d = 4$; $T_n = 69$

(ii) $a = -20$; $d = \frac{1}{2}$; $T_n = 35$

(iii) $a = 7$; $d = \frac{1}{2}$;$T_n = 27$

4. පහත එක් එක් සමාන්තර ශ්‍රේඪීයේ n වන පදය හැකි සරල ම ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

(i) 7, 12, 17, 22, ...

(ii) –15, –12, –9, – 6, ...

(iii) $3\frac{1}{4}$, 4, $4\frac{3}{4}$, ...

(iv) 67, 64, 61, ...

5. n වන පදය **(a)** $2n + 1$ **(b)** $5n - 1$ **(c)** $8 - n$ **(d)** $20 - 5n$ වන එක් එක් අනුක්‍රමයේ,

(i) මුල් පද තුන ලියා දක්වන්න.

(ii) පොදු අන්තරය සොයන්න.

(iii) 15 වැනි පදය සොයන්න.

6. 1ත් 150ත් අතර,

(i) 2 හි ගුණාකාර කොපමණ තිබේ ද?

(ii) 3 හි ගුණාකාර කොපමණ තිබේ ද?

(iii) 5 හි ගුණාකාර කොපමණ තිබේ ද?

7. (i) සමාන්තර ශ්‍රේඪීයක තුන්වන පදය 7 ද හයවන පදය 13 ද නම් ශ්‍රේඪීයේ මුල් පදය සොයන්න.

(ii) සමාන්තර ශ්‍රේඪීයක පස්වන පදය 34 ද පහළොස්වන පදය 9 ද නම් ශ්‍රේඪීයේ – 6 වන්නේ කීවැනි පදය ද?

(iii) සමාන්තර ශ්‍රේඪීයක පස්වන පදය 22 ද දහවන පදය 47 ද නම් ශ්‍රේඪීයේ පහළොස්වන පදය තුන්වන පදය මෙන් හය ගුණයක් බව පෙන්වන්න.

(iv) සමාන්තර ශ්‍රේඪීයක තුන්වන හා හයවන පදවල ඓක්‍යය 42 ද දෙවන හා දහවන පදවල ඓක්‍යය 54 ද වේ නම් ශ්‍රේඪීයේ 63 වන්නේ කීවැනි පදය ද? අගය 30 වන පදයක් මෙම ශ්‍රේඪීයේ තිබිය නොහැකි බව ද පෙන්වන්න.

(v) දෙවන පදය 10 වන සමාන්තර ශ්‍රේඪියක දොළොස්වන පදය දහ වන පදයට වඩා 12කින් වැඩි වේ. මෙම ශ්‍රේඪියේ මුල් පදය හා පොදු අන්තරය සොයා විසි එක්වන පදය සොයන්න.

(vi) 3, 7, 11, ... ශ්‍රේඪියේ කීවැනි පදය හත්වන පදයට වඩා 52කින් වැඩි ද?

24.2 සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පද *n* හි ඓක්‍යය

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ... යන සමාන්තර ශ්‍රේඪිය සලකමු. මෙම ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 8 ලියා ඇත. මෙම මුල් පද අටෙහි එකතුව වන්නේ,
3 + 5 + 7 + 9 + 11 +13 + 15 + 17 = 80 ය.

මෙම පාඩමේ දී සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පද n හි ඓක්‍යය ඉදිරිපත් කිරීමට S_n යන සංකේතය උපයෝගී කරගනිමු. ඒ අනුව ඉහත ශ්‍රේඪියේ පද 8 හි ඓක්‍යය පහත ආකාරයට ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

$$S_8 = 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$$
$$S_8 = 80$$

නමුත් පද ගණන වැඩි වත් ම අපට ප්‍රායෝගික ව ඉහත ආකාරයට පද සියල්ල එකතු කිරීම අපහසු ය. එම අපහසුතාව මග හරවා ගැනීම පිණිස එකතුව සෙවීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනගන අයුරු දැන් සලකා බලමු. ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 8 හි ඓක්‍යය ඇති පිළිවෙළට පහත පරිදි ලිවිය හැකි ය.

$S_8 = 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$ ——— ①

ඉහත ප්‍රකාශයේ ඇති පද නැවත අග පදයේ සිට මුලට පහත ආකාරයට ලියා දැක්විය හැකි ය.

$S_8 = 17 + 15 + 13 + 11 + 9 +7 + 5 + 3$ ——— ②

① හා ② න් $2\,S_8 = (3 + 17) + (5 + 15) + (7+ 13) + (9 + 11) + (11+ 9) + (13 + 7) + (15 + 5) + (17 + 3)$

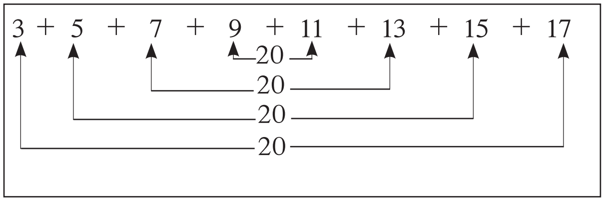
$$2\,S_8 = 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20$$

$\therefore 2\,S_8 = 8 \times 20$ (අගය 20 වන පද 8ක් ඇත)

$$S_8 = \frac{8}{2} \times 20$$

$\therefore$ පද අටෙහි ඓක්‍යය 80 වේ.

ඉහත $\frac{8}{2} \times 20$ ලබාගත් ආකාරය තවත් ආකාරයකට ද ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.



ශ්‍රේඪියේ පද 8ක් ඇත. මෙහි මුල පදයත් අවසාන පදයත් එකතු කළ විට අගය 20 වේ. එමෙන් ම දෙවන පදයත් අවසානයට පෙර පදයත් එක් කල විට 20 ලැබේ. මෙසේ ඉහත දක්වන ආකාරයට, ශ්‍රේඪියේ ඓක්‍යය යුගල හතරක එකතුවක් ලෙස දැක්විය හැකි ය. එම යුගල සංඛ්‍යාව ශ්‍රේඪියේ පද ගණනින් අර්ධයක් වේ. එවිට පද සියල්ලේ එකතුව වන්නේ පද ගණනේ අර්ධයේත් මුල් හා අවසාන පදයේ එකතුවේත් ගුණිතය යි.
එනම්, $S_8 = \frac{8}{2}[3+17]$ වේ.

ඉහත ගණනය කිරීමේ දී යොදාගත් ක්‍රමය භාවිතයෙන් මුල් පදය a ද, පොදු අන්තරය d ද අවසාන පදය (එනම් n වන පදය) l ද වන විට ශ්‍රේඪියේ පද n ගණනක ඓක්‍යය S_n සඳහා ප්‍රකාශනයක් පහත ආකාරයට ගොඩනැගිය හැකි ය.

මුල් පදයේ සිට අවසාන පදය දක්වා එකතුව
$$S_n = a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d) + \ldots + (l-2d) + (l-d) + l \quad \text{——— ①}$$
ලෙස ලිවිය හැකි ය.
ඉහත ශ්‍රේඪියේ පද අග සිට මුලට නැවත පහත ආකාරයට ලියූ විට
$$S_n = l + (l-d) + (l-2d) + \ldots + (a+3d) + (a+2d) + (a+d) + a \quad \text{——— ②}$$
ලැබේ.
ඉහත ① හා ② මගින් දැක්වෙන ශ්‍රේඪි දෙකේ පද මුල සිට අනුපිළිවෙළට එකතු කළ විට පහත ආකාරයට නව සම්බන්ධතාවක් ලැබේ.

① + ② $2S_n = (a+l) + (a+l) + (a+l) + \ldots (a+l) + (a+l) + (a+l)$

$2S_n = n(a+l)$ [මෙහි $(a+l)$ පද n ගණනක් ඇති නිසා]

$$\therefore\ S_n = \frac{n}{2}(a+l) \text{ වේ.}$$

මුල් පදය a ද අවසාන පදය l ද පද ගණන n ද වන විට මුල් පද n හි එකතුව පහත සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගණනය කළ හැකි ය.

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a+l)}$$

නිදසුනක් ලෙස 1 සිට 100 තෙක් පූර්ණ සංඛ්‍යා සියල්ලේ එකතුව සෙවීමට අවශ්‍ය විට ඉහත සූත්‍රය භාවිතයෙන් පහසුවෙන් කළ හැකි අයුරු විමසා බලමු.

අදාළ ශ්‍රේඪිය පද 1, 2, 3, ..., 99, 100 වේ.
මෙහි $a = 1$, $l = 100$ ද $n = 100$ ද වේ.

$\therefore$ පද 100 හි එකතුව $= S_{100} = \dfrac{100}{2}(1+100)$

$$S_{100} = 50\ (\ 101\ )$$

$$\therefore\ S_{100} = \underline{\underline{5050.}}$$

ඉහත සූත්‍ර භාවිතයෙන්, සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පදය (a), පද ගණන (n) හා අවසාන පදය (l) දී ඇති විට එම පද ගණනෙහි ඓක්‍යය සෙවිය හැකි ය. දැන් අප විමසා බලන්නේ මුල් පදය (a), පද ගණන (n) හා පොදු අන්තරය (d) දී ඇති විට පද ගණනේ ඓක්‍යය (S_n) සොයන අයුරු ය.

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

සූත්‍රයේ l යනු n වන පදය, එනම් T_n නිසා, l වෙනුවට $T_n = a + (n-1)\,d$ සූත්‍රයෙන් ආදේශ කළ විට

$S_n = \dfrac{n}{2}\{a+a+(n-1)d\}$ ලැබේ.

මෙය

$S_n = \dfrac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$ ලෙස තවදුරටත් සුළු කර ප්‍රකාශ කළ හැකි වේ.

මේ අනුව මුල් පදය a ද පොදු අන්තරය d ද වන සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පද n හි එකතුව සෙවීමට

$\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}}$ සූත්‍රය භාවිත කළ හැකි ය.

නිදසුනක් ලෙස 2, 4, 6, 8, ... ශ්‍රේණියේ පද 30 ක ඓක්‍යය සොයමු. මෙහි $a = 2$, $d = 2$ $n = 30$ වේ.

$S_n = \dfrac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$ සූත්‍රයට ඉහත අගය ආදේශ කළ විට

$$S_{30} = \frac{30}{2}\{2\times 2+(30-1)\times 2\}$$

$$= \frac{30}{2}\{4+29\times 2\}$$

$$= \frac{30}{2}\{62\}$$

$$= 15\times 62$$

$$= 930$$

$\therefore$ මුල් පද 30හි ඓක්‍යය 930 වේ

මේ අනුව පද n ගණනක එකතුව සෙවීම සඳහා

★ මුල් පදය, අවසාන පදය හා පද ගණන දන්නා විට පද n ගණනෙහි එකතුව සෙවීමට

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$ සූත්‍රය ද

★ මුල්පදය, පොදු අන්තරය දන්නා විට පද n ගණනෙහි එකතුව සෙවීමට

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$$ සූත්‍රය ද උපයෝගී කරගත හැකි ය.

ඉහත සූත්‍ර උපයෝගී කරගෙන විසඳන ලද ගැටලු කිහිපයක් කෙරෙහි අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1 5, 10, 15, 20, ...සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 12හි එකතුව සොයන්න.

මෙහි $a = 5$, $d = 5$, $n = 12$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$$ ට ආදේශයෙන්

$$S_{12} = \frac{12}{2}\{2\times5+(12-1)\times5\}$$

$$= \frac{12}{2}\{10+11\times5\}$$

$$= 6 \;\{10+55\}$$

$$= 6\times65$$

$$= 390$$

$\therefore$ මුල් පද 12හි එකතුව 390 වේ.

නිදසුන 2

පද 16කින් යුත් සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පදය 75 ද, පොදු අන්තරය -5 ද, අවසාන පදය ශූන්‍ය ද වේ නම් පද සියල්ලේ එකතුව සොයන්න.

මෙහි $n = 16$, $a = 75$, $d = -5$, $l = 0$

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$ ට ආදේශයෙන්

$$S_{16} = \frac{16}{2}(75+0)$$

$$= \frac{16}{2}\times75$$

$$= 8\times75$$

$$= 600$$

පද සියල්ලේම එකතුව 600 වේ.

නිදසුන 3

70, 66, 62, 58, ..., 2 සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ පද සියල්ලේ එකතුය සොයන්න.

මෙහි $a = 70$, $l = 2$, $d = -4$. ප්‍රථමයෙන් ශ්‍රේඪියේ පද ගණන සොයා ගත යුතු වේ.

$T_n = a + (n-1)d$ ට ආදේශයෙන්

$$2 = 70 + (n-1) \times (-4)$$

$$2 = 70 - 4n + 4$$

$$2 - 74 = -4n$$

$$\frac{-72}{-4} = n$$

$$18 = n$$

ශ්‍රේඪියේ පද 18 ක් ඇත. පද 18හි එකතුය

$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$ ට ආදේශයෙන්

$$S_{18} = \frac{18}{2}(70+2)$$

$$= \frac{18}{2} \times 72$$

$$= 9 \times 72$$

$$= 648$$

$\therefore$ ශ්‍රේඪියේ පද සියල්ලේ එකතුය 648 වේ.

නිදසුන 4

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පදය 12 ද අවසාන පදය 99 ද එම පදවල එකතුය 1665 ද වේ. එම ශ්‍රේඪියේ පදගණන හා පොදු අන්තරය සොයා මුල්පද 15හි එකතුය සොයන්න.

මෙහි $a = 12$, $l = 99$, $S_n = 1665$

මුලින්ම පද ගණන සොයමු.

$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$ ට ආදේශයෙන්

$$1665 = \frac{n}{2}(12+99)$$

$$3330 = n \times 111$$

$$\frac{3330}{111} = n$$

$$30 = n$$

$\therefore$ ශ්‍රේඪියේ පද ගණන 30 වේ.

දැන් මෙම ශ්‍රේඪියේ පොදු අන්තරය සොයමු.

මෙහි $a = 12,\ T_{30} = 99,\ n = 30$

$T_n = a + (n-1)d$ ට ආදේශයෙන්

$$99 = 12 + (30-1) \times d$$

$$99 = 12 + 29 \times d$$

$$99 - 12 = 29 \times d$$

$$\frac{87}{29} = d$$

$$3 = d$$

$\therefore$ ශ්‍රේඪියේ පොදු අන්තරය 3 වේ.

දැන් පද 15ක ඓක්‍යය සොයමු.

මෙහි $n = 15, a = 12, d = 3$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}\{2 \times 12 + (15-1) \times 3\}$$

$$= \frac{15}{2}\{24 + 14 \times 3\}$$

$$= \frac{15}{2}\{24 + 42\}$$

$$= \frac{15}{2}\{66\}$$

$$= 15 \times 33$$

$$S_{15} = 495$$

මුල් පද 15 හි ඓක්‍යය 495 වේ.

නිදසුන 5

13, 11, 9, ... සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ ඓක්‍යය 40 වීමට මුල් පදයේ සිට පද කීයක් ගත යුතු ද?
මෙහි $a = 13,\ d = -2,\ S_n = 40$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$$

$$40 = \frac{n}{2}\{2\times13+(n-1)\times(-2)\}$$

$$80 = n\{26-2n+2\}$$

$$80 = 28n-2n^2$$

$$2n^2-28n+80 = 0$$

$$n^2-14n+40 = 0$$

$$(n-10)(n-4) = 0$$

$n-10=0$ හෝ $n-4=0$

$n=10$ හෝ $n=4$

මෙහි n සඳහා විසඳුම් දෙකක් ලැබී ඇත.

$n = 4$ විට මුල් පද හතරේ ඓක්‍යය $= 13 + 11 + 9 + 7 = 40$ වේ.

$n = 10$ විට මුල් පද දහයේ ඓක්‍යය $= 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 + (-1) + (-3) + (-5)$
$= 40$

එමනිසා n සඳහා ලැබෙන අගය දෙකම පිළිගත හැකි ය. එමනිසා එකතුව 40ක් වීමට පද 10ක් හෝ 4ක් ගත හැකි ය.

24.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවල දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් අදාළ සමාන්තර ශ්‍රේඪීවල එකතුව සොයන්න.
   (i) $a = 2,\ l = 62$ හා $n = 31$
   (ii) $a = 95,\ l = 10$ හා $n = 12$
   (iii) $a = 7\frac{1}{2},\ d = \frac{1}{2}$ හා $n = 15$
   (iv) $a = 3.25,\ d = 1.7$ හා $n = 21$

2. පහත දැක්වෙන සමාන්තර ශ්‍රේඪීවල දක්වා ඇති පද ගණනේ ඓක්‍යය සොයන්න.
   (i) 3, 7, 11, ... පද 11ක
   (ii) –10, –9. 7, –9.4, ... පද 20ක
   (iii) $1, 1\frac{3}{4}, 2.5,$ ... පද 17ක
   (iv) 67, 65, 63, ... පද 12ක

3. සමාන්තර ශ්‍රේඪී ඇසුරෙන් අගය සොයන්න.

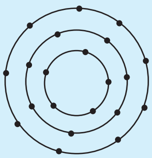
(i) 2ත් 180ත් අතර ඔත්තේ සංඛ්‍යා ගණන සොයා එම සංඛ්‍යාවල එකතුව සොයන්න.

(ii) 200 ට අඩු 5න් බෙදෙන ධන සංඛ්‍යා ගණන සොයා ඒවායේ එකතුව සොයන්න.

(iii) 3ත් 200ත් අතර 4න් බෙදූවිට 1ක් ඉතිරි වන සංඛ්‍යාවල එකතුව සොයන්න.

(iv) 5ත් 170ත් අතර 3 හි ගුණාකාර නොවන සංඛ්‍යාවල එකතුව සොයන්න.

4. සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පද හතරෙහි එකතුව 36 වේ. එකොළොස්වන පදය 43 වේ. මෙම ශ්‍රේඪියේ මුල් පදය හා පොදු අන්තරය සොයා මුල් පද පහළොවෙහි එකතුව සොයන්න.

5. 

රූපයේ දැක්වෙන්නේ කුඩා වර්ණ විදුලි බල්බ උපයෝගී කරගෙන කවාකාරව සකස් කරන ලද විදුලි පහන් සැරසිල්ලක මුල් කව තුනෙහි බල්බ පිහිටා ඇති අයුරු ය. මෙම ආකාරයට සකස් කල එක් සැරසිල්ලක අවසාන කවයේ බල්බ 35 ක් තිබේ.

(i) අදාළ සැරසිල්ල සඳහා උපයෝගී කරගෙන ඇති කව ගණන කොපමණ ද?

(ii) කොපමණ බල්බ ගණනක් භාවිත කර ඇත්ද?

(iii) එක් බල්බයක් සඳහා රු 50ක මුදලක් වැය වී නම් බල්බ සඳහා පමණක් වැය වූ මුදල සොයන්න.

6. P හා Q නම් මූල්‍ය ආයතන දෙකෙන් රු 50 000ක මුදලක් ණයට ගත්විට එම මුදල හා පොලිය මාසිකව අයකරනු ලබන ආකාරය හා ගෙවිය යුතු මාස ගණන් පහත ආකාරයට වේ.

P ආයතනය : 11000, 10000, 9000, ...මාස 11ක්

Q ආයතනය : 14000, 15000, 16000, ...මාස 8ක්

වඩා වාසිදායක වන්නේ කුමන ආයතනයකින් ණය මුදලක් ලබාගැනීම ද යන්න හේතු සහිත ව පැහැදිලි කරන්න.

7. පියෙක් තම දියණියගේ 10 වන උපන් දින සැමරුමේ දී රු 500ක මුදලක් බැංකුවක තැන්පත් කර ගිණුමක් ආරම්භ කරයි. සෑම මසක ම පෙර මස තැන්පත් කළ මුදලට නියත මුදල් ප්‍රමාණයක් එක් කර ඊළඟ මස දී තැන්පත් කරයි. තම දියණියගේ 18 වන උපන්දිනය වන විට පොලිය රහිත ව ගිණුමේ තැන්පත් මුළු මුදල රු 504 000ක් වීමට ඔහු විසින් වැඩිපුර තැන්පත් කළ යුතු නියත මුදල කොපමණද?

8. සමාන්තර ශ්‍රේඪියක n වන පදය $T_n = 63 - 2n$ වේ.

(i) මුල් පද හතර ලියා දක්වන්න.

(ii) මුල් පද විසිඑකේ ඓක්‍යය සොයන්න.

(iii) විසිඑක්වන පදය සොයන්න.

(iv) මුල් පදයේ සිට පද කීයක ඓක්‍යය 336 වේ ද?

9. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවන්වලදී සඳහන් කර ඇති එකතුව ලබාගැනීමට අවශ්‍ය පද ගණන සොයන්න.

(i) $a = 7$, $l = 10$ විට $S_n = 34$ වීමට අවශ්‍ය පද ගණන

(ii) $a = 63$, $d = 3$ විට $S_n = 345$ වීමට අවශ්‍ය පද ගණන

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

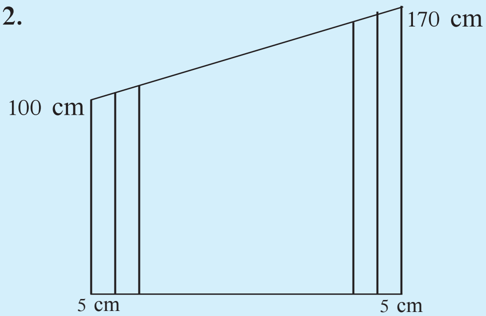
1. එක්තරා වෙළෙඳ සලක රාක්කයක සබන්කැටයක පළල පැත්ත සිරස් ව සිටිනසේ අසුරා ඇත්තේ පහළම පේළියේ සබන්කැට 24ක් ද ඊට ඉහළ පේළියේ කැට 21ක් ද, ඊටත් ඉහළින් පේළියේ කැට 18ක් ද වන ආකාරයට ය.

(i) 8 වන පේළියේ අසුරා ඇති සබන්කැට ගණන සොයන්න.

(ii) රාක්කයේ ඉහළම පේළියේ සබන්කැට 3ක් පමණක් ඇත්නම් අසුරා ඇති සබන්කැට පේළි ගණන හා මුළු සබන්කැට ගණන සොයන්න.

(iii) සබන්කැටයක පළල 5 cm වේ නම් ඉහත ආකාරයට සබන් කැට ඇසිරීමට රාක්කයේ තට්ටු දෙක අතර තිබිය යුතු අවම උස ගණනය කරන්න.

2.



රූපයේ දැක්වෙනුයේ එක්තරා වගාබිමකට ඇතුළු වීමට ලී පටිවලින් සකස් කරන ලද පියන් දෙකක් සහිත කුඩා ගේට්ටුවක එක් පියනක දළ සටහනකි. සෑම ලී පටියක් ම 5 cm පළලින් යුක්ත අතර, කුඩා ම ලී පටියේ උස 100 cm වන අතර ඊළඟ පටියේ උස පෙර පටියේ උසට වඩා 5 cm බැගින් වැඩි වන පරිදි ලී පටි සකස් කර ඇත. උසින් වැඩි ම පටිය සෙන්ටිමීටර 170ක් වේ.

(i) එක් ගේට්ටු පලුවක් සඳහා යොදා ගෙන ඇති ලී පටි ප්‍රමාණය සොයන්න.

(ii) ගේට්ටුවේ අවම පළල මීටර්වලින් සොයන්න.

(iii) මෙහි දී භාවිත කර ඇති මුළු ලී පටිවල දිග සොයන්න.

(iv) මෙම ලී වර්ගයේ සෙන්ටිමීටර 30ක කැබැල්ලක මිල රු 50ක් වේ නම් ගේට්ටුවේ පළු දෙකම සෑදීමට අවශ්‍ය ලී පටි සඳහා යන වියදම සොයන්න.

3. සමාන්තර ශ්‍රේඩියක මුල් පද n වල ඓක්‍යය $S_n = n^2 - 8n$ වේ.

(i) ශ්‍රේඪියේ මුල් පදය ලියන්න.

(ii) ශ්‍රේඪියේ මුල් පද දෙකෙහි ඓක්‍යය සොයන්න.

(iii) ශ්‍රේඪියේ පොදු අන්තරය සොයන්න.

(iv) මුල් පදයේ සිට පද කීයක එකතුව 180 වේ ද?

4. සඟරාවක 3, 5, 7, ... යන අංක දරණ පිටු විශේෂිත රෝස පැහැති වර්ණයකින් යුක්තව මුද්‍රණය කර ඇත. තුෂාන් පළමු දිනයේ පිටු 5ක් ද, ඉන්පසු සෑම දිනකම පෙර දිනට වඩා පිටු 3ක් වැඩිපුර කියවීමෙහි නිරතව සිටී.

(i) පස්වන දිනය නිමා වන විට ඔහු කියවා ඇති පිටු ගණන සොයන්න.

(ii) හත්වන දිනය නිමා වන විට ඔහු කියවා ඇති පිටු ගණන කීය ද?

(iii) දින 10ක් තුළ මෙම සඟරාව සම්පූර්ණයෙන්ම කියවා අවසන් කරයි නම් සඟරාවේ මුද්‍රිත පිටු ගණන සොයන්න.

(iv) මෙම සඟරාව තුළ උපරිම වශයෙන් රෝස වර්ණ පිටු කීයක් ඇතුළත් වී ඇත් ද?

(v) 6 වන දින අවසානයේ දී කියවීම නිමා කරන්නේ රෝස වර්ණ පිටුවකින් බව ඔහු පවසයි. මෙහි සත්‍ය අසත්‍යතාව නිර්ණය කරන්න.

25 වීජීය අසමානතා

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- අසමානතා විසඳීම හා විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාව මත නිරූපණය කිරීමට
- අසමානතා ඛණ්ඩාංක තලය මත නිරූපණය කිරීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

අසමානතා පිළිබඳ ව මීට පෙර උගත් කරුණු පහත දැක්වෙන නිදසුන් මගින් නැවත මතක් කර ගනිමු.

නිදසුන 1

$x + 20 > 50$ අසමානතාව විසඳා,
(i) xට ගත හැකි පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගය කුලකය ලියන්න.
(ii) xට ගතහැකි පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගය, සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

$x + 20 > 50$
$x > 50 - 20$
$x > 30$
(i) $\{31, 32, 33, 34, ...\}$
(ii)

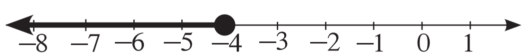
නිදසුන 2

$-3x \geq 12$ අසමානතාව විසඳා x ට ගතහැකි සියලු විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාව මත නිරූපණය කරන්න.

$-3x \geq 12$ (අසමානතාවක් ඍණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමේ දී ලකුණ වෙනස් වේ.)

$$\frac{-3x}{-3} \leq \frac{12}{-3}$$

$x \leq -4$



පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳන්න.

   (i) $x+4>11$ (ii) $y+3\geq 0$ (iii) $p-5<2$

   (iv) $p-3>-1$ (v) $a+5\leq 1$ (vi) $5y<12$

   (vii) $-2x\geq 10$ (viii) $-3y<-9$ (ix) $\frac{-2x}{3}>6$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳා, xට ගත හැකි සියලු අගය සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

   (i) $x+3\geq 1$ (ii) $y-4<-1$ (iii) $3x>-3$

   (iv) $\frac{x}{2}\leq 0$ (v) $-5y>10$ (vi) $-4x\geq 12$

3. පහත දැක්වෙන අසමානතාව තෘප්ත කරන xහි අගය අතුරෙන් එකක් වරහන් තුළ දක්වා ඇත. එම අගය තෝරා යටින් ඉරක් අඳින්න.

   (i) $x+3>7$ $(4, 7)$ (ii) $x-3<2$ $(1, 6)$ (iii) $3x>7$ $\left(2.3, \frac{8}{3}\right)$

   (iv) $-2x<8$ $(-5, 3)$ (v) $5-x>6$ $(12, -2)$

4. (i) $x+1>-2$ අසමානතාව විසඳා xට ගතහැකි කුඩාම නිඛිලමය අගය ලියා දක්වන්න.

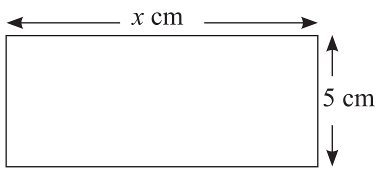
   (ii) $-3y>15$ අසමානතාව විසඳා yට ගතහැකි විශාලම නිඛිලමය අගය ලියා දක්වන්න.

5. $x+3>1$ හා $2x\leq 12$ අසමානතා විසඳා, අසමානතා දෙකම තෘප්ත කරන සියලු විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

25.1 $ax+b \gtrless c$ ආකාරයේ අසමානතා

නිදසුන 1

30cm දිග කම්බියකින් රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ පළල 5cm වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ආකෘතිය නිර්මාණය කළ නිමල් ඉන් කුඩා කම්බි කොටසක් ඉතිරි කර ගන්නා ලදී.



සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග x ලෙස ගත්විට සෘජුකෝණාස්‍ර ආකෘතියේ පරිමිතිය සඳහා x ඇතුළත් අසමානතාවක් $2x+10<30$ මගින් දෙනු ලැබේ. $x>5$ නම් x සඳහා වියහැකි සියලු විසඳුම්, සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$$2x + 10 < 30$$
$$2x + 10 - 10 < 30 - 10$$
$$2x < 20$$
$$\frac{2x}{2} < \frac{20}{2}$$
$$x < 10$$

නිදසුන 2

$3 - 2x \le 9$ අසමානතාව විසඳා xට ගතහැකි සියලු විසඳුම්, සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

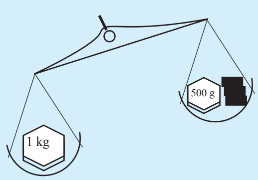
$$3 - 2x \le 9$$
$$\cancel{3} - 2x - \cancel{3} \le 9 - 3$$
$$-2x \le 6$$
$$\frac{-2x}{-2} \ge \frac{6}{-2}$$
$$\underline{\underline{x \ge -3}}$$

25.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳන්න.
   (i) $4x + 1 > 5$ (ii) $5x - 3 < 7$ (iii) $3 + 2p \ge 1$ (iv) $7x + 9 < -5$
   (v) $-2y - 5 > 1$ (vi) $3 - 4x \ge 3$ (vii) $8 - 4y < 0$ (viii) $2(3 - x) > 10$

2. පහත එක් එක් අසමානතාව විසඳා අදාළ නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලියන්න.
   (i) $5x + 1 > -4$ (ii) $3y - 1 \ge 2$ (iii) $-2p - 4 < 0$ (iv) $7 - 4p > 3$

3. අඹ ගෙඩි 3ක් හා නාරං ගෙඩි 2ක් මිල දී ගැනීමට රුපියල් 100ක් ප්‍රමාණවත් ය. අඹ ගෙඩියක මිල රුපියල් 20ක් ද, නාරං ගෙඩියක මිල රුපියල් y ද ලෙස ගත් විට, y ඇතුළත් අසමානතාවක් $60 + 2y \le 100$ ලෙස ලිවිය හැකි ය. මෙම අසමානතාව විසඳා, නාරං ගෙඩියක මිල සඳහා විය හැකි උපරිම මිල සොයන්න.

4. 

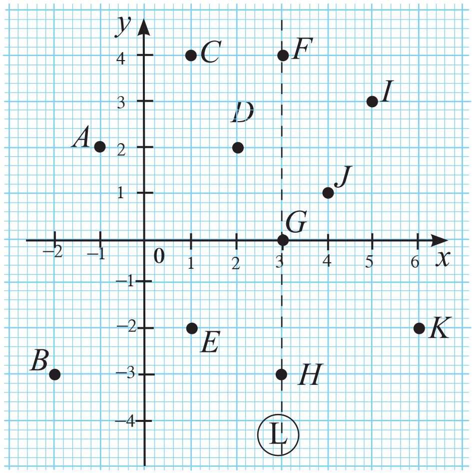
   තරාදියක එක් තැටියකට 1 kg පඩිය දැමූ නිමල්, අනෙක් තැටියට 500 g පඩිය හා එකම වර්ගයකට අයත් සබන් කැට 3ක් දමන ලදී. එවිට 1 kg පඩිය සහිත තැටිය පහළ යන බව නිරීක්ෂණය විය.

සබන් කැටයක ස්කන්ධය ග්‍රෑම් p ලෙස ගත්විට p ඇතුළත් අසමානතාවක් $1000 > 500 + 3p$ ලෙස ලිවිය හැකි ය. සබන් කැටයක ස්කන්ධය සඳහා විය හැකි උපරිම පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගය සොයන්න.

25.2 $y \gtreqless a$ සහ $x \gtreqless b$ ආකාරයේ අසමානතා මගින් දැක්වෙන පෙදෙස්

y අක්ෂයට සමාන්තර රේඛාවක් මගින් වෙන්වන පෙදෙස්

රූපයේ දැක්වෙන කාටීසීය තලය මත $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K$ ලක්ෂ්‍ය හා y අක්ෂයට සමාන්තර (L) රේඛාව දක්වා ඇත.



පහත දැක්වෙන වගු හා ඒවාට අදාළ ලක්ෂණ ගැන අවධානය යොමු කරන්න.

(L) රේඛාව මත පිහිටන ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
F	3	4
G	3	0
H	3	–3

- (L) රේඛාව මත පිහිටන ලක්ෂ්‍යවල x - ඛණ්ඩාංකය 3ට සමානය.
- එමනිසා (L) රේඛාවේ සමීකරණය $x = 3$ ලෙස නම් කෙරේ.
- $x = 3$ රේඛාව මත පිහිටන ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය 3ට සමානය.

(L) රේඛාවට දකුණු පසින් පිහිටන ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
I	5	3
J	4	1
K	6	–2

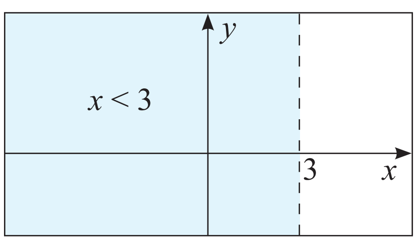
- (L) රේඛාවට දකුණු පසින් පිහිටන ලක්ෂ්‍යවල x - ඛණ්ඩාංකය 3ට වැඩි අගයන් ය.
- එමනිසා $x = 3$ රේඛාවට දකුණු පසින් පිහිටන පෙදෙස $x > 3$ ලෙස නම් කෙරේ.
- $x > 3$ පෙදෙසට අයත් ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය 3ට වැඩි අගයක් ය.

(L) රේඛාවට වම් පසින් පිහිටන ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
A	–1	2
B	–2	–3
C	1	4
D	2	2
E	1	–2

- (L) රේඛාවට වම් පසින් පිහිටන ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංකය 3ට අඩු අගයන් ය.
- එමනිසා $x = 3$ රේඛාවට වම් පසින් පිහිටන පෙදෙස $x < 3$ ලෙස නම් කෙරේ.
- $x < 3$ පෙදෙසට අයත් ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය 3ට අඩු අගයක් ය.

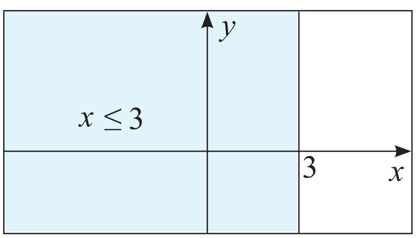
ඉහත උදාහරණයෙහි දී ඇති කාටිසීය තලය, $x = 3$ රේඛාව මගින් $x < 3, x = 3$ හා $x > 3$ යන නිශ්චිත පෙදෙස් තුනකට බෙදී ඇති බව පැහැදිලි ය.
දැන්, එම පෙදෙස් කාටිසීය තලය මත නිරූපණය කරන ආකාරය විමසා බලමු.

$x < 3$ ප්‍රදේශය



මෙහි $x = 3$ රේඛාව කැඩි ඉරකින් දක්වා ඇත. ඉන් අදහස් කෙරෙන්නේ $x = 3$ වන ලක්ෂ්‍ය $x < 3$ ප්‍රදේශයට අයත් නොවන බවයි.

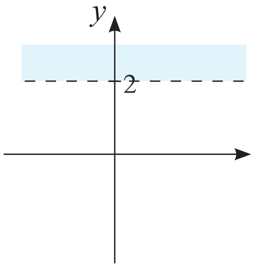
$x \leq 3$ ප්‍රදේශය



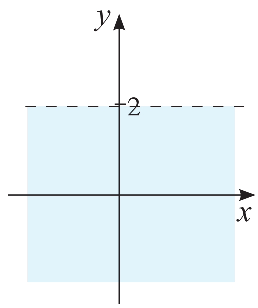
$x = 3$ රේඛාව ඝන ඉරකින් දක්වා ඇත. ඉන් අදහස් කෙරෙන්නෙ අඳුරු කළ පෙදෙසට $x < 3$ හා $x = 3$ යන පෙදෙස් දෙකම අයත් වන බවයි.
එබැවින් එම පෙදෙස $x \leq 3$ ලෙස නම් කරයි.

කාටීසීය තලය මත x අක්ෂයට සමාන්තර රේඛාවක් මගින් වෙන්වන පෙදෙස් දැක්වීම සඳහා නිදසුන් කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

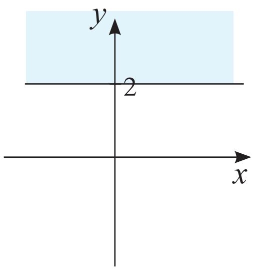
$y > 2$



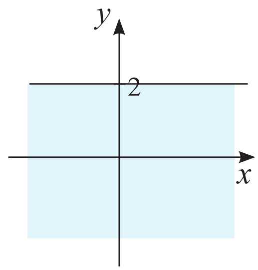
$y < 2$



$y \geq 2$



$y \leq 2$



25.2 අභ්‍යාසය

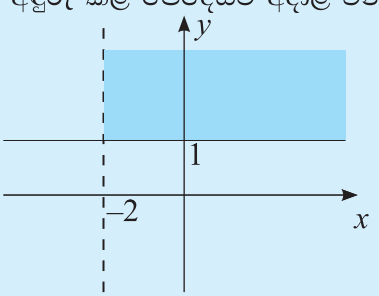
1. $x < -2$ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

2. $x > -1$ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

3. $x > 1$ හා $y < -2$ පෙදෙස් දෙකටම අයත් ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

4. $x \leq -2$ හා $y > 0$ යන පෙදෙස් දෙකටම අයත් ලක්ෂ්‍ය පහත ඒවායින් කවරක් ද?
   $A = (-3, 0)$ $B = (-2, 1)$ $C = (-1, 4)$

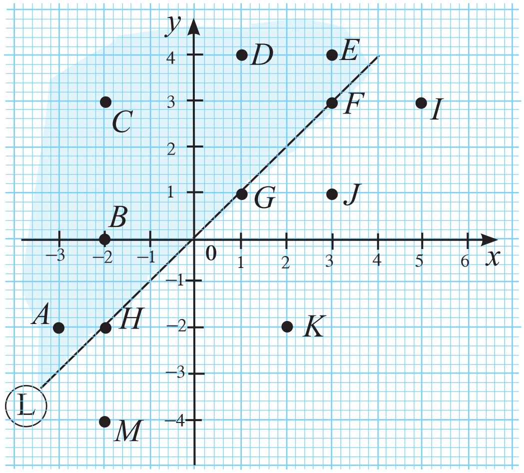
5. අඳුරු කළ පෙදෙසට අදාළ වන අසමානතා දෙක ලියන්න.



6. $x > 1$, $x \leq 3$, $y \leq 2$, $y > -1$ යන අසමානතා හතරම තෘප්ත කරන ප්‍රදේශය කාටීසීය තලයක අඳුරු කර දක්වන්න.

25.3 $y \gtrless x$ ආකාරයේ අසමානතා

රූපයේ දැක්වෙන කාටීසීය තලය මත *A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, M* ලක්ෂ්‍ය හා (L) රේඛාව දක්වා ඇත.



(L) රේඛාව මත පිහිටන ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
F *G* *H*	3 1 − 2	3 1 − 2

- (L) රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකය, x ඛණ්ඩාංකයට සමානය.
- එමනිසා (L) රේඛාව $y = x$ ලෙස නම් කෙරේ.

අඳුරු කළ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
A *B* *C* *D* *E*	–3 –2 –2 1 3	–2 0 3 4 4

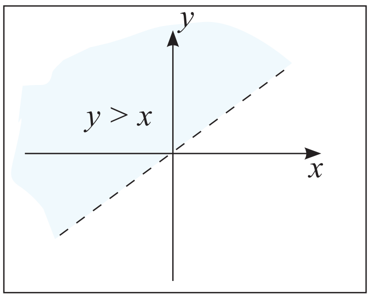
- අඳුරු කළ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකය, x ඛණ්ඩාංකයට වඩා විශාල ය.
- එමනිසා අඳුරු කළ පෙදෙස $y > x$ ලෙස නම් කෙරේ.

අඳුරු නොකළ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
I	5	3
J	3	1
K	2	–2
M	–2	–4

- අඳුරු නොකළ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකය, x ඛණ්ඩාංකයට වඩා කුඩා ය.
- එමනිසා අඳුරු නොකළ පෙදෙස $y < x$ ලෙස නම් කෙරේ.

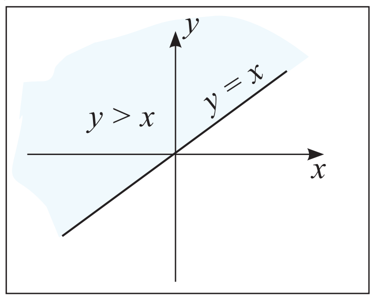
දැන් තවත් අසමානතා කිහිපයක් කාටිසීය තලය මත නිරූපණය කර ඇති ආකාරය විමසා බලමු.

(i) $y > x$



$y = x$ රේඛාව කැඩි ඉරකින් දැක්වීමෙන් අදහස් කෙරෙන්නේ අඳුරු කළ පෙදෙස වන $y > x$ පෙදෙසට $y = x$ ලක්ෂ්‍ය අයත් නොවන බවයි.

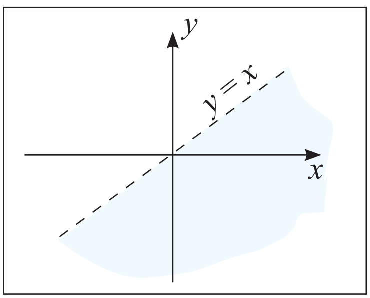
(ii) $y \geq x$



$y = x$ රේඛාව ඝන ඉරකින් දැක්වීමෙන් අදහස් කෙරෙන්නේ අඳුරු කළ පෙදෙස වන $y > x$ පෙදෙසට $y = x$ ලක්ෂ්‍ය අයත් වන බවයි.

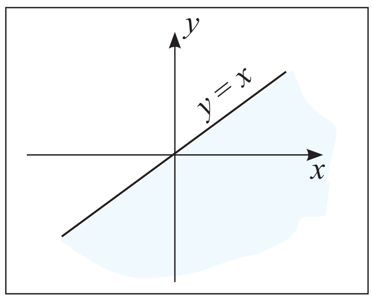
(iii)

$y < x$



(iv)

$y \leq x$



25.3 අභ්‍යාසය

1. $y = x$ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

2. $y \geq x$ පෙදෙසට අයත් වන ලක්ෂ්‍ය තෝරන්න.
   $A = (5, 5)$ $B = (-3, -2)$ $C = (0, -1)$

3. $y < -2$ හා $y > x$ යන අසමානතා දෙකම තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

4. කාටිසීය තලය මත $x \geq 0$ හා $y > x$ යන අසමානතා දෙකට ම අයත් පෙදෙස අඳුරු කරන්න.

5. $x < 3, y > 0$ හා $y < x$ යන අසමානතා තුනම තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

26 සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති

නිවාස යෝජනා ක්‍රමයක පදිංචි පවුල් පිළිබඳ ව කරන ලද සමීක්ෂණයක දී පවුලක සිටින සාමාජික සංඛ්‍යාව පිළිබඳ රැස් කරගත් දත්ත පහත දැක්වේ.

4, 5, 2, 7, 4, 3, 6, 8, 9, 5, 5, 4, 4, 6, 3
8, 4, 5, 6, 4, 6, 5, 5, 4, 2, 4, 5, 3, 5, 7
5, 5, 7, 5, 3, 5, 7, 5, 4, 5, 6, 4, 4, 6, 4

මෙම දත්තවල වැඩිම අගය 9 වන අතර, අඩුම අගය 2 වේ. දත්තවල වැඩිම අගයෙන් අඩුම අගය අඩු කළ විට ලැබෙන අගය, **පරාසය** ලෙස හැඳින්වේ. මේ අනුව,

දී ඇති දත්තවල පරාසය $= 9 - 2$
$= 7$

දත්තවල පරාසය අඩු අගයක් ගන්නා මෙවැනි තොරතුරු පහත ආකාරයට වගු ගත කළ හැකි ය. එවැනි වගුවකට **සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක්** යැයි කියනු ලැබේ.

නිවාසයක සිටින සාමාජික සංඛ්‍යාව	සංඛ්‍යාතය (පවුල් ගණන)
2	2
3	4
4	12
5	14
6	6
7	4
8	2
9	1

තවත් නිදසුනක් සලකා බලමු.

වාර පරීක්ෂණයක දී පාසලක 10 ශ්‍රේණියේ ළමයින් ගණිත විෂයය සඳහා ලබා ගත් ලකුණු පිළිබඳ තොරතුරු පහත දැක්වේ.

25, 12, 65, 40, 32, 84, 52, 65, 32, 09
70, 53, 67, 56, 65, 48, 20, 17, 08, 43
52, 68, 73, 25, 39, 42, 61, 22, 37, 45
36, 65, 24, 53, 46, 18, 39, 54, 26, 35
27, 94, 59, 87, 72

මේ අවස්ථාවේ දී තොරතුරුවල වැඩිම අගය 94 වන අතර, අඩුම අගය 8 වේ.
ඒ අනුව දත්තවල පරාසය $= 94 - 8$
$= 86$

දත්තවල පරාසය විශාල නිසා එක් එක් අගය යටතේ වගුගත කිරීමේ දී ඉතා දීර්ඝ වගුවක් ලැබේ. එවැනි අවස්ථාවල දී එම දත්ත කාණ්ඩවලට බෙදා නිරූපණය කිරීම පහසු ය. එසේ කාණ්ඩවලට (පන්ති ප්‍රාන්තරවලට) වෙන් කර ඇති ආකාරය විමසා බලමු.

ඉහත දත්ත පන්ති ප්‍රාන්තරවලට බෙදා සකස් කළ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය
8 - 16	3
17 - 25	7
26 - 34	4
35 - 43	8
44 - 52	5
53 - 61	6
62 - 70	7
71 - 79	2
80 - 88	2
89 - 97	1

මෙහි 8 - 16 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 3 යන්නෙන් අදහස් වන්නේ 8ත් 16ත් අතර, එම අගයයන් ද ඇතුළු ව, දත්ත 3ක් ඇති බව යි. මෙම ව්‍යාප්තියේ වැඩිම සංඛ්‍යාතය 8 වේ. එය අයත් වන්නේ 35 - 43 පන්තියටයි. එය, **මාත පන්තිය** ලෙස නම් කෙරේ.

මේ ආකාරයට පන්ති ප්‍රාන්තර සහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකට **සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක්** යැයි කියනු ලැබේ.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සැකසීමේ දී පන්ති ප්‍රාන්තර 10ක් පමණ ලැබෙන පරිදි පන්ති ප්‍රාන්තර වෙන් කෙරේ.
මෙම පන්ති **ප්‍රාන්තරයේ තරම** 9 වේ. මෙහි සියලු ම පන්ති ප්‍රාන්තරවල තරම සමාන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

මෙහි මුල් පන්ති ප්‍රාන්තරය 8 - 16 ද ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරය 17 - 25 ද වේ. මෙහි දත්තවලින් දැක්වෙන්නේ ලකුණු වේ. 16ත් 17ත් අතර ලකුණු නොමැති බැවින් මුල් පන්ති ප්‍රාන්තරය 16 න් අවසන් වන විට ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරය 17න් පටන් ගන්නා පරිදි සකස් කර ඇත.

මෙවැනි සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යයනය සොයන අයුරු දැන් විමසා බලමු. ඒ සඳහා මුලින් ම එක් එක් පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය සෙවිය යුතු ය.

26.1 පන්ති ප්‍රාන්තරයක මධ්‍ය අගය

ඉහත නිදර්ශනයේ,
8 - 16 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය සොයමු.

එය $\dfrac{8+16}{2} = 12$ ලෙස සෙවිය හැකි ය.

මේ අනුව 8 - 16 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය 12 වේ.
පන්ති ප්‍රාන්තරයේ පහළ අගය සහ ඉහළ අගය එකතු කර 2න් බෙදීමෙන් පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය ලැබේ. මේ ආකාරයට සෑම පන්ති ප්‍රාන්තරයකම මධ්‍ය අගය සෙවිය හැකි ය.

ගණනය කිරීම්වල දී පන්ති ප්‍රාන්තරයක වූ දත්ත නියෝජනය කරන අගයක් ලෙස එහි මධ්‍ය අගය සලකනු ලැබේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය
8 - 16	12	3
17 - 25	21	7
26 - 34	30	4
35 - 43	39	8
44 - 52	48	5
53 - 61	57	6
62 - 70	66	7
71 - 79	75	2
80 - 88	84	2
89 - 97	93	1

කාර්යාලයක සේවක මණ්ඩලයේ වයස් (ආසන්න අවුරුද්දට) පිළිබඳ රැස් කළ දත්තවලින් සැකසූ සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

සේවකයන්ගේ වයස (අවුරුදු)	20 - 25	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60
සේවක සංඛ්‍යාව	5	3	3	5	4	2	2	1

10 ශ්‍රේණිය සිසුන්ගේ ලකුණු ඇතුළත් ඉහත නිදසුනේ දී පන්ති ප්‍රාන්තර වෙන් කර තිබූ අයුරු නැවත මතකයට නගා ගනිමු. මුල් පන්ති ප්‍රාන්තරය 8 - 16 ලෙස ද ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරය 17 - 25 ලෙස ද වෙන් කර තිබුණි. එහි දී, 16ත් 17ත් අතර ලකුණු නොතිබූ බැවින් එසේ වෙන් කිරීම සුදුසු විය. නමුත්, මෙම නිදසුනේ දී මුල් පන්ති ප්‍රාන්තරය 20 - 25 ලෙස ද ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරය 25 - 30 ලෙස ද වෙන් කර ඇත. මුල් පන්ති ප්‍රාන්තරය අවසන් වන අගය වන 25න් ම ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරය ආරම්භ කර ඇත. ඊට හේතුව වන්නේ, මෙහි දී දත්ත රැස් කර ඇත්තේ වයස් පිළිබඳව යි. අවුරුදු 25ත් 26ත් අතර වයස් සහිත පුද්ගලයන් සිටිය හැකි බැවින් එක් පන්ති ප්‍රාන්තරයක් අවසන් වන අගයෙන් ම ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරය ඇරඹිය යුතු ය.

වයස, දිග, ස්කන්ධය වැනි නිශ්චිත පූර්ණ අගයක් පමණක් නොගන්නා නමුත් යම් පරාසයක් තුළ වූ ඕනෑම අගයක් ගතහැකි දත්ත **සන්තතික දත්ත** ලෙස හැඳින්වේ. පොත් ගණන, ළමයි ගණන වැනි කිසියම් අගය පරාසයක් තුළ පූර්ණ සංඛ්‍යාමය අගයක් පමණක් ගන්නා දත්ත **විවික්ත දත්ත** ලෙස හැඳින්වේ.

20 - 25 පන්ති ප්‍රාන්තරයට අවුරුදු 20 හෝ 20ට වැඩි, නමුත් අවුරුදු 25ට අඩු වයස් සහිත සේවකයන් අයත් යැයි ගනිමු. ඒ අනුව අවුරුදු 25 වයස අයත් වන්නේ 25 - 30 පන්ති ප්‍රාන්තරයට ය.

ඒ අනුව සේවකයන්ගේ වයස් පිළිබඳ සමූහිත දත්ත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය, මධ්‍ය අගය තීරුව ද සහිත ව පහත දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය
20 - 25	22.5	5
25 - 30	27.5	3
30 - 35	32.5	3
35 - 40	37.5	5
40 - 45	42.5	4
45 - 50	47.5	2
50 - 55	52.5	2
55 - 60	57.5	1

26.1 අභ්‍යාසය

1. පාසලක 10 වන ශ්‍රේණියේ සිසුන් සමූහයක් වාර පරීක්ෂණයක දී ලබා ගත් ලකුණු සමූහනය කර පහත වගුවේ දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය
11 - 20	15.5	1
21 - 30		7
31 - 40		9
41 - 50		8
51 - 60		10
61 - 70		7
71 - 80		4
81 - 90		2
91 - 100		2

(i) මධ්‍ය අගය තීරය සම්පූර්ණ කරන්න.
(ii) පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම කුමක් ද?
(iii) මාත පන්තිය කුමක් ද?

2. පන්තියක ළමයින්ගේ උස මැනීමෙන් ලබා ගත් දත්ත (උස ආසන්න සෙන්ටිමීටරයට) පහත වගුවේ දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය
140 - 145		5
145 - 150		8
150 - 155		15
155 - 160		7
160 - 165		8
165 - 170		6

(i) වගුව පිටපත් කර ගෙන මධ්‍ය අගය තීරය සම්පූර්ණ කරන්න.
(ii) වගුව ඇසුරෙන් පන්තියේ සිටින 150 cm වඩා උසින් අඩු ළමයි සංඛ්‍යාව සොයන්න.
(iii) වැඩිම සිසුන් ගණනක් අයත් වන පන්ති ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

3. පාසලක මුල් වාරය තුළ පාසල් පැමිණි ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව ඇසුරෙන් සකස් කළ සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය (දිනක පැමිණි ළමයින් ගණන)	මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය (දින ගණන)
531 - 550		4
551 - 570		10
571 - 590		21
591 - 610		12
611 - 630		10

(i) වගුව පිටපත් කර ගෙන මධ්‍ය අගය තීරය සම්පූර්ණ කරන්න.
(ii) සිසුන් 591කට වඩා අඩුවෙන් පැමිණි දින ගණන කොපමණ ද?
(iii) සිසුන් 570කට වඩා වැඩියෙන් පැමිණි දින ගණන කොපමණ ද?
(iv) එම වාරයේ පාසල පැවැත්වූ දින ගණන කොපමණ ද?

4. විදුලි බල්බයක ආයුකාලය පරීක්ෂා කිරීම සඳහා පවත්වන ලද පරීක්ෂණයකින් ලබා ගත් තොරතුරු පහත දැක්වේ.

දැල්වුන කාලය (පැය)	මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය (බල්බ සංඛ්‍යාව)
100 - 200		5
200 - 300		12
300 - 400		25
400 - 500		30
500 - 600		16
600 - 700		12

(i) වගුව පිටපත් කර ගෙන මධ්‍ය අගය තීරය සම්පූර්ණ කරන්න.
(ii) පැය 400ට වඩා අඩුවෙන් දැල්වුණු බල්බ ගණන කොපමණ ද?
(iii) පරීක්ෂණය සඳහා යොදා ගත් බල්බ ගණන කොපමණ ද?
(යොදා ගත් සෑම බල්බයක්ම පැය 100ත් 700ත් අතර කාලයක් දැල්වුණේ යැයි උපකල්පනය කරන්න)

26.2 සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය ගණනය කිරීම

සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය ගණනය කිරීමේ දී පන්ති ප්‍රාන්තරය නියෝජනය කරන අගය ලෙස එහි මධ්‍ය අගය යොදා ගනු ලැබේ. එලෙස මධ්‍ය අගය යොදා ගෙන සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන අයුරු විමසා බලමු.

නිදසුන 1 මුළු ලකුණු ගණන 25ක් වූ ගණිතය ප්‍රශ්න පත්‍රයට ළමයින් 40 දෙනෙකු ලැබූ ලකුණු පහත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ දක්වා ඇත.

පන්ති ප්‍රාන්තරය (ලකුණු)	04 - 08	08 - 12	12 - 16	16 - 20	20 - 24
සංඛ්‍යාතය	3	7	15	11	4

මෙම වගුව ඇසුරෙන්, මධ්‍ය අගයත්, මධ්‍ය අගයේ සහ සංඛ්‍යාතයේ ගුණිතයත් තීර ලෙස ඇති වගුවක් ගොඩනගමු. පහසුව තකා මධ්‍ය අගය x වලිනුත් සංඛ්‍යාතය f වලිනුත් අංකනය කරමු.

ලකුණු ප්‍රාන්තරය	මධ්‍ය අගය x	සංඛ්‍යාතය f	fx
04 - 08	6	3	18
08 - 12	10	7	70
12 - 16	14	15	210
16 - 20	18	11	198
20 - 24	22	4	88
		$\Sigma f = 40$	$\Sigma fx = 584$

මෙහි Σf යන්නෙන් සංඛ්‍යාත තීරුවේ එකතුව ද, fx යන්නෙන් f හා x හි ගුණිතය ද Σfx යන්නෙන් fx තීරයේ අගයවල එකතුව ද අංකනය කෙරේ. එවිට මධ්‍යන්‍යය, $\frac{\sum fx}{\sum f}$ මගින් අර්ථ දැක්වේ.

එනම්, $$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$\text{ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{584}{40} = \underline{\underline{14.6}}$$

ළමයින් ලැබූ මධ්‍යන්‍ය ලකුණ 14.6 වේ.

26.2 අභ්‍යාසය

1. එළවළු එකතු කිරීමේ මධ්‍යස්ථානයකට ගොවීන් විසින් ගෙනෙනු ලබන එළවළු ප්‍රමාණ පිළිබඳ ව කරන ලද සමීක්ෂණයක දී, එක්තරා දිනක දී, ගොවීන් 40 දෙනෙකු විසින් ගෙනෙන ලද බෝංචි ප්‍රමාණ පිළිබඳ ව ලැබුණු දත්තවලින් සැකසූ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

ස්කන්ධය (kg)	14 - 18	18 - 22	22 - 26	26 - 30	30 - 34
ගොවීන් ගණන	3	7	15	11	4

(i) මෙම ගොවීන් ගෙනා බෝංචි ප්‍රමාණවල මධ්‍යන්‍ය ගණනය කරන්න.
(ii) මේ අනුව දින 10ක දී එම මධ්‍යස්ථානයට ගෙන එතැයි බලාපොරොත්තු විය හැකි බෝංචි ප්‍රමාණය කොපමණ ද?

2. ඇඟලුම් ආයතනයක් මාසයක් තුළ නිෂ්පාදනය කළ කමිස ප්‍රමාණ පහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙහි දැක්වේ.

කමිස ගණන	01 - 15	16 - 30	31 - 45	46 - 60	61 - 75
දින ගණන	4	8	6	8	4

(i) ඉහත තොරතුරුවලට අනුව දිනක දී මසා නිම කරනු ලබන මධ්‍යන්‍ය කමිස ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න.
(ii) මධ්‍යන්‍යයට අනුව මාස තුනක් තුළ නිපදවෙතැයි බලාපොරොත්තු විය හැකි කමිස ප්‍රමාණය සොයන්න.

3. පන්තියක ළමයින් 30 දෙනෙක් එක්තරා ඇගයීමක දී ලබා ගත් ලකුණු ව්‍යාප්තියක් පහත දක්වා ඇත.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	1 - 10	11 - 20	21 - 30	31 - 40	41 - 50
සංඛ්‍යාතය	2	9	13	4	2

(i) පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම කොපමණ ද?
(ii) මාත පන්තිය කුමක් ද?
(iii) පන්තියේ ළමයකු ලබා ගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

4. එක්තරා අධ්‍යාපන කොට්ඨාසයක සේවයේ නියුතු ගුරුවරුන්ගේ වයස් සීමා දැක්වෙන වගුවක් පහත දැක්වේ.

වයස (අවුරුදු)	21 - 26	26 - 31	31 - 36	36 - 41	41 - 46	46 - 51	51 - 56
සංඛ්‍යාතය	11	32	51	40	27	18	6

(i) මෙම අධ්‍යාපන කොට්ඨාසයේ සේවයේ නියුතු ගුරු සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?
(ii) වැඩිම ගුරු පිරිසක් අයත් වන වයස් කාණ්ඩය කුමක් ද?
(iii) මෙම තොරතුරු අනුව එම කොට්ඨාසයේ සේවයේ නියුතු ගුරුවරයෙකුගේ මධ්‍යන්‍ය වයස ගණනය කරන්න.

5. ලොරියක පටවා තිබූ දැව කඳන්වල වට ප්‍රමාණ සෙවීමෙන් ලබා ගත් තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වේ.

දැව කඳක වට ප්‍රමාණය (cm)	0 - 25	25 - 50	50 - 75	75 - 100	100 - 125
සංඛ්‍යාතය	8	10	12	20	18

(i) මෙහි මාත පන්තිය සොයන්න.
(ii) ඉහත තොරතුරුවලට අනුව ලොරියෙහි පටවා තිබූ දැව කඳක මධ්‍යන්‍යය වට ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න.

26.3 උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරෙන් මධ්‍යන්‍යය ගණනය කිරීම

මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා ඇතැම් අවස්ථාවල හමු වන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිවල දත්තයන්ගේ මධ්‍ය අගය විශාල සංඛ්‍යාවන්ගෙන් යුක්ත විය හැකි ය. එවැනි අවස්ථාවල දී මෙතෙක් උගත් මධ්‍යන්‍යය සෙවීමේ ක්‍රමය තරමක් අපහසු විය හැකි ය. ඒ සඳහා වඩාත් සුදුසු ක්‍රමයක් පහත නිදසුන ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

එනම්, උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරෙන් මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන අයුරු මුලින් ම සරල නිදසුනක් මගින් පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 1 එක්තරා ජල ව්‍යාපෘතියකින් ජලය ලබා ගන්නා පවුල් 70ක්, මාසයක් තුළ පරිභෝජනය කළ ජල ඒකක ගණන පිළිබඳ දත්ත පහත වගුවේ දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	12 - 14	15 - 17	18 - 20	21 - 23	24 - 26	27 - 29
පවුල් ගණන	5	9	11	26	11	8

පවුලක් පාවිච්චියට ගත් මධ්‍යන්‍ය ජල ඒකක ගණන ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට ගණනය කරන්න.
මුලින් ම එක් එක් පන්ති ප්‍රාන්තරය නිරූපණය කිරීම සඳහා මධ්‍ය අගය සොයමු.
21 - 23 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය වන 22 මධ්‍යයනය ලෙස උපකල්පනය කරමු. එනම්, 22 උපකල්පිත මධ්‍යයනය ලෙස ගනිමු. දැන් එක් එක් මධ්‍ය අගයෙන් උපකල්පිත මධ්‍යයනය අඩු කළ විට ලැබෙන අගය (අපගමනය) සොයමු. අපගමනය d මගින් දැක්වේ.

එනම්, අපගමනය = මධ්‍ය අගය − උපකල්පිත මධ්‍යයනය

පන්ති ප්‍රාන්තරය	මධ්‍ය අගය x	අපගමනය d	සංඛ්‍යාතය f	fd
12 - 14	13	–9	5	–45
15 - 17	16	–6	9	–54
18 - 20	19	–3	11	–33
21 - 23	22	0	26	0
24 - 26	25	3	11	33
27 - 29	28	6	8	48
			$\Sigma f = 70$	$\Sigma fd = 81 - 132$ $= -51$

මෙහි Σf යන්නෙන් සංඛ්‍යාත තීරයේ එකතුව ද fd යන්නෙන් සංඛ්‍යාතයෙහි හා අපගමනයෙහි ගුණිතය ද Σfd යන්නෙන් එම තීරයේ එකතුව ද අංකනය කෙරේ.

මධ්‍යන්‍යය = උපකල්පිත මධ්‍යන්‍ය + අපගමනවල මධ්‍යන්‍ය

යන්නෙන් ලැබේ.

$$\text{ඒ අනුව මධ්‍යන්‍යය} = 22 + \left(\frac{-51}{70}\right)$$
$$= 22 - 0.728$$
$$= 21.272$$
$$\approx \underline{\underline{21}}$$

උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස මාත පන්තියෙහි හෝ මධ්‍යස්ථ පන්තියෙහි මධ්‍ය අගය තෝරා ගැනීමෙන් අපගමනය සෙවීම වඩාත් පහසු වෙයි.

උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය සඳහා A ද අපගමනය සඳහා d ද යොදා ගත් විට සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය $A + \dfrac{\Sigma fd}{\Sigma f}$ යන්නෙන් ලැබේ.

එනම්,

$$\text{සැබෑ මධ්‍යන්‍යය} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

26.3 අභ්‍යාසය

1. එක්තරා රූපවාහිනී වැඩසටහනක් නරඹන ප්‍රේක්ෂකයන් 100කගේ වයස පිළිබඳ දත්ත ඇතුළත් වගුවක් පහත දැක්වේ.

වයස (අවුරුදු)	5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	65 - 75
ප්‍රේක්ෂකයන් ගණන	7	16	25	31	14	5	2

(i) ඉහත තොරතුරුවල මාත පන්තිය කුමක් ද?

(ii) මෙම ප්‍රේක්ෂකයන් අතරින්, වයස 25ට වඩා අඩු වයසක් ඇති ප්‍රේක්ෂකයන් ගණන, මුළු ප්‍රේක්ෂකයන් ගණනේ ප්‍රතිශතයක් ලෙස සොයන්න.

(iii) 35 - 45 පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන, මෙම වැඩසටහන නරඹන ප්‍රේක්ෂකයෙකුගේ මධ්‍යන්‍ය වයස ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට සොයන්න.

2. පෞද්ගලික ආයතනයක කාර්ය මණ්ඩලය වර්ෂයක් තුළ දී ලබා ගත් නිවාඩු දින ගණන ඇසුරෙන් පහත වගුව සකස් කර ඇත.

නිවාඩු දින ගණන	0 - 6	6 - 12	12 - 18	18 - 24	24 - 30	30 - 36	36 - 42
සේවක සංඛ්‍යාව	5	15	20	11	8	6	5

(i) මෙම ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?

(ii) දින 6කට අඩුවෙන් නිවාඩු ගත් අයට විශේෂ ත්‍යාග දීමට අපේක්ෂා කෙරේ නම් ත්‍යාගලාභී සංඛ්‍යාව මුළු සේවක පිරිසෙන් කිනම් ප්‍රතිශතයක් ද?

(iii) 18 - 24 පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන සේවකයෙකු මෙම වර්ෂය තුළ දී ලබා ගෙන ඇති මධ්‍යන්‍ය නිවාඩු දින ගණන සොයන්න.

(iv) ඉහත (iii) හි පිළිතුර අනුව එම ආයතනයට වර්ෂයක දී අහිමි වෙතැයි අපේක්ෂා කළ හැකි ශ්‍රමය මිනිස් දින කීය ද?

3. ශ්‍රේණිගත කිරීම සඳහා පවත්වන ලද පරීක්ෂණයක දී සිසුන් 240ක් ලබා ගත් ලකුණු ඇතුළත් ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

ලකුණු පන්තිය	0 - 8	9 - 17	18 - 26	27 - 35	36 - 44	45 - 53	54 - 62	63 - 71	72 - 80
සංඛ්‍යාතය	15	18	39	39	48	33	23	14	11

(i) වැඩිම සිසුන් සංඛ්‍යාවක් ඇතුළත් වන පන්ති ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

(ii) මාත පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන සිසුවෙකු ලබා ඇති මධ්‍යන්‍ය ලකුණු ප්‍රමාණය සොයන්න.

(iii) ප්‍රතිකාර්ය ඉගෙනුම් ලබා දීම සඳහා අඩුම ලකුණු ලබා ගත් 30%ක් වෙන් කරන ලද නම්, ඒ සඳහා තෝරා ගත යුත්තේ ලකුණු කීයට වඩා අඩුවෙන් ලබා ගත් සිසුන් ද?

(iv) ඉහළම ලකුණු ලබා ගත් 20%කට විශිෂ්ට ශ්‍රේණිය හිමි වේ නම් ඒ සඳහා තෝරා ගත යුත්තේ ලකුණු කීයට වඩා වැඩියෙන් ලබා ගත් සිසුන් ද?

4. සහල් අලෙවි කරන සමුපකාර වෙළෙඳ සලක දින 90ක් තුළ දී අලෙවි වූ සහල් ප්‍රමාණ පිළිබඳ තොරතුරු ඇතුළත් වගුවක් පහත දැක්වේ.

දිනක දී විකුණු සහල් ප්‍රමාණය (kg)	151-175	176-200	201-225	226-250	251-275	276-300	301-325	326-350	351-375
දින ගණන	5	7	7	10	21	16	10	8	6

(i) මෙම ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය ලියන්න.

(ii) මාත පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන මෙම කාලය තුළ දිනක දී විකුණු මධ්‍යන්‍ය සහල් කිලෝග්‍රෑම් ගණන ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට ගණනය කරන්න.

(iii) මෙම වෙළෙඳ රටාව ඉදිරි මාස දෙක සඳහා බලපවත්වන්නේ නම්, දින 60ක් සඳහා ගබඩා කර ගත යුතු සහල් ප්‍රමාණය නිමානය කරන්න.

(iv) මෙම කාල පරිච්ඡේදය තුළ යම් දිනක අලෙවිය කිලෝග්‍රෑම් 300ට වැඩි වීමේ සම්භාවිතාව කුමක් ද?

5. ගණිත ප්‍රශ්න පත්‍රයක් සඳහා ළමයින් 100 බැගින් වූ කණ්ඩායම් දෙකක් ලැබූ ලකුණු ව්‍යාප්ති දෙකක් පහත දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	1 - 10	11 - 20	21 - 30	31 - 40	41 - 50	51 - 60	61 - 70	71 - 80	81 - 90
ළමයින් ගණන (A) කණ්ඩායම	4	8	18	24	16	14	10	4	2
ළමුන් ගණන (B) කණ්ඩායම	7	9	17	26	14	15	8	3	1

(i) මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා ශිෂ්‍යයෙකු ලැබූ උපරිම ලකුණු කීයක් විය හැකි ද?

(ii) උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස 41 - 50 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය යොදා ගනිමින් එක් එක් කණ්ඩායම සඳහා ළමයෙකු ලැබූ මධ්‍යන්‍ය ලකුණු ගණනය කරන්න.

(iii) ඒ අනුව කණ්ඩායම් දෙකෙන් වඩා හොඳින් ප්‍රශ්න පත්‍රයට ලකුණු ලබාගත් කුමන කණ්ඩායම දැයි නිගමනය කරන්න.

6. එක්තරා මාසයක නිවාස 100ක එක් එක් නිවාසයේ පරිභෝජනය කරන ලද විදුලිය ඒකක ගණන පිළිබඳ ව දත්ත ඇතුළත් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

විදුලි ඒකක ගණන	31 - 40	41 - 50	51 - 60	61 - 70	71 - 80	81 - 90	91 - 100
නිවාස ගණන	5	12	26	34	18	3	2

(i) මෙම ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?

(ii) 61 - 70 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන නිවසක පරිභෝජනය කෙරෙන මධ්‍යන්‍ය විදුලි ඒකක ගණන සොයන්න.

(iii) විදුලිබල මණ්ඩලය විසින් ඒකක 61 - 90 අතර පරිභෝජනය කර ඇති විට විදුලි ඒකකයකට රු 14ක් අය කරනු ලබයි. ඒ අනුව මෙම නිවාස 100න් මණ්ඩලයට අය වෙතැයි බලාපොරොත්තු විය හැකි ආදායම කොපමණ ද?

7. පෞද්ගලික දුරකථන සමාගමක් එක්තරා ප්‍රදේශයක තම සමාගමේ දුරකථන භාවිත කරන පුද්ගලයන්ගේ මාසික දුරකථන බිල පිළිබඳ ව කල සමීක්ෂණයක තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වේ.

මාසික දුරකථන ගාස්තුව (රු)	100-250	250-400	400-550	550-700	700-850	850-1000	1000-1150	1150-1300
පුද්ගලයන් ගණන	2	5	7	15	20	10	8	3

(i) මෙම ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?

(ii) 550 - 700 පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන මාසික දුරකථන ගාස්තුවේ මධ්‍යන්‍ය සොයන්න.

(iii) ඉහත මධ්‍යන්‍යට අනුව මෙම වර්ගයේ දුරකථන ජාල භාවිත කරන පුද්ගලයන් 1000කගෙන් මසකට දුරකථන ගාස්තුව ලෙස සමාගමට කොපමණ මුදලක් ලැබේ යැයි බලාපොරොත්තු විය හැකි ද?

(iv) මාසික දුරකථන ගාස්තුව රු 850ට වැඩි පාරිභෝගිකයන්ගේ බිල්පත් විශේෂ දිනුම් ඇදීමකට යොමු කෙරේ නම් මෙම කණ්ඩායමේ පාරිභෝගිකයන්ගෙන් 30%ට වැඩි සංඛ්‍යාවකට එම අවස්ථාව හිමි වන බව පෙන්වන්න.

8. ධාවනය වන වාහනවල වේගය පරීක්ෂා කරන ස්ථානයකින් පැය දෙකක කාල පරාසයක දී ලබා ගත් තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වේ. (30 - 40 මගින් වේගය 30ට වැඩි සහ 40 හෝ 40ට අඩු ආදී ලෙස වේග ප්‍රාන්තර දැක්වේ)

වේගය (kmh^{-1})	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90
වාහන සංඛ්‍යාව	5	7	12	16	15	3	2

(i) මෙම ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?

(ii) 70 kmh^{-1} වැඩි වේගයෙන් රිය පදවන්නන් සඳහා නඩු පැවරේ නම් මෙම කාලය තුළ වේග සීමාව ඉක්මවා ගොස් නඩු පැවරෙන රිය පදවන්නන් සංඛ්‍යාවේ ප්‍රතිශතය සොයන්න.

(iii) 50 - 60 පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍ය ලෙස ගෙන මෙම ස්ථානය පසු කළ වාහනයක මධ්‍යන්‍ය වේගය සොයන්න.

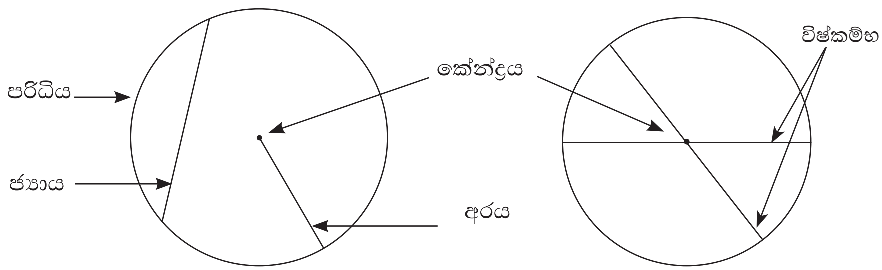
(iv) ඉහත මධ්‍යන්‍ය වේගයෙන් පැය දෙකක දී ගමන් කළ හැකි දුර කොපමණ ද?

27 වෘත්තයක ජ්‍යා

මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් ඔබට

- වෘත්තයක ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හා කේන්ද්‍රය යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ වේ, යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට
- වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායකට අඳින ලද ලම්බයෙන් ජ්‍යාය සමච්ඡේද වේ යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.



වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳි රේඛා ඛණ්ඩයට එම වෘත්තයේ අරයක් යැයි කියනු ලැබේ (රූපය බලන්න). මෙම රේඛා ඛණ්ඩයේ දිග, වෘත්තය මත කුමන ලක්ෂ්‍යයක් තෝරා ගත්ත ද වෙනස් නො වේ. තව ද මෙම අරයෙහි දිග ද අරය ලෙස හැඳින්වේ.

වෘත්තයක් මත ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් **ජ්‍යායක්** ලෙස හැඳින්වේ.

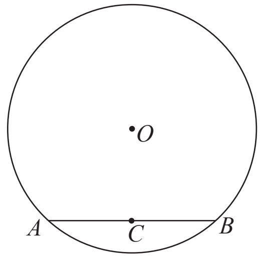
කේන්ද්‍රය හරහා යන ජ්‍යායකට **විෂ්කම්භයක්** යැයි කියනු ලැබේ. වෘත්තයක විෂ්කම්භ සියල්ල දිගින් සමාන වේ. වෘත්තයේ විශ්කම්භයක දිග සඳහා ද විෂ්කම්භය යැයි කියනු ලැබේ. විෂ්කම්භය, වෘත්තයක දිග ම ජ්‍යාය වේ. වෘත්තයක විශ්කම්භයක දිග එහි අරයේ දිග මෙන් දෙගුණයක් වේ.

27.1 වෘත්තයක කේන්ද්‍රයත් ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයත් යා කරන රේඛා ඛණ්ඩය

ක්‍රියාකාරකම 1

- කඩදාසියක් මත කවකටුව ආධාරයෙන් අරය සෙන්ටිමීටර 3ක් පමණ වූ වෘත්තයක් ඇඳ, කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න. එහි විෂ්කම්භයක් නොවන AB ජ්‍යායක් අඳින්න.
- කෝදුවෙන් මැනීමෙන් ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C ලෙස ලකුණු කර OC යා කරන්න.

- කෝණමානයක ආධාරයෙන් $O\hat{C}A$ (හෝ $O\hat{C}B$) කෝණයේ අගය මැන සොයන්න. එම කෝණය 90° බව, එනම් OC හා AB එකිනෙකට ලම්බ බව නිරීක්ෂණය කරන්න.



- මෙම වෘත්තයේ ම දිගින් වෙනස් වූ තවත් ජ්‍යා කිහිපයක් ඇඳ, එක් එක් ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හා කේන්ද්‍රය යා කරන රේඛාව, එක් එක් ජ්‍යායට ලම්බ බව නිරීක්ෂණය කරන්න.
- වෙනස් අර සහිත වෘත්ත කීපයක් ද ඇඳ ඉහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

ඔබ ලබා ගත් අත්දැකීම් පංතියේ අනෙක් සිසුන් සමඟ සාකච්ඡා කරන්න.

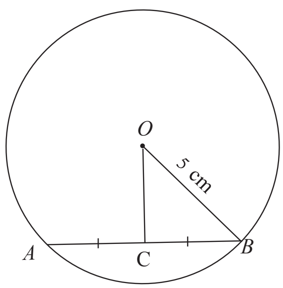
ඔබ හඳුනා ගත් සම්බන්ධය වෘත්තයක ජ්‍යා සම්බන්ධ ප්‍රමේයයකි.

ප්‍රමේයය:
වෘත්තයක කේන්ද්‍රයත් ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයත් යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ වේ.

ඉහත ප්‍රමේයය ඇසුරෙන් ගණනය කිරීම් සිදු කරන අයුරු විමසා බලමු.

නිදසුන 1

AB යනු O කේන්ද්‍රය හා අරය 5 cm වූ වෘත්තයක ජ්‍යායකි. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C වේ. $AB =$ 8 cm නම් OC හි දිග සොයන්න.
ඉහත තොරතුරු දැක්වෙන රූපයක් අඳිමු.



$O\hat{C}B = 90°$ (වෘත්තයක කේන්ද්‍රයත් ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයත් යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බයි)
OCB ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වේ.
මෙම ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන් OC දිග සොයමු.

$BC = \frac{8}{2} = 4\text{ cm}$ (C යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය නිසා)

$OB = 5\text{ cm}$ (වෘත්තයේ අරය)

$OB^2 = OC^2 + CB^2$ (පයිතගරස් ප්‍රමේයය)

$$\therefore \quad 5^2 = OC^2 + 4^2$$

$$25 = OC^2 + 16$$

$$25 - 16 = OC^2$$

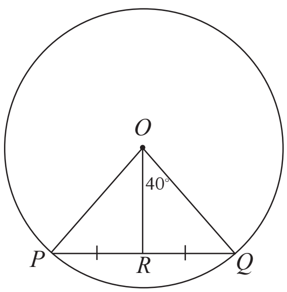
$$OC^2 = 9$$

$$\therefore \quad OC = \sqrt{9}$$

$$= \underline{\underline{3 \text{ cm}}}$$

නිදසුන 2

PQ යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යායකි. PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය R වේ. $Q\hat{O}R = 40^{\circ}$ නම් $O\hat{P}R$ සොයන්න.



$O\hat{R}Q = 90^{\circ}$ (වෘත්තයක කේන්ද්‍රයත් ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයත් යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ නිසා)

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 180° නිසා

$$O\hat{Q}P = 180^{\circ} - (40^{\circ} + 90^{\circ})$$

$$\therefore O\hat{Q}P = 50^{\circ}$$

දැන් OPQ ත්‍රිකෝණය සලකමු

$OQ = OP$ (එකම වෘත්තයේ අරයන්)

$\therefore$ OPQ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි.

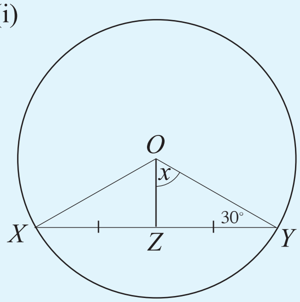
$$\therefore O\hat{P}R = O\hat{Q}R$$

$$\therefore \underline{\underline{O\hat{P}R = 50^{\circ}}}$$

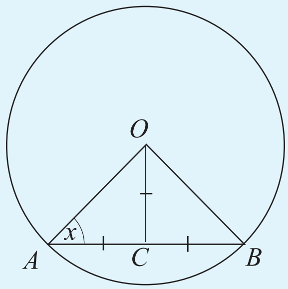
27.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව x හි අගය සොයන්න. O මගින් එක් එක් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය දැක්වේ.

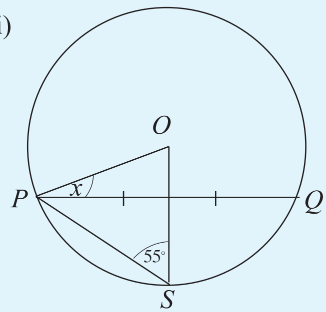
(i)



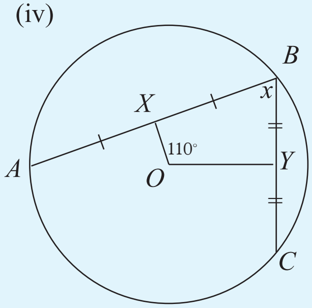
(ii)



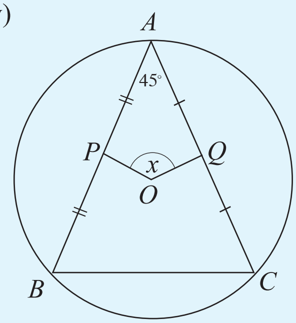
(iii)



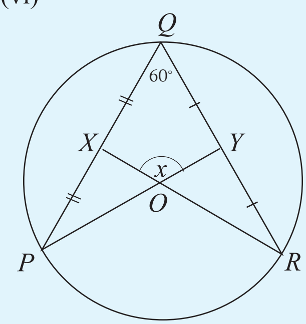
(iv)



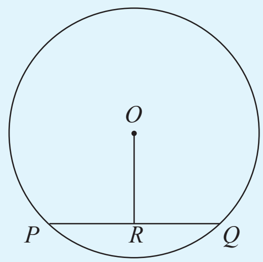
(v)



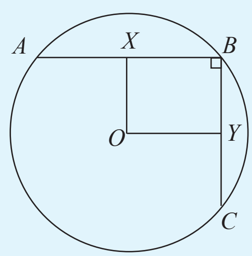
(vi)



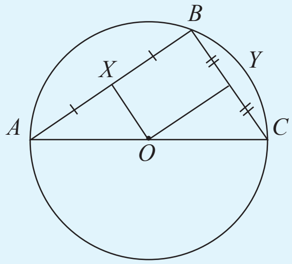
2. PQ යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යායකි. එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය R වේ. $PQ = 12$ cm හා $OR = 8$ cm නම්, වෘත්තයේ අරය සොයන්න.



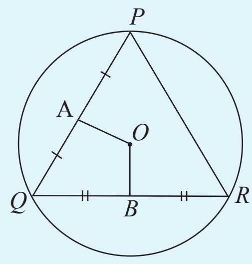
3. AB සහ BC යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක එකිනෙකට ලම්බ ජ්‍යා දෙකකි. $AB = 12$ cm ද $BC = 8$ cm ද වේ. AB සහ BC ජ්‍යායන්ගේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ. $OXBY$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.



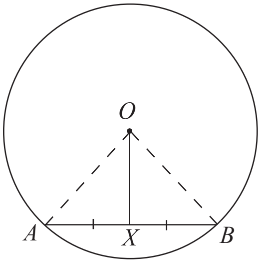
4. AB සහ BC යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යා වේ. එම ජ්‍යායන්ගේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ. $AB = 8$ cm ද $BC = 6$ cm ද නම් $BXOY$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.



5. PQR ත්‍රිකෝණයේ P, Q සහ R ලක්ෂ්‍ය O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක පිහිටා ඇත. PQ සහ QR පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් A සහ B වේ. $PQ = 16$ cm, $OA = 6$ cm සහ $OB = \sqrt{19}$ cm නම් QR පාදයේ දිග සොයන්න.



27.2 "වෘත්තයක කේන්ද්‍රයත් ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයත් යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ වේ" යන ප්‍රමේයය විධිමත් සාධනය



දත්තය : AB යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යායකි. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : ABට OX ලම්බ බව

නිර්මාණය : OA හා OB යා කරන්න.

සාධනය : OXA සහ OXB ත්‍රිකෝණවල

$AO = BO$ (එකම වෘත්තයේ අර)

$AX = XB$ (AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X බැවින්)

OX පොදු පාදය වේ.

$\therefore OXA\Delta \equiv OXB\Delta$ (පා.පා.පා. අවස්ථාව)

$\therefore O\hat{X}A = O\hat{X}B$

නමුත්, $O\hat{X}A + O\hat{X}B = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත කෝණ)

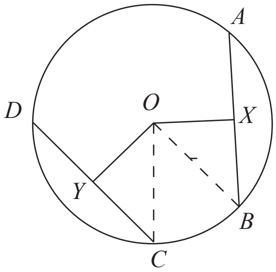
$\therefore 2\,O\hat{X}A = 180^\circ$

$\therefore O\hat{X}A = 90^\circ$

$\therefore$ ABට OX ලම්බ වේ.

ඉහත ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් අනුමේයය සාධනය කරන අයුරු විමසා බලමු.

නිදසුන 1



AB සහ CD යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක දිගින් සමාන ජ්‍යා දෙකකි. ඒවායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X සහ Y වේ. $OX = OY$ බව සාධනය කරන්න.

$OX = OY$ බව පෙන්වීම සඳහා OXB හා OYC ත්‍රිකෝණ දෙක කර්ණ පා. අවස්ථාව භාවිතයෙන් අංගසම බව පෙන්වමු.

OXB හා OYC ත්‍රිකෝණ දෙක සලකමු.

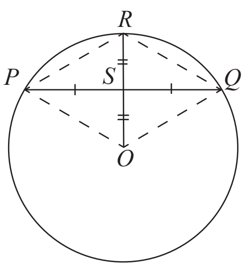
$O\hat{X}B = 90^\circ$ හා $O\hat{Y}C = 90^\circ$ වේ. (X යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ද, Y යනු CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ද නිසා)

$OB = OC$ (එකම වෘත්තයේ අර නිසා)

එනම් $XB = YC$ ($AB = CD$, X හා Y යනු සමාන ජ්‍යාවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය නිසා)
$\therefore OXB\Delta \equiv OYC\Delta$ (කර්ණ පා.)
අංගසම ත්‍රිකෝණවල ඉතිරි අනුරූප අංග සමාන වේ.

$\therefore \quad \underline{\underline{OX = OY}}$

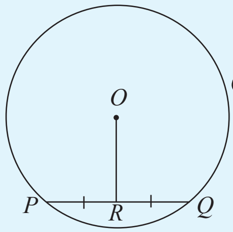
නිදසුන 2



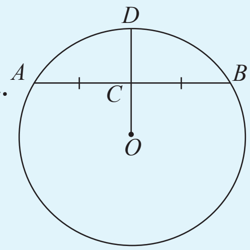
O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක පිහිටි PQ ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය S වේ. OS දික් කළ විට R හි දී වෘත්තය හමු වේ. $RS = SO$ නම්, $OPRQ$ රොම්බසයක් බව පෙන්වන්න.

$PS = SQ$ (PQ ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය S නිසා)
$RS = SO$ (දත්තය)
$OPRQ$ සමාන්තරාස්‍රයකි (චතුරස්‍රයේ විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේද වන නිසා)
$P\hat{S}O = 90^\circ$ (ප්‍රමේයය ඇසුරෙන්)
එනම් PQ හා RO එකිනෙකට ලම්බව සමච්ඡේදනය වේ.
$\therefore$ $PRQO$ රොම්බසයකි (විකර්ණ ලම්බව සමච්ඡේද වන චතුරස්‍රයක රොම්බසයක් නිසා)

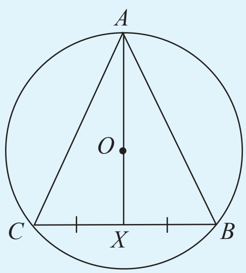
27.2 අභ්‍යාසය

1. 

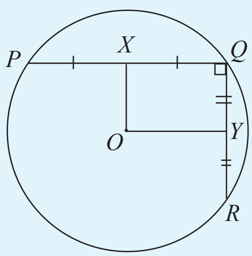
O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ PQ ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය R වේ නම් ද $R\hat{O}Q = 45^\circ$ ද නම් $RQ = OR$ බව පෙන්වන්න.

2. 

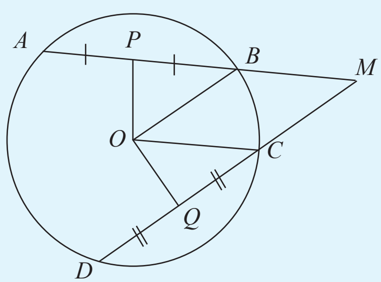
AB යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ ජ්‍යායකි. එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C වේ. දික් කරන ලද OC, Dහි දී වෘත්තයට හමු වේ. $AD = DB$ බව පෙන්වන්න.

3. 

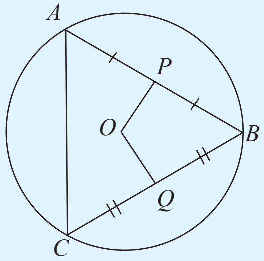
ABC ත්‍රිකෝණයේ A, B හා C ලක්ෂ්‍ය, O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් මත පිහිටයි. BCහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ. AX රේඛාව මත O පිහිටයි නම්, $AB = AC$ බව පෙන්වන්න.

4. 

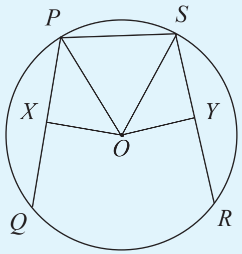
PQ සහ QR, O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක එකිනෙකට ලම්බ ජ්‍යා දෙකකි. එම ජ්‍යා දෙකේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X සහ Y වේ. $OXQY$ ඍජුකෝණාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

5. 

AB සහ CD, O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ ජ්‍යා වේ. එම ජ්‍යායන්ගේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P සහ Q වේ. AB හා DC ජ්‍යා දික් කළ විට M හි දී හමු වේ. $P\hat{O}Q$ හා $P\hat{M}Q$ පරිපූරක කෝණ යුගලයක් බව පෙන්වන්න.

6. 

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ AB සහ BC ජ්‍යායන්ගේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P සහ Q වේ. $P\hat{O}Q = B\hat{A}C + A\hat{C}B$ බව පෙන්වන්න.

7. 

PQ සහ RS, O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක සමාන ජ්‍යා දෙකකි. ඒවායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X සහ Y වේ. $X\hat{P}S = Y\hat{S}P$ බව පෙන්වන්න.

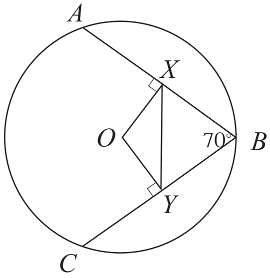
27.3 ප්‍රමේයයේ විලෝමය හා එහි භාවිත

ඉහත ප්‍රමේයයෙන් ප්‍රකාශ වූයේ ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට කේන්ද්‍රය යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ බවයි. එහි විලෝමය ද සත්‍ය වේ. එය පහත ප්‍රමේයයෙන් දැක්වේ.

ප්‍රමේයය: වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායකට අඳිනු ලබන ලම්බයෙන් එම ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වේ.

වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායකට අඳිනු ලබන ලම්බයෙන් ජ්‍යාය සමච්ඡේද වේ යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගණනය කිරීම් අඩංගු නිදසුන් කිහිපයක් දැන් අප විමසා බලමු.

නිදසුන 1



AB සහ BC යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක පිහිටි දිගින් සමාන ජ්‍යායන් වේ. O සිට ජ්‍යායන්ට අඳින ලද ලම්බ පිළිවෙළින් OX සහ OY වේ. $X\hat{B}Y = 70^\circ$ නම් $B\hat{X}Y$ හි අගය සොයන්න.

$OX \perp AB$ හා $OY \perp BC$ නිසා
AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X ද
BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය Y ද වේ
තවද, $AB = BC$ බව දී ඇති නිසා එයින් $XB = YB$ බව ලැබේ.

$\therefore BXY$ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි

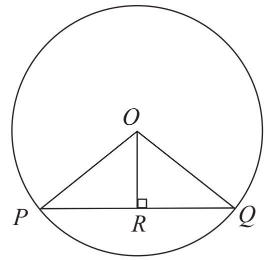
$\therefore B\hat{X}Y = B\hat{Y}X$ වේ.

$$\therefore B\hat{X}Y = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2}$$

$$= \underline{\underline{55^\circ}}$$

නිදසුන 2

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක PQ ජ්‍යායට අඳින ලද ලම්බය OR වේ. $OR = 3$ cm සහ $PQ = 8$ cm නම් වෘත්තයේ අරය සොයන්න.



$PQ \perp OR$ නිසා R යනු PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ.

$\therefore\ PR = \frac{8}{2} = 4$ cm

දැන්,

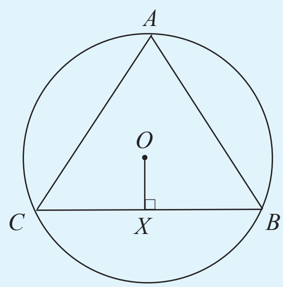
ORP ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්

$$OP^2 = OR^2 + PR^2$$
$$= 3^2 + 4^2$$
$$= 25$$
$$\therefore OP = \sqrt{25}$$
$$= 5$$

$\therefore$ වෘත්තයේ අරය 5 cm වේ.

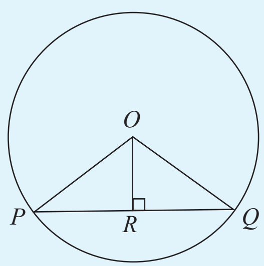
27.3 අභ්‍යාසය

1.



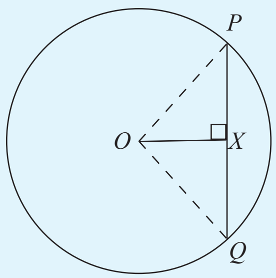
ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයේ A, B හා C ලක්ෂ්‍ය O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත පිහිටා ඇත. O සිට BCට අඳින ලද ලම්බය OX වේ. $XB = 6$ cm නම් ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

2.

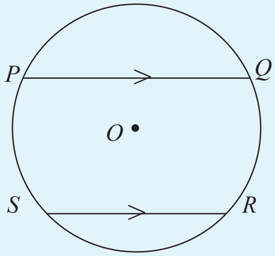


PQ යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යායකි. O සිට PQට අඳින ලද ලම්බය OR වේ. $PQ = 12$ cm, $OR = 8$ cm නම් OPQ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

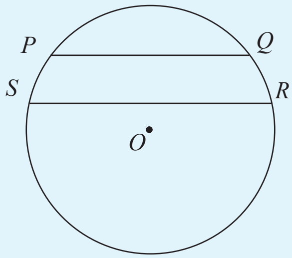
3.



PQ යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක පිහිටි ජ්‍යායකි. O සිට PQට අඳින ලද ලම්බය OX වේ. $PQ = 6$ cm හා වෘත්තයේ අරය 5 cm නම් OX හි දිග සොයන්න.

4. 

PQ සහ RS යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක කේන්ද්‍රය දෙපසින් පිහිටි සමාන්තර ජ්‍යා දෙකකි. වෘත්තයේ අරය 10 cm වේ. $PQ = 16$ cm සහ $SR = 12$ cm නම්, ජ්‍යා දෙක අතර දුර සොයන්න.

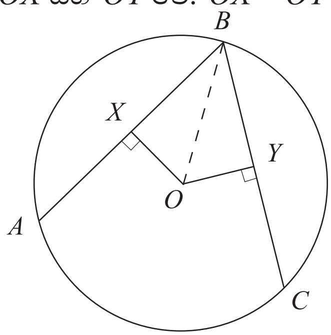
5. 

PQ සහ RS යනු O කේන්ද්‍රය වූ දී ඇති වෘත්තය මත පිහිටි එකිනෙකට සමාන්තර ජ්‍යා දෙකකි. වෘත්තයේ අරය 10 cm වේ. $PQ = 12$ cm ද $SR = 16$ cm නම්, ජ්‍යා දෙක අතර දුර සොයන්න.

27.4 "වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායට අඳින ලද ලම්බයෙන් ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වේ" යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් අනුමේයයන් සාධනය කිරීම

නිදසුන 1

AB සහ BC යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක සමාන ජ්‍යායයන් දෙකකි. O සිට AB ට සහ BC ට අඳින ලද ලම්බ OX සහ OY වේ. $OX = OY$ බව සාධනය කරන්න.



OXB හා OYB සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ කර්ණ පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම කිරීම මගින් $OX = OY$ බව සාධනය කරමු.

OXB හා OYB සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල

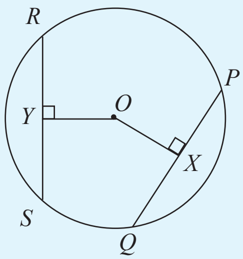
OB පොදු පාදය වේ.

$AB = BC$ බැවින් $XB = YB$ වේ (ඉහත ප්‍රමේයය අනුව)

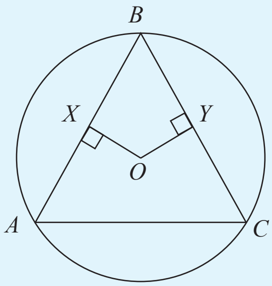
$\therefore OXB\Delta \equiv OYB\Delta$ (කර්ණ පා.)

$\therefore \underline{\underline{OX = OY}}$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල ඉතිරි අනුරූප අංග සමාන නිසා)

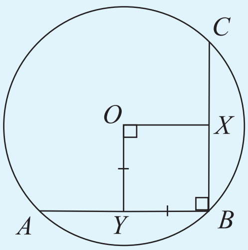
27.4 අභ්‍යාසය

1. 

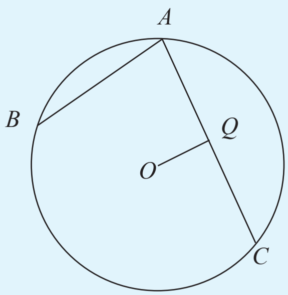
PQ සහ RS, O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යායන් දෙකකි. OX සහ OY, O සිට PQ සහ RSට අඳින ලද ලම්බ වේ. $OX = OY$ නම් $PQ = RS$ බව සාධනය කරන්න. (ඉඟියː OS හා OQ යා කරන්න)

2. 

ABC ත්‍රිකෝණයේ A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය, O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් මත පිහිටා ඇත. ABට සහ BCට O සිට අඳින ලද ලම්බ OX සහ OY වේ. $AX = CY$ නම් $B\hat{A}C = B\hat{C}A$ බව සාධනය කරන්න.

3. 

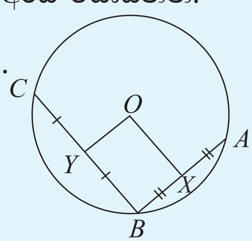
AB සහ BC යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක එකිනෙකට ලම්බ, සමාන ජ්‍යාය දෙකකි. දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් $OXBY$ සමචතුරස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

4. 

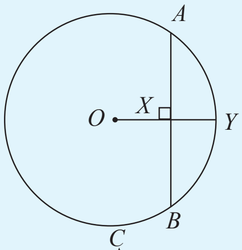
AB සහ AC යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යා දෙකකි. O සිට ACට අඳින ලද ලම්බය OQ වේ. $2AB = AC$ නම් $AB = AQ$ බව සාධනය කරන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

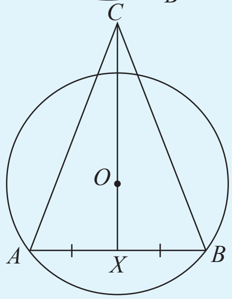
1. වෘත්තයක ජ්‍යායක් කේන්ද්‍රයට 8 cm දුරින් පිහිටයි. ජ්‍යායේ දිග 12 cmක් නම් වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

2 . 

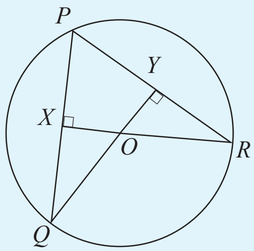
O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක අරය 5 cm වේ. එහි AB සහ BC ජ්‍යායන්ගේ දිග 6 cm සහ 8 cm වේ. ජ්‍යාවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X සහ Y වේ. $OXBY$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.

3. 

AB යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක පිහිටි, දිග 8 cm වූ ජ්‍යායකි. O සිට ජ්‍යායට අඳින ලද ලම්බය X හි දී ජ්‍යාය ඡේදනය කරන අතර Y හි දී වෘත්තය හමු වේ. $XY = 3$ cm නම් වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

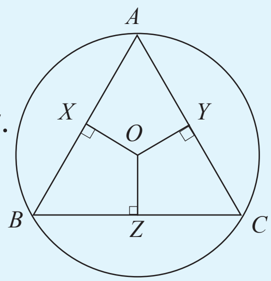
4. 

AB යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යායකි. එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ. X සිට O හරහා අඳින ලද රේඛාව මත C ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. $AC = BC$ බව සාධනය කරන්න.

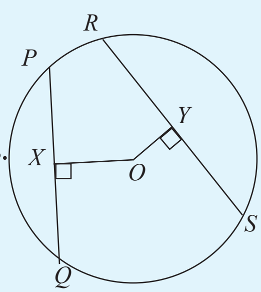
5. 

PQ සහ PR යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යා වේ. O සිට PQට සහ PRට අඳින ලම්බ OX සහ OY වේ. RX හා QY සරල රේඛා නම් $PQ = PR$ බව සාධනය කරන්න.

6. වෘත්තයක කේන්ද්‍රයට 5 cm දුරින් 24 cm දිග ජ්‍යායක් පිහිටයි. තවත් ජ්‍යායක් කේන්ද්‍රයට 12 cm දුරින් පිහිටයි. එම ජ්‍යායේ දිග සොයන්න.

7. 

ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයේ A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය, O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක පිහිටා ඇත. කේන්ද්‍රයේ සිට ත්‍රිකෝණයේ පාදවලට අඳින ලද ලම්බ OX, OY හා OZ වේ. $OX = OY = OZ$ බව සාධනය කරන්න.

8. 

PQ සහ RS, O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යා දෙකකි. O සිට PQ සහ RSට අඳින ලද ලම්බ OX සහ OY වේ.
$PQ^2 - RS^2 = 4OY^2 - 4OX^2$ බව පෙන්වන්න.

28 නිර්මාණ

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- මූලික පථ හතරක් නිර්මාණය කිරීමට
- දෙන ලද දත්ත ඇසුරෙන් ත්‍රිකෝණ නිර්මාණය කිරීමට
- සමාන්තර රේඛා හා ඒ ආශ්‍රිත නිර්මාණය කිරීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

28.1 මූලික පථ නිර්මාණය

චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක ගමන් මග එම ලක්ෂ්‍යයේ පථය ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. එදිනෙදා පරිසරය ආශ්‍රිතව දක්නට ලැබෙන පථ සඳහා නිදසුන් කීපයක් පහත දැක්වේ.

1. ගසකින් ගිලිහෙන ගෙඩියක් පොළවට පතිත වන ගමන් මග
2. ඔරලෝසුවක කටුවක තුඩෙහි ගමන් මග
3. සූර්යයා වටා භ්‍රමණය වන ග්‍රහ වස්තුවක ගමන් මග
4. අවලම්බක ඔරලෝසුවක බට්ටාගේ ගමන් මග
5. පිත්තකින් පන්දුවට පහර දුන් විට පන්දුවේ ගමන් මග

මෙම පාඩමේ දී අප විසින් සලකා බලනු ලබන්නේ එකම තලයක පිහිටි පථ පිළිබඳව පමණි

සටහන:

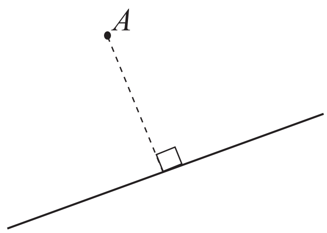
පථ නිර්මාණය කිරීමට යොමුවීමට පෙර පහත දැක්වෙන කරුණු පිළිබඳ ව ඔබේ අවධානය යොමු කරන්න.

1. ලක්ෂ්‍ය දෙකක් අතර දුර:

තලයක පිහිටි A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක් සලකමු. එම ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර දුර යන්නෙන් අදහස් වන්නේ එම ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන සරල රේඛා ඛණ්ඩයේ දිගයි.

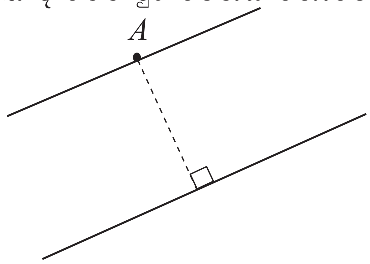
2. ලක්ෂ්‍යයක සිට සරල රේඛාවකට දුර:

දී ඇති A ලක්ෂ්‍යය හා දී ඇති සරල රේඛාවක් සලකමු. A සිට සරල රේඛාවකට ඇති දුර යන්නෙන් අදහස් වන්නේ A සිට සරල රේඛාවට ඇති කෙටිම දුරයි. එම කෙටිම දුර වන්නේ එම රේඛාවට ඇති ලම්බ දුරයි.



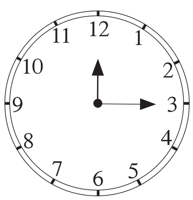
3. සමාන්තර රේඛා දෙකක් අතර දුර:

පහත දැක්වෙන සමාන්තර සරල රේඛා දෙක සලකන්න. එක් රේඛාවක් මත ඕනෑම A ලක්ෂ්‍යයක් ගනිමු. A සිට අනෙක් රේඛාවට ඇති ලම්බ දුරට මෙම සමාන්තර රේඛා දෙක අතර දුර යැයි කියනු ලැබේ. රේඛා දෙක සමාන්තර නිසා, A ලක්ෂ්‍යය රේඛාව මත කොතැනින් තෝරා ගත්ත ද මෙම දුර වෙනස් නොවේ.



දැන් අපි මූලික පථ 4ක් පිළිබඳව විමසා බලමු.

1. අචල ලක්ෂ්‍යයකට නියත දුරකින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කිරීම



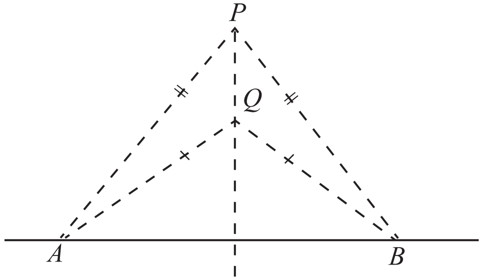
රූපයේ දැක්වෙන ඔරලෝසුවේ එක් එක් කටුවේ තුඩ සෑම විටම කටුව සවි වී ඇති අක්ෂයේ සිට නියත දුරකින් පිහිටයි. ඔරලෝසුව සක්‍රිය වී ඇති විට එහි එක් එක් කටුවේ තුඩ ගමන් ගන්නා මාර්ගය වෘත්තාකාර වන බව ඔබට නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකි ය. ඔරලෝසුවේ කටු අක්ෂයේ සවි කර ඇති ස්ථානය එම වෘත්තවල කේන්ද්‍රය වන අතර එක් එක් කටුවේ දිග වෘත්තයේ අරය වේ. මෙහි දී කටුවක තුඩ අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට නියත දුරකින් ගමන් ගන්නා බව නිරීක්ෂණය කරන්න. එම නියත දුර වන්නේ කටුවේ දිගයි.

අචල ලක්ෂ්‍යයකට නියත දුරකින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය වෘත්තයක් වේ.

වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන අයුරු විමසා බලමු.

අචල ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න. නිර්මාණය කිරීමට අවශ්‍ය වෘත්තයේ අරය කටුවට සරල දාරය ආධාරයෙන් ගෙන, කවකටුවේ තුඩ අචල ලක්ෂ්‍යය මත තබා වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

2. අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සම දුරින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කිරීම



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P ලක්ෂ්‍යය A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකටම සම දුරින් පිහිටයි. Q ලක්ෂ්‍යය ද A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකටම සම දුරින් පිහිටි තවත් ලක්ෂ්‍යයකි. A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකටම සම දුරින් පිහිටි මෙවැනි ලක්ෂ්‍ය විශාල ගණනක් ඇත. එම ලක්ෂ්‍ය සියල්ලම යා කළහොත් ලැබෙන්නේ කුමක්දැයි නිරීක්ෂණය කරන්න.

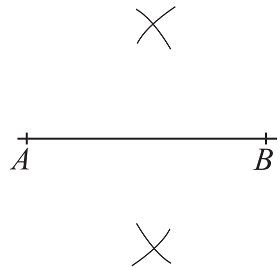
එම ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ලැබෙන රේඛාව A හා B ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන බවත් AB රේඛාවට ලම්බ බවත් පැහැදිලි වනු ඇත.

අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සම දුරකින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය එම අචල ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන රේඛා ඛණ්ඩයේ ලම්බ සමච්ඡේදකය වේ.

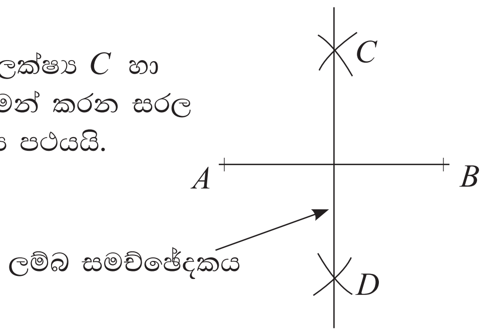
දැන් එම පථය, එනම් AB රේඛා ඛණ්ඩයේ ලම්බ සමච්ඡේදකය, නිර්මාණය කරන අයුරු විමසා බලමු.

A හා B නම් ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කරන්න.

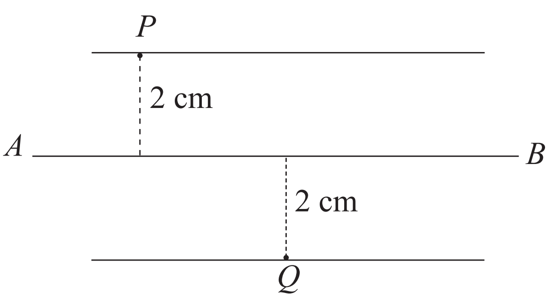
පියවර 1: AB රේඛා ඛණ්ඩය ඇඳ එහි දිගින් හරි අඩකට වඩා වැඩි අරයක් ලැබෙන සේ කවකටුව සකස් කරගෙන A හා B ලක්ෂ්‍ය එක එකක් කේන්ද්‍ර කොටගත් (රූපයේ පරිදි) ඡේදනය වන වෘත්ත චාපය බැගින් අඳින්න.



පියවර 2: එම වෘත්ත චාප දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය C හා D ලෙස නම් කර C හා D හරහා ගමන් කරන සරල රේඛාව අඳින්න. මෙම රේඛාව අවශ්‍ය පථයයි.



3. සරල රේඛාවකට නියත දුරින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කිරීම



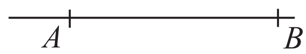
AB රේඛාවට සමාන්තරව, එම රේඛාව දෙපසින් ඇඳ ඇති රේඛා යුගලයක් රූපයේ දැක්වේ. එම එක් එක් රේඛාව AB සිට 2 cm නියත දුරින් පිහිටා ඇත. විලෝම වශයෙන්, AB රේඛාවේ සිට 2 cm නියත දුරකින් යම් ලක්ෂ්‍යයක් පිහිටයි නම් එම ලක්ෂ්‍යය ඉහත රේඛා 2න් එකක් මත පිහිටිය යුතු බව පැහැදිලි ය.

මේ අනුව AB රේඛාවේ සිට සෙන්ටිමීටර 2ක නියත දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පථය වනුයේ ABට සමාන්තරව හා ABට දෙපසින් සෙන්ටිමීටර 2ක දුරකින් පිහිටි එකිනෙකට සමාන්තර රේඛා යුගලයකි.

දී ඇති සරල රේඛාවකට දී ඇති නියත දුරකින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය එම සරල රේඛාවට දෙපසින්, දී ඇති නියත දුරින් හා දී ඇති රේඛාවට සමාන්තරව පිහිටි සරල රේඛා යුගලය වේ.

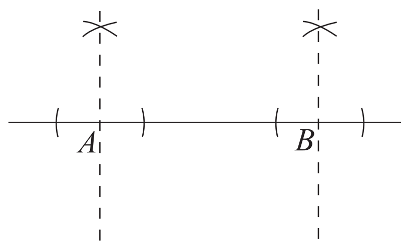
දැන් එම පථය, එනම් දී ඇති රේඛාවකට සම දුරින් පිහිටි සමාන්තර රේඛා යුගලයක් නිර්මාණය කරන අයුරු විමසා බලමු.

සරල දාරය ආධාරයෙන් රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න.

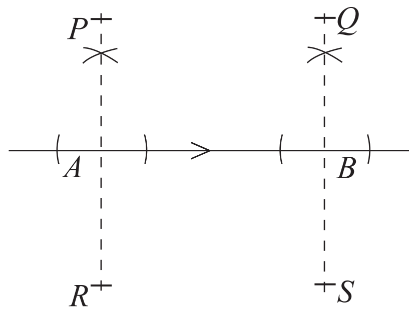


එම රේඛාව මත A හා B ලක්ෂ්‍ය 2ක් තෝරා ගන්න.

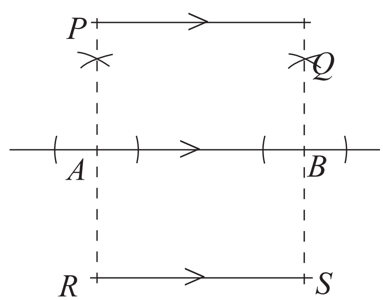
පියවර 1: A හා B ලක්ෂ්‍යවල දී රේඛාවට ලම්බ දෙකක් නිර්මාණය කරන්න.



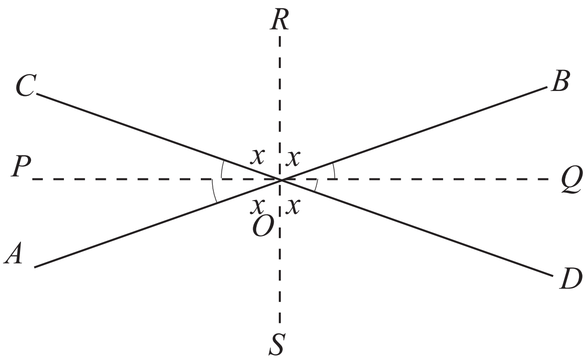
පියවර 2: එම එක් එක් ලම්බය මත රේඛාවට දෙපසින්ම නියත දුරකින් (2 cm යැයි සිතමු.) ලක්ෂ්‍ය දෙක බැගින් ලකුණු කර ඒවා රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P, Q, R, S ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 3: P හා Q හරහාත් R හා S හරහාත් සරල රේඛා අඳින්න. මෙම රේඛා දෙක අවශ්‍ය පථයි.



4. ඡේදනය වන සරල රේඛා දෙකකට සම දුරින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කිරීම

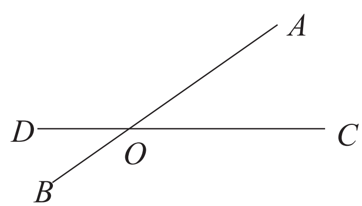


රූපයේ දැක්වෙන AB හා CD සරල රේඛා O හි දී ඡේදනය වේ. PQ රේඛාව ඇඳ ඇත්තේ $A\hat{O}C$ (හා $B\hat{O}D$) කෝණය සමාන කෝණ දෙකකට බෙදෙන පරිදි ය. මෙම PQ රේඛාවට $A\hat{O}C$ (හෝ $B\hat{O}D$) හි කෝණ සමච්ඡේදකය යැයි කියනු ලැබේ. එලෙසම, RS රේඛාව ඇඳ ඇත්තේ $C\hat{O}B$ (හා $A\hat{O}D$) සමාන කෝණ දෙකකට බෙදෙන පරිදිය. මෙම RSට $C\hat{O}B$ (හෝ $A\hat{O}D$) හි කෝණ සමච්ඡේදකය යැයි කියනු ලැබේ.

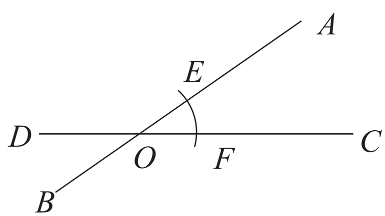
දැන් PQ රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක සිට AB රේඛාවට ඇති දුර හා CD රේඛාවට ඇති දුර සමාන වන බව ඔබට නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකිවනු ඇත. එලෙසම RS රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක සිට AB රේඛාවට ඇති දුර හා CD රේඛාවට ඇති දුර සමාන බව ද වටහා ගන්න. විලෝම වශයෙන්, රේඛා දෙකටම සමාන දුරින් යම් ලක්ෂ්‍යයක් පිහිටයි නම් එම ලක්ෂ්‍යය PQ මත හෝ RS මත පිහිටිය යුතු බව ඔබට අනුමාන කළ හැකි ද?

දී ඇති ඡේදනය වන සරල රේඛා දෙකකට සම දුරින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය එම සරල රේඛා දෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන කෝණවල සමච්ඡේදකය වේ.

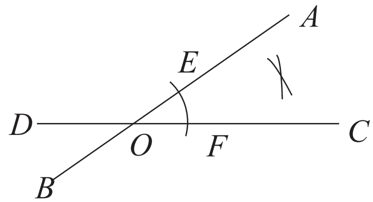
දැන් එම පථය නිර්මාණය කරන අයුරු විමසා බලමු. AB හා CD නම් සරල රේඛා දෙකක් O හි දී ඡේදනය වේ යැයි සිතමු.



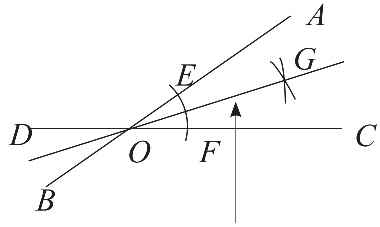
පියවර 1: කවකටුව භාවිතයෙන් O කේන්ද්‍ර කොට ගෙන BA හා DC ඡේදනය වන සේ වෘත්ත චාපයක් අඳින්න. වෘත්ත චාපය මගින් BA හා DC රේඛා ඡේදනය වන ස්ථාන පිළිවෙළින් E හා F ලෙස නම් කරන්න.



පියවර2: කවකටුව භාවිතයෙන් E හා F කේන්ද්‍ර ලෙස ගෙන එකිනෙක ඡේදනය වන සේ චාප දෙකක් අඳින්න.



පියවර 3: චාප දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය G ලෙස නම් කර O හා G හරහා ගමන් කරන සරල රේඛාව අඳින්න. මෙය අවශ්‍ය කෝණ සමච්ඡේදකයයි.



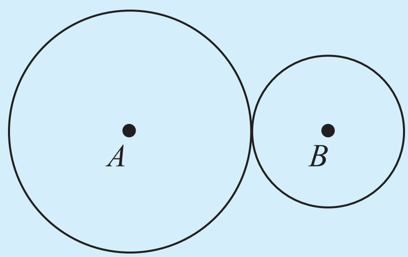
මෙපරිද්දෙන්ම, අනෙක් කෝණ සමච්ඡේදකය ද නිර්මාණය කරන්න.

28.1 අභ්‍යාසය

1. ඔරලෝසුවක තත්පර කටුවේ දිග සෙන්ටිමීටර 3.5ක් නම් තත්පර කටුවේ තුඩෙහි ගමන් මග නිර්මාණය කර දක්වන්න.

2. කඹයකින් ගසක ගැටගසා සිටින ගවයකු හා ගස අතර උපරිම දුර ප්‍රමාණය මීටර 5ක් නම් ගසට උපරිම දුරින් සිටින සේ ගවයාට ගමන්කළ හැකි ගමන් මාර්ගයේ දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

3. A යනු අරය සෙන්ටිමීටර 3ක් වූ අචල දැති රෝදයක කේන්ද්‍රය වන අතර B යනු අරය සෙන්ටිමීටර 2ක් වූ සචල දැති රෝදයක කේන්ද්‍රය වේ. A කේන්ද්‍රය වූ දැති රෝදය වටා B කේන්ද්‍රය වූ දැති රෝදය භ්‍රමණය වීමේ දී B කේන්ද්‍රයේ පථය නිර්මාණය කරන්න.

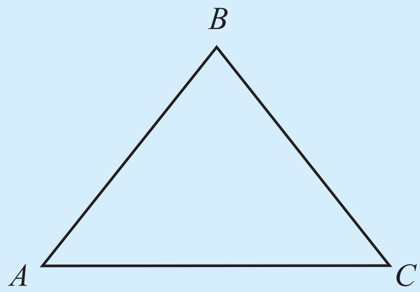


4. (i) $PQ = 5$ cm වූ සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න. P හා Q කේන්ද්‍ර ලෙස ගෙන අරය 3 cm බැගින් වූ වෘත්ත දෙකක් අඳින්න.
   (ii) වෘත්ත දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය X හා Y ලෙස නම් කරන්න. X හා Y යා කරන්න.
   (iii) PQ හා XY රේඛා ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය S ලෙස නම් කර PS හා QS දිග මැන ලියන්න.
   (iv) $P\hat{S}X$ හා $Q\hat{S}X$ හි විශාලත්ව මැන ලියන්න.
   (v) XY රේඛාව මගින් දැක්වෙන පථය විස්තර කරන්න.

5. $AB = 7$ cm වූ රේඛා ඛණ්ඩයක් නිර්මාණය කොට එම රේඛාව සමාන කොටස් හතරකට බෙදා දක්වන්න.

6. $AB = 5$ cm ද $B\hat{A}C = 40^\circ$ ද වන පරිදි $B\hat{A}C$ කෝණය අඳින්න. A හා B ලක්ෂ්‍යවලට සම දුරින් පිහිටි පථය නිර්මාණය කොට එම පථය මගින් AC රේඛාව ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය D ලෙස නම් කරන්න.

7. (i) සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය ABC ලෙස නම් කරන්න.
(ii) A හා C ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කරන්න.
(iii) A හා B ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කරන්න.
(iv) එම පථ (ii) හා (iii) හි ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම් කරන්න. මෙම O ලක්ෂ්‍යයේ සිට A, B හා C ලක්ෂ්‍යවලට ඇති දුර පිළිබඳව ඔබට කිව හැක්කේ කුමක් ද?

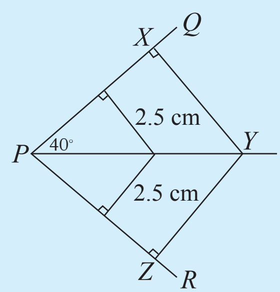


8. KL නම් සරල රේඛා ඛණ්ඩය අඳින්න. එම සරල රේඛා ඛණ්ඩයට සෙන්ටිමීටර 2.5ක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කරන්න.

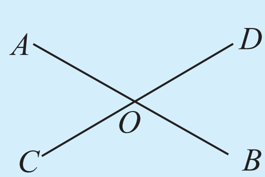
9. දිග සෙන්ටිමීටර 5ක් ද පළල සෙන්ටිමීටර 3ක් ද වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක් අඳින්න. මෙම සෘජුකෝණාස්‍රයේ පාදවලට පිටතින් සෙන්ටිමීටර 2ක් දුරින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කරන්න.

10. කෝණමානය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන කෝණ ඇඳ ඒවායේ කෝණ සමච්ඡේදක නිර්මාණය කරන්න.
(i) 60° (ii) 90° (iii) 120°

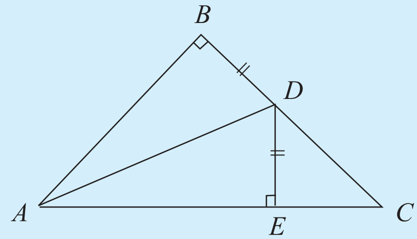
11. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
(i) PQ හා PR රේඛාවලට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය නම් කරන්න.
(ii) XY හා YZ අතර සම්බන්ධය ලියා දක්වන්න.
(iii) $R\hat{P}Y$ හි අගය කුමක් ද?



12. රූපයේ දැක්වෙන AB හා CD සරල රේඛා O හි දී ඡේදනය වේ.
(i) AB හා CD සරල රේඛා දෙකට සම දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය නිර්මාණය කරන්න.
(ii) එම පථය සමන්විත වන රේඛා දෙක අතර කෝණයෙහි අගය කීය ද?



13. රූපයේ $A\hat{B}C = A\hat{E}D = 90^\circ$ ද $BD = DE$ ද වේ.
   (i) AB හා AC රේඛාවලට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය නම් කරන්න.
   (ii) $A\hat{C}B = 40^\circ$ නම් $B\hat{A}D$ හා $C\hat{A}D$ හි අගය කුමක්ද?



28.2 ත්‍රිකෝණ නිර්මාණය

ත්‍රිකෝණයකට පාද තුනක් හා කෝණ තුනක් ඇත. ත්‍රිකෝණයක පාද හා කෝණ එහි අංග ලෙස හැඳින්වේ. අංග තුනක් දී ඇතිවිට ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකි අවස්ථා තුනක් අධ්‍යයනය කරමු.

1. එක් එක් පාදයේ දිග දී ඇති විට

නිදසුන 1

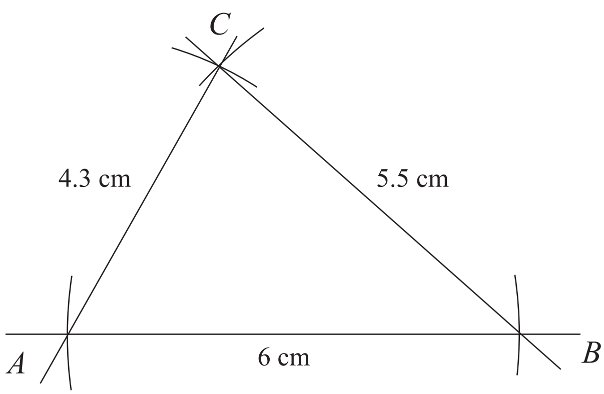
$AB = 6$ cm ද $BC = 5.5$ cm ද $AC = 4.3$ cm ද වූ ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

පියවර 1 : 6 cmක් දිග රේඛා ඛණ්ඩයක් නිර්මාණය කර එය AB ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 2 : B කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන අරය 5.5 cmක් වූ වෘත්ත චාපයක් (ප්‍රමාණවත් දිගින් යුක්ත) අඳින්න.

පියවර 3 : ඉහත පියවර 2 හි නිර්මාණය කළ වෘත්ත චාපය ඡේදනය වන සේ A කේන්ද්‍ර කරගෙන අරය සෙන්ටිමීටර 4.3ක් වූ තවත් වෘත්ත චාපයක් අඳින්න.

පියවර 4 : වෘත්ත චාප දෙක ඡේදනය වූ ලක්ෂ්‍යය C ලෙස නම් කර A හා Cත් B හා Cත් යා කිරීමෙන් ABC ත්‍රිකෝණය සම්පූර්ණ කරන්න.



2. පාද දෙකක දිග හා අන්තර්ගත කෝණයේ අගය දුන් විට

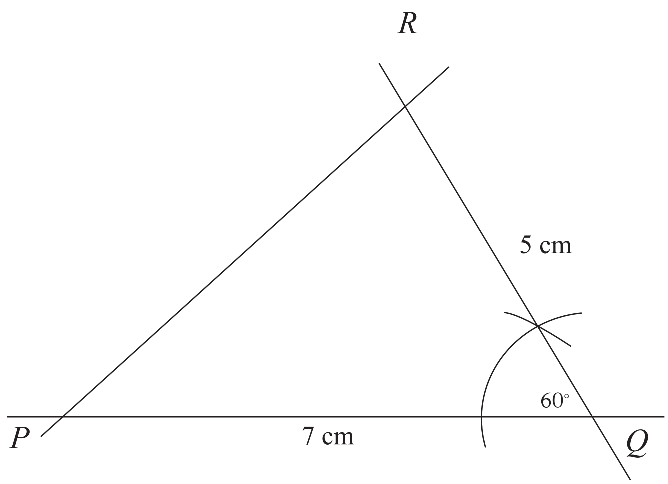
නිදසුන 2

$PQ = 7$ cm ද $QR = 5$ cm ද $P\hat{Q}R = 60^\circ$ ද වූ PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

පියවර 1 : 60°ක කෝණයක් නිර්මාණය කර එහි ශීර්ෂය Q ලෙස නම් කරන්න. මෙම කෝණයේ බාහුවල දිග දී ඇති පාදවල දිගවලට වඩා වැඩි විය යුතු ය.

පියවර 2 : මෙම කෝණයෙහි එක් බාහුවක් මත 7 cm දිග QP රේඛා ඛණ්ඩයකුත් අනෙක් බාහුව මත 5 cm දිග QR රේඛා ඛණ්ඩයකුත් නිර්මාණය කරන්න. (රූපය බලන්න)

පියවර 3: P හා R යා කර PQR ත්‍රිකෝණය සම්පූර්ණ කරන්න.



3. කෝණ දෙකක අගය හා පාදයක දිග දුන් විට

නිදසුන 3

$XY = 6.5$ cm ද $X\hat{Y}Z = 45^\circ$ ද $Y\hat{X}Z = 60^\circ$ ද වූ $X\hat{Y}Z$ ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

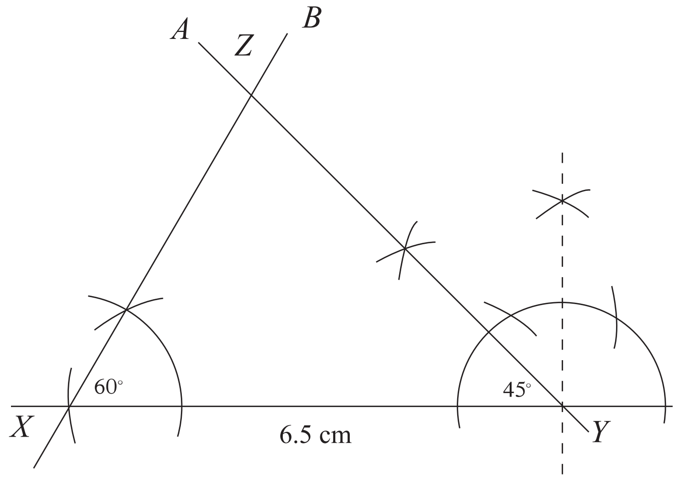
පියවර 1 : 6.5 cm දිග රේඛා ඛණ්ඩයක් නිර්මාණය කර එය XY ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 2 : Y හි දී $X\hat{Y}A = 45^\circ$ වන පරිදි $X\hat{Y}A$ කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.

පියවර 3 : X හි දී $Y\hat{X}B = 60^\circ$ වන පරිදි $Y\hat{X}B$ කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.

පියවර 4 : YA හා XB රේඛා ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය Z ලෙස නම් කරන්න. එවිට $X\hat{Y}Z$ යනු අවශ්‍ය ත්‍රිකෝණයයි.

සටහන: ඉහත නිදසුනෙහි පාදයක දිගත්, එම පාදයෙහි දෙකෙළවර ශීර්ෂ ලෙස පිහිටි කෝණත් දී තිබුණි. දෙකෙළවර කෝණයක් දී නොමැති විට දී කළ යුත්තේ මුලින් ම එම කෙළෙවර ශීර්ෂය වන කෝණයේ අගය සොයා ගැනීමයි (ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනෙහි එකතුව 180° නිසා).



28.2 අභ්‍යාසය

1. පාදයක දිග 6 cmක් වූ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
2. $PQ = 8$ cm ද $PR = QR = 6$ cm ද වූ PQR සමද්විපාද ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
3. (i) $KL = 7.2$ cm ද $LM = 6.5$ cm ද $KM = 5$ cm ද වූ KLM ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය මැන ලියන්න.
4. (i) $AB = 6$ cm ද $A\hat{B}C = 90^\circ$ ද $BC = 4$ cm ද වූ ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) AC පාදයේ දිග මැන ලියන්න.
   (iii) AB, BC හා AC පාද අතර සම්බන්ධයක් ලියා දක්වන්න.
   (iv) එමගින් $\sqrt{52}$ සඳහා ආසන්න අගයක් ලබා ගන්න.
5. (i) $XY = 5$ cm ද $X\hat{Y}Z = 75^\circ$ ද $YZ = 6$ cm ද වූ XYZ ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) XZ පාදයේ දිග මැන ලියන්න.
   (iii) $Y\hat{X}Z$ හි අගය මැන ලියන්න.
6. (i) $RS = 6.5$ cm ද $S\hat{R}T = 120^\circ$ ද $RT = 5$ cm ද වූ SRT ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) SR පාදයට සමාන්තරව T හරහා රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.
7. $DE = 6.8$ cm ද $D\hat{E}F = 60^\circ$ ද $E\hat{D}F = 90^\circ$ ද වූ DEF ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
8. (i) $AB = 6$ cm ද $A\hat{B}C = 105^\circ$ ද $BC = 4.5$ cm ද වූ ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) එමගින් $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.
   (iii) AC විකර්ණයේ දිග මැන ලියන්න.

9. (i) $QR = 7$ cm ද $Q\hat{R}P = 60^\circ$ ද $Q\hat{P}R = 75^\circ$ ද වූ PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
 (ii) P සිට QR ට ලම්බයක් නිර්මාණය කර එහි අඩිය S ලෙස නම් කරන්න.
 (iii) PS හි දිග මැන ලියන්න.

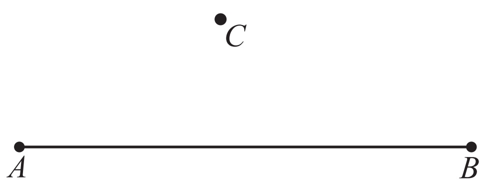
10. (i) $KL = 6.5$ cm ද $K\hat{L}M = 75^\circ$ ද $LM = 5$ cm ද වූ KLM ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
 (ii) K හා M ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් පිහිටන සේ ද $MN = 4$ cm ද වන සේ N ලක්ෂ්‍යයක් සොයා $KLMN$ චතුරස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.
 (iii) $L\hat{K}N$ හි අගය මැන ලියන්න.

28.3 සමාන්තර රේඛා හා ඒ ආශ්‍රිත නිර්මාණ

විහිත චතුරස්‍රය හා සරල දාරය භාවිතයෙන් සමාන්තර රේඛා නිර්මාණය කරන ආකාරය මීට පෙර ඔබ අධ්‍යයනය කර ඇත. දැන් කවකටුව හා සරල දාරය භාවිතයෙන් සමාන්තර රේඛා නිර්මාණය කරන ආකාරය අධ්‍යයනය කරමු.

1. සරල රේඛාවකට බාහිරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් හරහා එම රේඛාවට සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කිරීම.

1 ක්‍රමය (අනුරූප කෝණ ඇසුරෙන්)
දී ඇති රේඛාව AB යැයි ද බාහිර ලක්ෂ්‍යය C යැයි ද සිතමු.



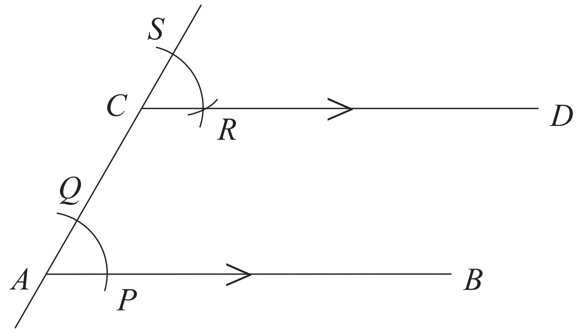
පියවර 1 : A හා C හරහා ගමන් කරන සරල රේඛාව අඳින්න.

පියවර 2 : A කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන $B\hat{A}C$ මත වෘත්ත චාපයක් අඳින්න. එය PQ ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 3 : එම අරයම සහිතව (එනම්, කවකටුව වෙනස් නොකර), C කේන්ද්‍රය කොටගෙන දික්කළ AC,S හිදී ඡේදනය වන සේ තවත් වෘත්ත චාපයක් අඳින්න.

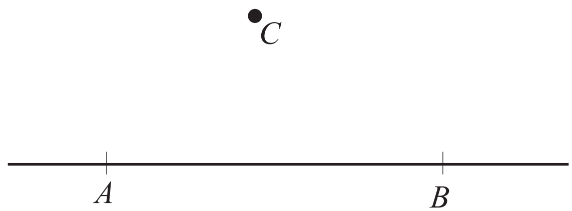
පියවර 4 : PQහි දිගට සමාන RS දිගක් දෙවන වෘත්ත චාපය මත ලකුණු කරන්න.

පියවර 5 : CR යා වන සේ CD රේඛාව අඳින්න. එවිට ලැබෙන $R\hat{C}S$ කෝණය $B\hat{A}C$ ට සමාන අනුරූප කෝණයක් වන නිසා AB හා CD රේඛා සමාන්තර වේ.



2 ක්‍රමය (ඒකාන්තර කෝණ ඇසුරෙන්)

දී ඇති රේඛාව AB යැයි ද බාහිර ලක්ෂ්‍යය C යැයි ද සිතමු.



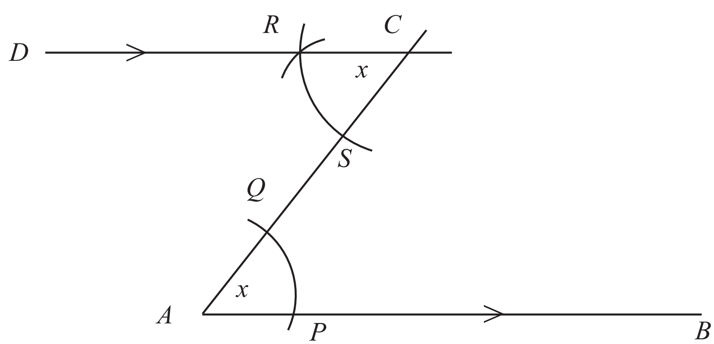
පියවර 1 : AC යා කරන්න.

පියවර 2 : A කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන $B\hat{A}C$ මත වෘත්ත චාපයක් අඳින්න. එය PQ ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 3 : PQ වෘත්ත චාපයට අරයෙන් සමාන වෘත්ත චාපයක් C කේන්ද්‍ර කරගෙන AC ඡේදනය වන සේ අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය S ලෙස නම් කරන්න.

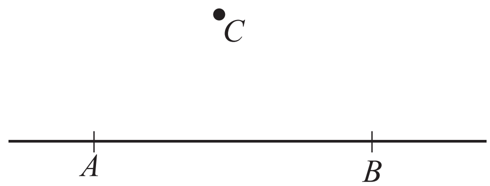
පියවර 4 : PQට සමාන දිගක් S කේන්ද්‍ර කොටගෙන දෙවන වෘත්ත චාපය මත ලකුණු කරන්න. එම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය R ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 5 : CR යාවන සේ CD රේඛාව අඳින්න. එවිට ලැබෙන $R\hat{C}S$ කෝණය $B\hat{A}C$ට සමාන ඒකාන්තර කෝණයක් වන නිසා AB හා CD රේඛා සමාන්තර වේ.



3 ක්‍රමය

දී ඇති රේඛාව AB යැයිද බාහිර ලක්ෂ්‍යය C යැයි ද සිතමු.



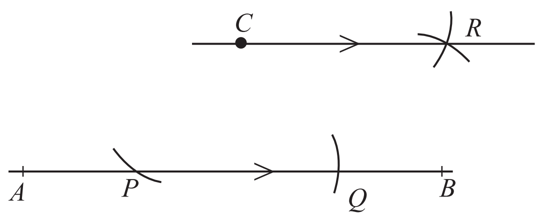
පියවර 1 : කවකටුව භාවිතයෙන් C කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන AB රේඛාව ඡේදනය වන සේ වෘත්ත චාපයක් අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂය P ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 2 : මුල් වෘත්ත චාපයේ අරයම ගෙන (CP අරය නොවෙනස්ව තබා ගනිමින්) P කේන්ද්‍රය කරගෙන, තවත් වෘත්ත චාපයක් මගින් AB ඡේදනය කරන්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය Q ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 3 : Q කේන්ද්‍ර කර ගනිමින් මුල් අරයම සහිතව තවත් වෘත්ත චාපයක් AB වලින් C පිහිටි පැත්තේ අඳින්න.

පියවර 4 : ඉන්පසු C කේන්ද්‍ර කරගෙන මුල් අරයම සහිතව පියවර 3 හි වෘත්ත චාපය ඡේදනය වන සේ වෘත්ත චාපයක් අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය R ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 5 : CR යා කරන්න. එවිට CR රේඛාව AB රේඛාවට සමාන්තර වේ.



සටහන: $PQRC$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කළ විට රොම්බසයක් ලැබෙන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ක්‍රියාකාරකම

සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත නිර්මාණ පිළිබඳ අවබෝධයක් ලබා ගැනීමට පහත ක්‍රියාකාරකමේ යෙදෙන්න.

1. $60°$ක කෝණයක් නිර්මාණය කර එහි ශීර්ෂය A ලෙස නම් කරන්න. මෙම කෝණයෙහි එක් බාහුවක් මත 8 cm දිග AB රේඛා ඛණ්ඩයකුත් අනෙක් බාහුව මත 5 cm දිග AC රේඛා ඛණ්ඩයකුත් නිර්මාණය කරන්න. දැන් කවකටුව ආධාරයෙන් $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.

2. සමාන්තර රේඛා අතර දුර 4 cm වන පරිදි වූ සමාන්තර රේඛා දෙකක් නිර්මාණය කරන්න. එක් රේඛාවක් මත $AB = 7$ cm වන පරිදි A හා B ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න. $AC = 5$ cm වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යය අනෙක් රේඛාව මත ලකුණු කරන්න. දැන් $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.

3. සමාන්තර රේඛා අතර දුර 4 cm වන පරිදි සමාන්තර රේඛා දෙකක් නිර්මාණය කරන්න. එහි එකක් මත $AB = 7$ cm වන පරිදි A හා B ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න. $BC = 5$ cm වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යය අනෙක් රේඛාව මත ලකුණු කර $CD = 4$ cm වන පරිදි D ලක්ෂ්‍යය C පිහිටි රේඛාව මතම ලකුණු කර $ACDB$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න. එය ත්‍රපීසියමක් බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

28.3 අභ්‍යාසය

1. ඕනෑම සුළු කෝණයක් ඇඳ එය $A\hat{B}C$ ලෙස නම් කරන්න. C හරහා ABට සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.

2. මහා කෝණයක් ඇඳ එය $P\hat{Q}R$ ලෙස නම් කරන්න. PQ රේඛාවට සමාන්තරව R හරහා සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.

3. පාදයක දිග 6 cmක් වූ සමචතුරස්‍රයක් නිර්මාණය කරන්න.

4. දිග 6.5 cmක් ද පළල 4 cmක් ද වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක් නිර්මාණය කර එය $ABCD$ ලෙස නම් කරන්න. එහි AC විකර්ණය ඇඳ එක එකක් ACට සමාන්තර වන සේ B හා D හරහා රේඛා 2ක් නිර්මාණය කරන්න.

5. $AB = 6$ cm ද $A\hat{B}C = 120^\circ$ ද $BC = 5$ cm ද වූ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.

6. $KL = 7$ cm ද $K\hat{L}M = 60^\circ$ ද වූ $KLMN$ රොම්බසය නිර්මාණය කරන්න.

7. (i) අරය 3 cmක් වූ වෘත්තයක් ඇඳ කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න.
   (ii) එහි 4 cmක් දිග ජ්‍යායක් ඇඳ එය PQ ලෙස නම් කරන්න.
   (iii) PO යා කර එය වෘත්තයට නැවත R හි දී හමුවන සේ දික් කරන්න.
   (iv) R හරහා PQට සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.

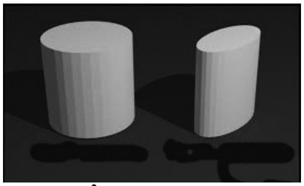
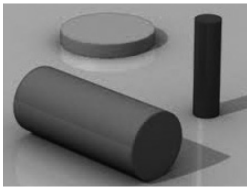
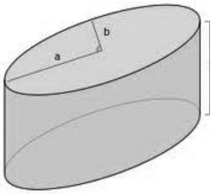
29 පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව

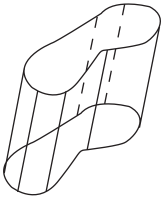
මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව ගණනය කිරීමට
- හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වූ සෘජු ප්‍රිස්මයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව ගණනය කිරීමට

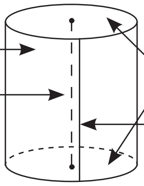
හැකියාවක් ලැබෙනු ඇත.

සිලින්ඩරය



ඉහත පෙන්වා ඇති ඝන වස්තූන්වල හරස්කඩ ඒකාකාර වන අතර දෙකෙළවර තල එකිනෙකට සමාන්තර වේ. මෙවැනි හැඩ ඇති ඝන වස්තු පොදුවේ සිලින්ඩර ලෙස හැඳින්වේ.



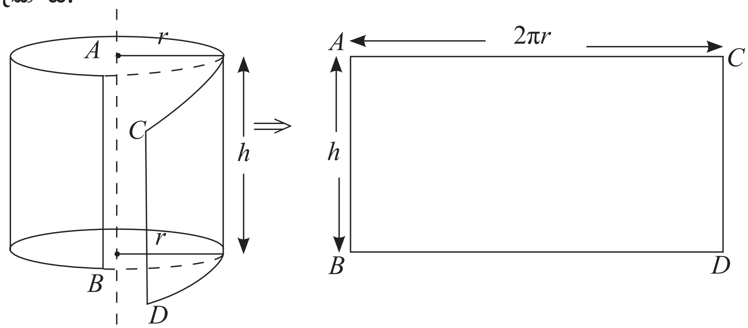
රූපයේ දැක්වෙන සිලින්ඩරයේ ඉහළින් හා පහළින් වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ 2ක් ඇත. ඊට අමතර ව වක්‍ර පෘෂ්ඨයක් ද ඇත. වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ දෙකේ ම අර සමාන වේ. එම නිසා එම තල පෘෂ්ඨ දෙකේ වර්ගඵල ද සමාන වේ. මෙම වෘත්තවල කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාවට සිලින්ඩරයේ අක්ෂය යැයි කියනු ලැබේ. සිලින්ඩරයේ ජනකයක් ලෙස හැඳින්වෙන්නේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට සමාන්තර ව පිහිටි ඕනෑ ම රේඛාවකටයි.

සිලින්ඩරයේ අක්ෂය, වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ දෙකට ලම්බක වේ. එම නිසා මෙවැනි සිලින්ඩර **සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩර** ලෙස හැඳින්වේ (සෘජු වෘත්තාකාර නොවන සිලින්ඩර ද පවතින අතර ඒ පිළිබඳ ව මෙහි දී සාකච්ඡා නොකෙරේ). මෙහි දී සෘජු යන්නෙන් අදහස් වන්නේ සිලින්ඩරයේ තල මුහුණත් දෙක අක්ෂයට ලම්බක වන බවයි. වෘත්තාකාර යන්නෙන් අදහස් වන්නේ සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට ලම්බක හරස්කඩක් වෘත්තාකාර වන බවයි.

සිලින්ඩරයේ තල මුහුණතක වෘත්තයේ අරය r මගින් ද සිලින්ඩරයේ අක්ෂයේ දිග h මගින් ද සාමාන්‍යයෙන් දැක්වේ. මෙම rට සිලින්ඩරයේ අරය යැයි ද hට සිලින්ඩරයේ උස යැයි ද කියනු ලැබේ.

29.1 ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

සිලින්ඩරයක අරය හා උස දී ඇති විට එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා එහි පෘෂ්ඨ තුනේම වර්ගඵලයන් සොයා ඓක්‍යය ගත යුතු ය. දෙකෙළවර වෘත්තාකාර තල මුහුණත් දෙකෙහි වර්ගඵලය, වෘත්තයක වර්ගඵලය සෙවීමේ සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගණනය කළ හැකි ය. වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය ගණනය කිරීම සඳහා පහත දැක්වෙන ආකාරයේ උපක්‍රමයක් භාවිත කළ හැකි ය.



රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට සිලින්ඩරයේ ජනකයක් ඔස්සේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය කපා දිග හැරිය විට අපට ලැබෙනුයේ ඍජුකෝණාස්‍රයකි. එහි එක් පැත්තක් සිලින්ඩරයේ උසට (h) සමාන වන අතර අනෙක් පැත්ත වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨයේ පරිධියට සමාන වූ දිගක් ඇත.

මෙම ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලයට සමාන වේ. මේ අනුව පහත ආකාරයට සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීමට ප්‍රකාශනයක් ගොඩනැගිය හැකි වේ.

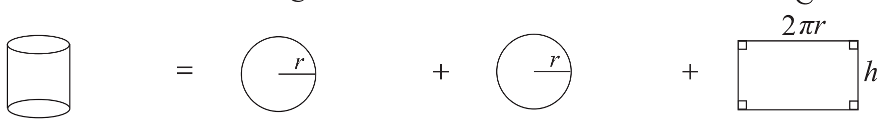
සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය = ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ එක් පැත්තක දිග × ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ අනෙක් පැත්තේ දිග

$= 2\pi r \times h$

$\therefore$ සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \underline{\underline{2\pi rh}}$ වේ.

දැන් අපට සිලින්ඩරයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය පහත ආකාරයට සෙවිය හැකි වේ.

සිලින්ඩරයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය = ඉහළ මුහුණතේ වර්ගඵලය + පහළ මුහුණතේ වර්ගඵලය + වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය



$A = \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi rh$

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

සටහන:

(i) පියන රහිත සිලින්ඩරාකාර වස්තුවක බාහිර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi r^2 + 2\pi rh$ වේ.

(ii) පියන හා පතුල රහිත සිලින්ඩරාකාර වස්තුවක,

බාහිර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\pi rh$ වේ.

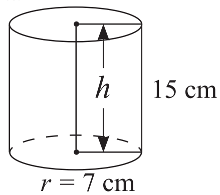
සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සම්බන්ධ විසඳු ගැටලු කිහිපයක් ගැන දැන් අවධානය යොමු කරමු. මෙම පාඩමෙහි π හි අගය ආසන්න වශයෙන් $\frac{22}{7}$ ලෙස ගනු ලැබේ.

නිදසුන 1

පතුලේ අරය 7 cm ද උස 15 cm වූ සිලින්ඩරාකාර ඝන ලී කොටයක

(i) එක් තල මුහුණතක වර්ගඵලය
(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය
(iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

සොයන්න.



(i) එක් තල මුහුණතක වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \underline{\underline{154 \text{ cm}^2}}$

(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 15$

$= \underline{\underline{660 \text{ cm}^2}}$

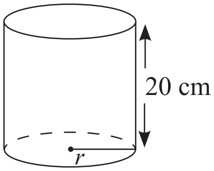
(iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

$= 2 \times (154) + 660$

$= 308 + 660$

$= \underline{\underline{968 \text{ cm}^2}}$

නිදසුන 2



පියන රහිත උස 20 cm වූ සිලින්ඩරාකාර භාජනයක පතුලේ පරිධිය 88 cm වේ.

(i) පතුලේ අරය සොයන්න.

(ii) මුළු බාහිර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

පතුලේ අරය r මගින් ද උස h මගින් ද දක්වමු.

(i) පතුලේ පරිධිය $= 2\pi r$

$\therefore 2\pi r = 88$

$\therefore \quad r = \frac{88}{2\pi} = \frac{88 \times 7}{2 \times 22}$

$\therefore$ අරය $= \underline{\underline{14 \text{ cm}}}$

(ii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi r^2 + 2\pi rh$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 + 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 20$

$= 616 + 1760$

$= \underline{\underline{2376 \text{ cm}^2}}$

නිදසුන 3

ඝන ලෝහ සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 2442 cm^2 වන අතර, එහි අරයෙහි හා උසෙහි ඓක්‍යය 37 cm වේ. මෙම සිලින්ඩරයේ,

(i) අරය සොයන්න.

(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

හරස්කඩ අරය r මගින් ද උස h මගින් ද දක්වමු.

(i) අරය හා උසෙහි ඓක්‍යය $= 37 \text{ cm}$

එනම්, $r + h = 37 \text{cm}$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2442 \text{ cm}^2$

$\therefore 2\pi r(r + h) = 2442$

$\therefore 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 37 = 2442$ ($r + h$ සඳහා ආදේශයෙන්)

$\therefore r = \frac{2442 \times 7}{2 \times 22 \times 37}$

$= 10.5 \text{ cm}$

$\therefore$ <u>අරය 10.5 cm වේ.</u>

(ii) $r + h = 37 \text{cm}$

$r = 10.5 \text{cm}$ නිසා $h = 37 - 10.5$

$= 26.5 \text{ cm}$

$\therefore$ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 26.5$

$= \underline{\underline{1749 \text{ cm}^2}}$

29.1 අභ්‍යාසය

1. සිලින්ඩරයක අරය 7 cm ද උස 12 cm ද වේ.
   (i) වෘත්තාකාර මුහුණත් දෙකේ වර්ගඵලය
   (ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය
   (iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

2. අරය 3.5 cm ද උස 10 cm ද වූ පියන රහිත සිලින්ඩරාකාර ටින් 200ක් තැනීමට අවශ්‍ය ලෝහ තහඩුවල වර්ගඵලය සොයන්න.

3. පියන සහිත සිලින්ඩරාකාර භාජනයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 5412 cm^2 වේ. එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය 2640 cm^2 වේ නම්,
   (i) වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨ දෙකේ මුළු වර්ගඵලය සොයන්න.
   (ii) සිලින්ඩරයේ අරය සොයන්න.
   (iii) සිලින්ඩරයේ උස සොයන්න.

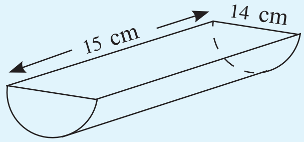
4. තුනී තහඩුවකින් තනන ලද පියන සහිත සිලින්ඩරාකාර භාජනයක පතුලේ පරිධිය 88 cm වේ. එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 1078 cm^2 වේ නම් භාජනයේ උස සොයන්න.

5. පියන සහිත සිලින්ඩරාකාර ටින් එකක වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය 990 cm^2 වේ.
   (i) එහි උස 15 cm නම් පතුලේ අරය සොයන්න.
   (ii) වෘත්තාකාර මුහුණත් දෙකේ මුළු වර්ගඵලය සොයන්න.
   (iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

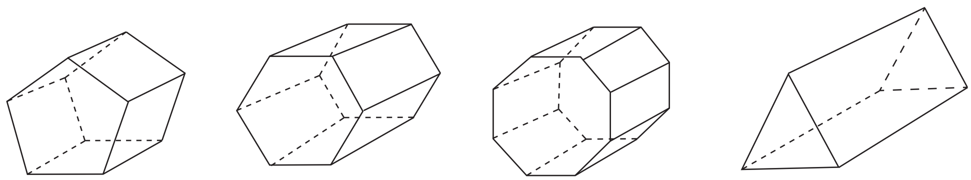
6. එක්තරා වර්ගයක තීන්ත ලීටරයකින් 13.5 m^2 ක ඉඩ ප්‍රමාණයක තීන්ත ආලේප කළ හැකි වේ. නිවසක ආලින්දයට අයත් කොටසෙහි වහලය සකස් කර ඇත්තේ උස 3 m හා විෂ්කම්භය 28 cm වූ සිලින්ඩරාකාර කණු 10ක් මත ය. මෙම කණු සියල්ලේ ම තීන්ත ආලේප කිරීමට අදහස් කෙරේ.
   (i) කණු දහයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ආසන්න වර්ග මීටරයට සොයන්න.
   (ii) අවශ්‍ය තීන්ත ලීටර ප්‍රමාණය සොයන්න.
   (iii) එක් තීන්ත ලීටරයක මිල රු 450 නම් තීන්ත සඳහා වැය වන මුදල සොයන්න.

7. අරය 7 cm ද උස 10 cm වන ආහාර ඇසුරුම් කළ සෘජු සිලින්ඩරාකාර භාජනයක වක්‍ර පෘෂ්ඨය සම්පූර්ණයෙන් ම ආවරණය වන පරිදි ලේබලයකින් ආවරණය කළ යුතු වේ.
   (i) කඩදාසි අපතේ යෑම අවම වන පරිදි දිග 180 cm ද පළල 90 cm ද වූ තුනී කඩදාසියක් භාවිතයෙන් කොපමණ ලේබල් ගණනක් කපා ගත හැකි වේ ද? එවිට අපතේ යන කඩදාසි ප්‍රමාණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
   (ii) භාජන 1200ක ඇලවීමට අවශ්‍ය ලේබල් කපා ගැනීම සඳහා එවැනි කඩදාසි කොපමණ අවශ්‍යදැයි ගණනය කරන්න.

8. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ඝන සිලින්ඩරයකින් කපා වෙන් කළ අර්ධ සිලින්ඩරාකාර කොටසකි. දී ඇති තොරතුරු අනුව ඝන වස්තුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



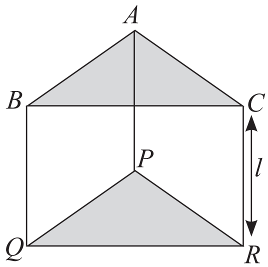
ප්‍රිස්ම



ඉහත පෙන්වා ඇති ඝන වස්තුවලට පහත දැක්වෙන පොදු ලක්ෂණ පවතී.

- හරස්කඩ ඒකාකාර වේ.
- හරස්කඩ බහුඅස්‍රාකාර වේ.
- පැති මුහුණත් ඍජුකෝණාස්‍රාකාර වේ.
- දෙපස පිහිටි බහුඅස්‍රාකාර මුහුණත්වලට පැති මුහුණත් ලම්බක වේ.

මෙවැනි ලක්ෂණ සහිත ඝන වස්තූන් **ඍජු ප්‍රිස්ම** ලෙස හැඳින්වේ. මෙම ඍජු ප්‍රිස්ම අතුරින් හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන ඍජු ප්‍රිස්ම පිළිබඳ අපි වැඩි දුර අවධානය යොමු කරමු.



රූපයේ දැක්වෙන්නේ හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වූ ඍජු ප්‍රිස්මයකි. මෙහි

(1) ABC හා PQR මගින් ප්‍රිස්මය දෙපස පිහිටි ත්‍රිකෝණාකාර තල මුහුණත් යුගලය දැක්වේ.

(2) $BQRC$, $CRPA$ හා $APQB$ මගින් ඍජුකෝණාස්‍රාකාර පැති මුහුණත් තුන දැක්වේ (මෙම මුහුණත් පාර්ශ්වීය මුහුණත් ලෙස ද හැඳින්වේ).

(3) දෙපස ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙක අතර ඇති දුර, ප්‍රිස්මයේ දිග නැතහොත් උස ලෙස හැඳින්වෙන අතර එය l මගින් දැක්වේ.

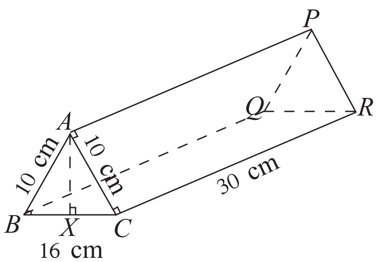
(4) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් යුගලයේ සහ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලයන්ගේ ඓක්‍යය ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨවල වර්ගඵලය වේ.

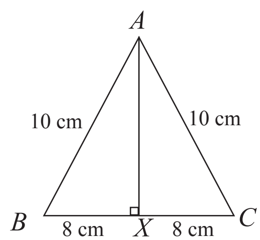
29.2 ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන හරස්කඩ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වූ ඍජු ප්‍රිස්මයේ, දී ඇති දත්ත අනුව මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන ආකාරය විමසා බලමු.

ABC ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය මුලින්ම සොයමු. ඒ සඳහා A සිට BC පාදයට ඇති ලම්බ දුර සොයමු.
සමද්විපාද ත්‍රිකෝණවල ගුණ අනුව, BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X නම් $AX \perp BC$ වේ. දැන් AXC ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්





$$AC^2 = AX^2 + XC^2$$
$$10^2 = AX^2 + 8^2$$
$$100 - 64 = AX^2$$
$$\therefore\ 36 = AX^2$$
$$\therefore\ AX = \sqrt{36} \quad \text{(දිගක් සෘණ විය නොහැකි නිසා)}$$
$$\therefore\ AX = 6\,\text{cm}$$

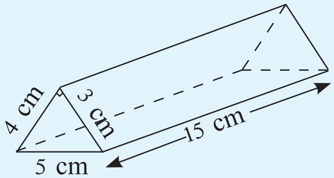
මේ අනුව, ABC ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතේ මුළු වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 16\,\text{cm} \times 6\,\text{cm} = 48\,\text{cm}^2$

$\therefore ABC$ හා PQR ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත්වල මුළු වර්ගඵලය $= 2 \times 48\ \text{cm}^2 = 96\ \text{cm}^2$
$ACRP$ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය $= 10\ \text{cm} \times 30\ \text{cm} = 300\ \text{cm}^2$
$APQB$ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය $= 10\ \text{cm} \times 30\ \text{cm} = 300\ \text{cm}^2$
$BCRQ$ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය $= 16\ \text{cm} \times 30\ \text{cm} = 480\ \text{cm}^2$
$\therefore$ ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 96 + 300 + 300 + 480$
$= \underline{\underline{1176\ \text{cm}^2}}$

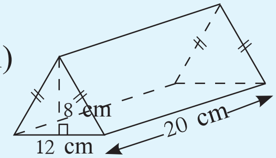
29.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

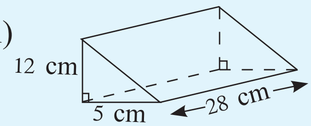
(i)



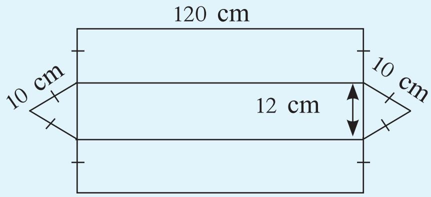
(ii)



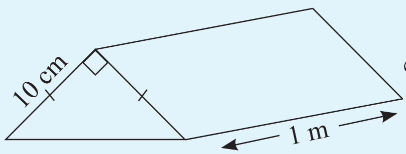
(iii)



2. පහත දැක්වෙන මිනුම් සහිත පතරොම භාවිත කර සෑදිය හැකි ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩක් සහිත සෘජු ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

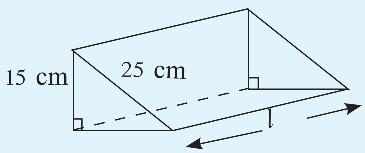


3.



රූපයේ දැක්වෙන ප්‍රිස්මයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

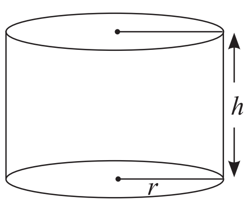
4.



රූපයේ දැක්වෙන ඝන ලී ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 2100 cm^2 වේ නම් ප්‍රිස්මයේ දිග (l) සොයන්න.

29.3 සිලින්ඩරයක පරිමාව

මීට පෙර ශ්‍රේණිවල දී ඔබ උගත් ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඝන වස්තුවල පරිමාව ගණනය කළ අයුරු සිහියට නංවන්න. එහි දී ඔබ එක් එක් ඝන වස්තුවේ හරස්කඩ වර්ගඵලය උසින් ගුණ කර පරිමාව ගණනය කරන ලදි. එම ආකාරයට ම අපට හරස්කඩ වෘත්තාකාර වූ සෘජු සිලින්ඩරයක පරිමාව ද ගණනය කළ හැකි ය.



වෘත්තාකාර පතුලේ අරය r ද, සෘජු උස h ද වූ සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් සලකමු. එහි පරිමාව V මගින් දක්වමු.

සිලින්ඩරයේ පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

$= \pi r^2 \times h$

$= \pi r^2 h$

සිලින්ඩරයේ පරිමාව $(V) = \pi r^2 h$

හරස්කඩ වෘත්තකාර වූ ඍජු සිලින්ඩරයක පරිමාව සම්බන්ධව පහත විසඳූ ගැටලු කිහිපය කෙරෙහි අවධානය යොමු කරන්න.

නිදසුන 1

අරය 14 cm ද උස 20 cm ද වූ ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක පරිමාව සොයන්න.

මෙහි $r = 14$ cm

$h = 20$ cm

$\therefore$ සිලින්ඩරයේ පරිමාව $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 20$$

$$= \underline{\underline{12\,320 \text{ cm}^3}}$$

නිදසුන 2

පතුලේ වර්ගඵලය 346.5 cm^2 වූ සිලින්ඩරාකාර භාජනයක පරිමාව 6 930 cm^3 වේ.

(i) සිලින්ඩරයේ අරය සොයන්න.

(ii) සිලින්ඩරයේ උස සොයන්න.

(i) අරය r වූ සිලින්ඩරයක පතුලේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$$\therefore \pi r^2 = 346.5$$

$$\therefore r^2 = \frac{346.5}{22} \times 7$$

$$\therefore r^2 = 110.25$$

$$\therefore r = \pm 10.5$$

$\therefore$ අරය $= \underline{\underline{10.5 \text{ cm}}}$ (අරය ඍණ විය නොහැක)

(ii) සිලින්ඩරයේ පරිමාව 6 930 cm^3 නිසා

$$\pi r^2 h = 6\,930$$

$$346.5 \times h = 6\,930$$

$$\therefore h = \frac{6\,930}{346.5}$$

$$\therefore \underline{\underline{h = 20 \text{ cm}}}$$

ක්‍රමය 02

$$\pi r^2 h = 6\,930$$

$$\therefore \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 \times h = 6\,930$$

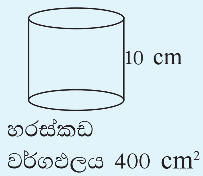
$$\therefore h = \frac{6\,930 \times 7}{22 \times 10.5 \times 10.5}$$

$\therefore$ උස $= \underline{\underline{20 \text{ cm}}}$

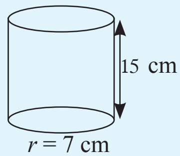
29.3 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් රූපයේ දැක්වෙන සිලින්ඩරයේ, දී ඇති දත්ත අනුව පරිමාව සොයන්න.

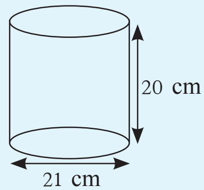
(i)



(ii)



(iii)



2. එක එකක අරය 7 cm හා උස පිළිවෙළින් 8 cm, 16 cm, 24 cm වූ සිලින්ඩර තුනක හරස්කඩ වර්ගඵලය හා පරිමාව සොයා, පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

පතුලේ අරය	හරස්කඩ වර්ගඵලය	උස	පරිමාව
(*a*) 7 cm		8 cm	
(*b*) 7 cm		16 cm	
(*c*) 7 cm		24 cm	

(ii) ඉහත සම්පූර්ණ කළ වගුවේ දත්ත ඇසුරෙන්, අරය නියත ව ඇති විට උස දෙගුණ සහ තෙගුණ වන විට පරිමාවේ වෙනස් වීම පැහැදිලි කරන්න.

3. එකිනෙකක උස 20 cm හා අර පිළිවෙළින් 7 cm, 14 cm, 21 cm වූ සිලින්ඩර තුනක හරස්කඩ වර්ගඵලය හා පරිමාව සොයා පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

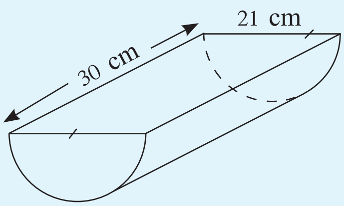
පතුලේ අරය	හරස්කඩ වර්ගඵලය	උස	පරිමාව
(*a*) 7 cm		20 cm	
(*b*) 14 cm		20 cm	
(*c*) 21 cm		20 cm	

(ii) ඉහත සම්පූර්ණ කළ වගුවේ දත්ත ඇසුරෙන් උස නියත ව ඇති විට අරය දෙගුණ සහ තෙගුණ වන විට පරිමාවේ වෙනස් වීම පැහැදිලි කරන්න.

4. සිලින්ඩරාකාර භාජනයක විෂ්කම්භය 28 cm වේ. එහි 6160 cm^3 ක ජල පරිමාවක් ඇත්නම් ජල මට්ටමේ උස සොයන්න.

5. ඍජුකෝණාස්‍රාකාර තහඩුවක දිග 22 cm ද පළල 11 cm වේ. මෙම තහඩුවේ එක් පැත්තක් වක්‍ර පෘෂ්ඨය වන පරිදි සෑදිය හැකි සිලින්ඩර දෙකක් මිනුම් සහිතව ඇඳ ඒවා එක එකක පරිමාව සොයන්න.

6. විෂ්කම්භය 20 cm ද වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය 1000 cm^2 ද වූ ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක පරිමාව සොයන්න.

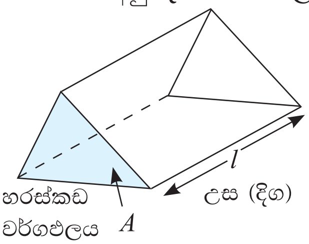
7. 

රූපයේ දැක්වෙන පරිදි මිනුම් සහිත අර්ධ සිලින්ඩරාකාර ලෝහ කොටස උණු කර ලෝහ අපතේ නොයන පරිදි උස 21 cm දිග අරය 3.5 cm වන පරිදි වූ ඝන ලෝහ සිලින්ඩර කීයක් සෑදිය හැකි වේ දැයි ගණනය කරන්න.

8. අරය 14 cm වූ සිලින්ඩරාකාර භාජනයක 30 cm උසකට ජලය පුරවා ඇත. මෙම භාජනයේ ඇති ජලය සම්පූර්ණයෙන් ම ඉවත් කිරීමට අරය 7 cmක් හා උස 10 cm වූ සිලින්ඩරාකාර භාජන කීයක් අවශ්‍ය ද?

29.4 ප්‍රිස්මයක පරිමාව

ඔබ ඉහත 29.2 හි දී හඳුනා ගත් ආකාරයේ හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වූ ප්‍රිස්මයක පරිමාව සොයන අයුරු විමසා බලමු.



ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ඝන වස්තුවක පරිමාව එහි හරස්කඩ වර්ගඵලයේත් උසෙහිත් (දිගෙත්) ගුණිතයට සමාන වන බව අපි දන්නෙමු.

ඉහත මූලධර්මය රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණාකාර හැඩැති ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සෙවීමට ද යොදා ගත හැකි වේ.

එවිට,

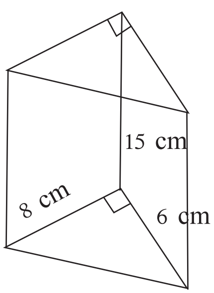
ප්‍රිස්මයේ පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × ඍජු උස (දිග)
$V = A\,l$

සටහන:

මෙහි A මගින් නිරූපණය වන ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩේ වර්ගඵලයෙහි අගය ඍජුවම දී නොමැති විට එය ගැටලුවේ ඇති හරස්කඩ ත්‍රිකෝණයේ දත්ත අනුව ගණනය කර ලබා ගත යුතු වේ.

ප්‍රිස්මයක පරිමාව සම්බන්ධව පහත විසඳූ ගැටලු කෙරෙහි අවධානය යොමු කරන්න.

නිදසුන 1



රූපයේ දක්වා ඇති දත්ත අනුව ප්‍රිස්මයේ

(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) පරිමාව සොයන්න.

(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8$

$= \underline{\underline{24 \text{ cm}^2}}$

(ii) ප්‍රිස්මයේ පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

$= 24 \times 15$

$= \underline{\underline{360 \text{ cm}^3}}$

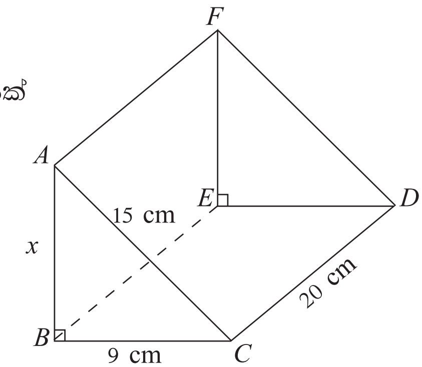
නිදසුන 2

සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩක් සහිත ප්‍රිස්මයක් රූපයේ දැක්වේ.

(i) හරස්කඩෙහි x මගින් දක්වා ඇති දිග සොයන්න.

(ii) හරස්කඩ වර්ගඵලය සොයන්න.

(iii) ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සොයන්න.



(i) ABC ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යෙදීමෙන්

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$15^2 = x^2 + 9^2$$

$$225 = x^2 + 81$$

$$225 - 81 = x^2$$

$$\sqrt{144} = x$$

$$x = \underline{\underline{12 \text{ cm}}}$$

(ii) හරස්කඩ වර්ගඵලය

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12$$

$$= \underline{\underline{54 \text{ cm}^2}}$$

(iii) ප්‍රිස්මයේ පරිමාව

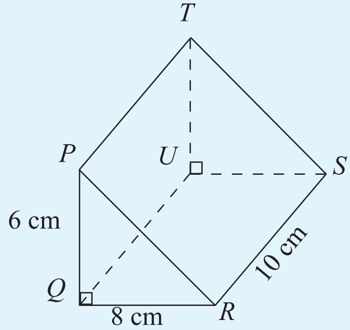
$$= 54 \times 20$$

$$= \underline{\underline{1\,080 \text{ cm}^3}}$$

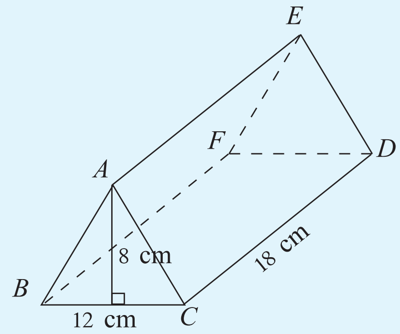
29.4 අභ්‍යාසය

1. පහත රූපසටහන් මගින් දැක්වෙන ප්‍රිස්මවල ලකුණු කර ඇති දත්ත ඇසුරෙන් පරිමාව සොයන්න.

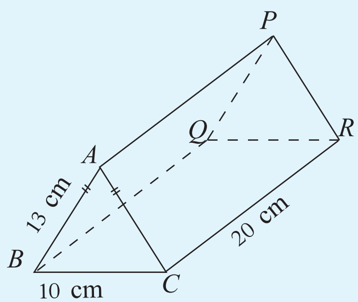
(i)



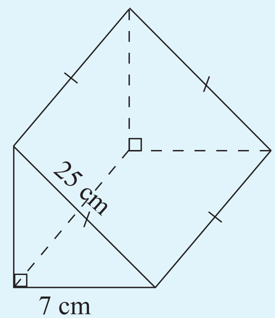
(ii)



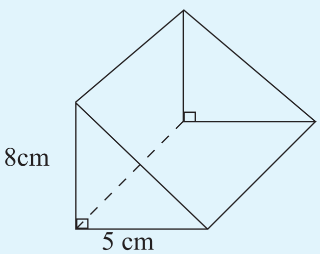
(iii)



(iv)

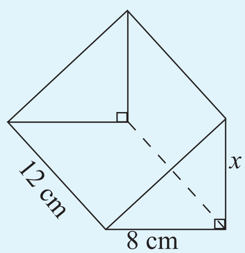


2. (i)

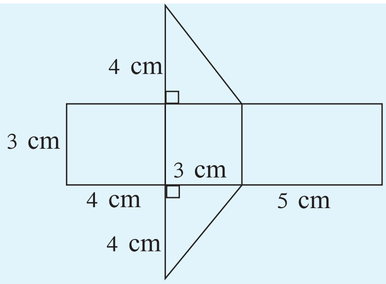


රූපයේ දැක්වෙන ප්‍රිස්මයේ පරිමාව 400 cm^3 නම් ප්‍රිස්මයේ දිග සොයන්න.

(ii)



රූපයේ දැක්වෙන පරිමාව 288 cm^3 වන ප්‍රිස්මයේ උස 12 cm නම් x හි අගය සොයන්න.

3. 

රූපයේ දැක්වෙන මෙම පතරොම උපයෝගී කර ගෙන නිර්මාණය කළ හැකි ප්‍රිස්මයේ පරිමාව සොයන්න.

4. පතුලේ දිග හා පළල පිළිවෙළින් 30 cm හා 20 cm වන ඝනකාභ හැඩ ඇති භාජනයක 8 cm උසකට ජලය පුරවා ඇත. මෙම භාජනයට හරස්කඩ වර්ගඵලය 60 cm^2 වූ ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩක් සහිත ඝන ඍජු ප්‍රිස්මයක් සම්පූර්ණයෙන් ගිලෙන ලෙස සීරුවෙන් බහාලූ විට භාජනයේ ජල මට්ටම 2 cm කින් ඉහළ යන ලද්දේ නම්, ප්‍රිස්මයේ ඍජු උස සොයන්න.

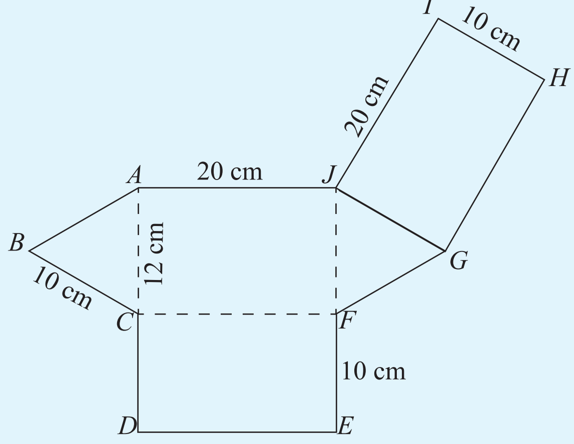
5. ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩේ වර්ගඵලය 800 cm^2 වූ ප්‍රිස්මාකාර හැඩ ඇති ජල ටැංකියක 30 cm උසට ජලය පිරී ඇත. මෙම ජල ප්‍රමාණය, දිග 60 cm හා පළල 20 cm වූ ඝනකාභ හැඩති වෙනත් ටැංකියකට ජලය අපතේ නොයන පරිදි පිරවූ විට කොපමණ උසක් දක්වා ජල මට්ටම ඉහළ නගී ද?

සාරාංශය

පතුලේ අරය r ද උස h වන ඍජු සිලින්ඩරයක
- මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$
- පරිමාව $= \pi r^2 h$

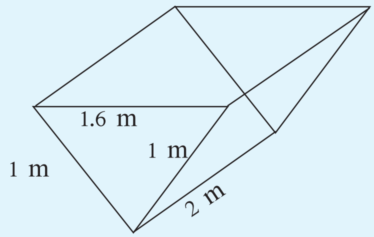
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. අරය 14 cm ද උස 25 cm ද වූ සිලින්ඩරාකාර ලී කොටසක
   (i) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
   (ii) පරිමාව සොයන්න.

2. 

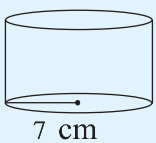
තිත් රේඛා ඔස්සේ නැමීමෙන් හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වූ ඍජු ප්‍රිස්මයක් සෑදීමට හැකි වන පරිදි වූ පතරොමක මිනුම් සහිත දළ සටහනක්, රූපයේ දැක්වේ.

(i) GH දාරය සම්පාත වන්නේ කුමන දාරය සමඟ ද?
(ii) H ශීර්ෂය සම්පාත වන්නේ කුමන ශීර්ෂය සමඟ ද?
(iii) සාදනු ලබන ප්‍රිස්මයේ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය සොයන්න.
(iv) ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව සොයන්න.

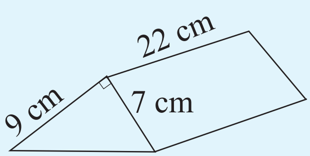
3. 

රූපයේ දැක්වෙන මිනුම් සහිත ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩක් සහිත මාළු ටැංකියක් දයාන්ගේ ගෙමිදුලේ බිම හාරා සිමෙන්ති උපයෝගී කර ගෙන සකස් කර ඇත.

(i) මෙම ටැංකියේ අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) ටැංකිය සම්පූර්ණයෙන් ම පිරවීමට අවශ්‍ය ජල ප්‍රමාණය ලීටර්වලින් සොයන්න.
(iii) ටැංකිය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට මිනිත්තුවට ලීටර 20ක ශීඝ්‍රතාවකින් ජලය ගලා යන නලයක් භාවිත කෙරේ නම් ඒ සඳහා ගතවන කාලය සොයන්න.
(iv) ඉහත පරිමාවම ඇති, නමුත් අර්ධ සිලින්ඩරාකාර හැඩයට, දිග 1 m වන තවත් ටැංකියක් සකස් කිරීමට දයාන් අදහස් කර ඇත. ඒ සඳහා අර්ධ සිලින්ඩරයේ පතුලේ අරය කොපමණ විය යුතු ද?

4. 

අරය 7 cm වූ ද උස h වූ ද සිලින්ඩරයක පරිමාව 3080 cm^3 වේ.
(i) සිලින්ඩරයේ උස සොයන්න.
(ii) එහි පෘෂ්ට වර්ගඵලය සොයන්න.

5. 

රූපයේ දැක්වෙන ප්‍රිස්ම හැඩැති කුහර භාජනය සම්පූර්ණයෙන් ම ජලයෙන් පුරවා ඇත. එහි ජලය සම්පූර්ණයෙන් ම අරය 7 cm වූ ඍජු සිලින්ඩරයකට පුරවනු ලැබේ. ජල මට්ටම, සිලින්ඩරයේ කොපමණ උසකට නඟී ද?

30 සම්භාවිතාව

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සරල සිද්ධි හා සංයුක්ත සිද්ධි හඳුනාගැනීමට
- අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවන සිද්ධිවල සම්භාවිතා සෙවීමට
- කොටුදැල හා රුක්සටහන් ඇසුරෙන් සිද්ධියක සම්භාවිතාව සෙවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

කාසියක් උඩ දැමූ විට සිරස පැත්ත හෝ අගය පැත්ත ලැබෙන බව අපි දනිමු. මෙසේ කාසියක් උඩ දමා ලැබෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කිරීම සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට නිදසුනකි. එවිට ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල " සිරස " හෝ " අගය "වේ. නමුත්, කාසිය උඩ දමා වැටෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කිරීමට පෙර, කුමන පැත්ත ලැබේ දැයි නිශ්චිතව කිව නොහැකි ය.

ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල දන්නා නමුත් නිශ්චිතව කිව නොහැකි පරීක්ෂණයකට **සසම්භාවී පරීක්ෂණයක්** යැයි කියනු ලැබේ. ඒවා අහඹු පරීක්ෂණ ලෙස ද හැඳින්වේ. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ල ම අඩංගු කුලකය "**නියැදි අවකාශය**" ලෙස හැඳින්වේ. එය S මගින් අංකනය කරනු ලබයි.

පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ සසම්භාවී පරීක්ෂණ සඳහා නිදසුන් කීපයක් හා අදාළ නියැදි අවකාශයි.

සසම්භාවී පරීක්ෂණය	**නියැදි අවකාශය**
1. කාසියක් උඩදමා වැටෙන පැත්ත සටහන් කර ගැනීම	S = {සිරස, අගය}
2. 1 සිට 6 තෙක් අංක ලියන ලද ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දමා උඩට හැරී වැටෙන පැත්තේ ඇති අංකය සටහන් කර ගැනීම	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
3. නියමිත ඉලක්කයට බෝලයක් විදීමේ තරගයක දී ලැබෙන ප්‍රතිඵලය සටහන් කර ගැනීම	S = {ඉලක්කයට වැදීම, ඉලක්කයට නොවැදීම}

සිද්ධි

සිද්ධියක් යනු නියැදි අවකාශයේ උපකුලකයක් ය. පහත නිදසුන සලකන්න.

පැතිවල අංක 1 සිට 4 තෙක් ලකුණු කර ඇති නොනැඹුරු චතුස්තලාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ දී උඩට හැරී වැටෙන පැත්තේ අංකය සටහන් කර ගැනීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු.

මෙහි නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4\}$ වේ.
මෙම නියැදි අවකාශය නිරූපණය වන කුලකයේ උපකුලක කීපයක් $\{3\}$, $\{2, 4\}$, $\{1, 2, 3\}$ වේ. මෙම උපකුලක මෙසේ ද විස්තර කළ හැකි ය.

$\{3\}$ මගින් ''3 ප්‍රතිඵලය ලැබීමේ සිද්ධිය'' දැක්වේ.
$\{2, 4\}$ මගින් ''2 හෝ 4 ලැබීමේ සිද්ධිය'' දැක්වේ.

තව ද ''4ට අඩු සංඛ්‍යාවක් ලැබීම'' යන සිද්ධිය A මගින් දැක්වුවහොත් $A = \{1, 2, 3\}$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

සිද්ධියක් යනු නියැදි අවකාශයේ උපකුලකයක් ය.

සරල සිද්ධි හා සංයුක්ත සිද්ධි

1 සිට 6 තෙක් අංක ලියන ලද නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමීම සලකමු. මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ

නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ වේ.
මෙම නියැදි අවකාශයට ආදාළ සිද්ධි කීපයක් ලියමු.
$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 3, 5\}, \{3, 4, 5, 6\}$

ඉහත සිද්ධිවලින්, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$ යන සිද්ධි එක් ප්‍රතිඵලයක් පමණක් අඩංගු උපකුලක වේ. මෙවැනි සිද්ධි **සරල සිද්ධි** ලෙස හැඳින්වේ.

එක් ප්‍රතිඵලයක් පමණක් අඩංගු සිද්ධි සරල සිද්ධි වේ.

මේ අනුව $\{5\}$, $\{6\}$ ද සරල සිද්ධි වේ.
සරල නොවන සිද්ධිවලට **සංයුක්ත සිද්ධි** යැයි කියනු ලැබේ. ඉහත පරීක්ෂණයට අදාළ,

$\{1, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{1, 3, 5\}$ සිද්ධි, සංයුක්ත සිද්ධි වේ. මෙම සංයුක්ත සිද්ධි තවදුරටත් උපකුලකවලට වෙන් කර ගත හැකි වේ.

30.1 සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල

නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීමට අදාළ නියැදි අවකාශය පහත දැක්වේ.

S = {සිරස ලැබීම, අගය ලැබීම}

කාසිය නොනැඹුරු නිසා මෙම ප්‍රතිඵල දෙකෙන් ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් ලැබීමේ හැකියාව සමාන බව පැහැදිලිය.

තවත් නිදසුනක් සලකා බලමු.

රතු, සුදු හා කළු යන වර්ණවලින් යුත් සර්ව සම බෝල 3ක් බෑගයක ඇත. අහඹු ලෙස ඉන් එක් බෝලයක් ඉවතට ගැනීම සලකමු. මෙහි නියැදි අවකාශය පහත දැක්වේ.

S = {රතු බෝලය ලැබීම, සුදු බෝලය ලැබීම, කළු බෝලය ලැබීම}

සර්ව සම බෝල බැවින් මෙම ප්‍රතිඵල තුනෙන් ඕනෑම ප්‍රතිඵලක් ලැබීමේ හැකියාව සමාන බව පැහැදිලිය.

මෙලෙස යම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයක දී සෑම ප්‍රතිඵලයක්ම ලැබීමට සමාන හැකියාවන් ඇත්නම්, එම පරීක්ෂණය **සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල** සහිත පරීක්ෂණයක් යැයි කියනු ලැබේ.

''නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීම'' පරීක්ෂණය සලකමු. එහි නියැදි අවකාශයේ අවයව වන ''අගය ලැබීම'' හා ''සිරස ලැබීම'' යන සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල එක එකක සම්භාවිතාව $\frac{1}{2}$ වන බව ඔබ මීට ඉහත ශ්‍රේණිවල දී ඉගෙනගෙන ඇත.

එනම්, සිරස වැටීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{2}$.

අගය වැටීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{2}$.

සමසේ භව්‍ය නොවන ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් දැන් සලකා බලමු. අමර අඹ ඇටයක් සිටුවා එය සතියක් තුළ පැලවේ දැයි නිරීක්ෂණය කරයි. මෙහි දී නියැදි අවකාශය

S = {පැලවීම, නොපැලවීම} වේ.

නමුත් මෙම ප්‍රතිඵල දෙක සමසේ භව්‍ය යැයි උපකල්පනය කිරීමට හේතු අපට නොමැත. මෙහි දී අඹ ඇටය පැලවීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{2}$ ලෙස ගැනීම නිවැරදි නොවේ.

සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක යම් සිද්ධියක සම්භාවිතාව පහත පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

$$\text{සිද්ධියක සම්භාවිතාව} = \frac{\text{සිද්ධියේ අවයව ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන}}$$

සංකේත භාවිතයෙන් එය මෙසේ ලිවිය හැකි ය.

S නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන $n(S)$ මගින් ද A සිද්ධියක අවයව ගණන $n(A)$ මගින් ද දක්වමු. එවිට A හි සම්භාවිතාව $P(A)$ මගින් දැක්වෙන අතර

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

නිදසුන 1

1 සිට 5 තෙක් අංක ලියා ඇති එක සමාන වූ කාඩ්පත් 5ක් ඇති බෑගයකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයකට අදාළව,

(i) නියැදි අවකාශය ලියා $n(S)$ සොයන්න.

(ii) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම් A හි අවයව ලියා $n(A)$ සොයන්න.

(iii) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $P(A)$ සොයන්න.

කාඩ්පත් සමාන නිසා පරීක්ෂණය සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත බව පැහැදිලිය.

(i) $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ එමනිසා $n(S) = 5$

(ii) $A = \{2, 4\}$ එමනිසා $n(A) = 2$

(iii) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$= \frac{2}{5}$

නිදසුන 2

1, 2, 3, 4, 5, 6 යනුවෙන් මුහුණත්වල ලකුණු කළ නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයක දී උඩට හැරී වැටෙන පැත්තේ අංකය

(i) 4 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iii) 2ට වඩා වැඩි සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ නිසා $n(S) = 6$

(i) 4 ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{6}$

(ii) ඔත්තේ සංඛ්‍යා තුනක් (1, 3 හා 5) ඇති නිසා අදාළ සම්භාවිතාව $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(iii) 2ට වඩා වැඩි සංඛ්‍යා හතරක් (3, 4, 5 හා 6) ඇති නිසා අදාළ සම්භාවිතාව $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

30.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සසම්භාවී පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය ලියන්න.
   (i) 1 සිට 10 තෙක් අංක ලියන ලද එක සමාන කාඩ්පත් කට්ටලයකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ගෙන අංකය සටහන් කර ගැනීම.
   (ii) වෘත්තාකාර තැටියක් සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ තුනකට බෙදා ඒ එක එකෙහි රතු, නිල් හා කහ වර්ණය බැගින් ආලේප කර, තැටියේ කේන්ද්‍රයේ සවිකර ඇති දර්ශකයක් කර කැවීමෙන් පසු එම දර්ශකය නවතින ස්ථානයේ වර්ණය සටහන් කර ගැනීම.
   (iii) ක්‍රිකට් තරගයක දී පන්දුවකට එල්ල කරන පිති පහරකින් ලැබෙන ලකුණු සටහන් කිරීම.
2. පහත දැක්වෙන එක් එක් සිද්ධිය සරල සිද්ධියක් ද? සංයුක්ත සිද්ධියක් ද? යන්න තෝරා ලියන්න.
   (i) (*a.*) 1 සිට 4 තෙක් අංක යෙදූ චතුස්තල දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ දී අංක 3 පැත්ත ලැබීම.
   (*b.*) ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් සහිත පැත්තක් ලැබීම.
   (ii) A, B, C, D, E ලෙස ලියන ලද සමාන කාඩ්පත් 5ක් ඇති කට්ටලයකින්,
   (*a.*) C අකුර සහිත කාඩ්පතක් ලැබීම.
   (*b.*) ස්වර අක්ෂරයක් සහිත කාඩ්පතක් ලැබීම.
3. 1 සිට 8 තෙක් අංක ලියූ එක සමාන වූ කාඩ්පත් ඇති බෑගයකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ගනු ලබයි.
   (*a.*) අංක 4ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ඇති කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම් A හි අවයව ලියන්න.
   (*b.*) A සිද්ධියෙහි ඇති සරල සිද්ධි 5ක් ලියන්න.

4. 1 සිට 10 තෙක් අංක ලියන ලද එක සමාන තුණ්ඩු කැබලි 10ක් බෑගයක ඇත. අහඹු ලෙස ඉන් තුණ්ඩු කැබැල්ලක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයට අදාළව
   (i) නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.
   (ii) සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය X නම් X හි අවයව ලියා $n(X)$ හි අගය ලියන්න.
   (iii) සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $P(X)$ සොයන්න.

5. සර්වසම පබලු 5කින් 3ක් නිල්පාට වන අතර ඉතිරි ඒවා රතු පාට වේ. අහඹු ලෙස පබලුවක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයට අදාළ,
   (i) නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.
   (ii) රතු පබලුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (iii) නිල් පබලුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

6. පෙට්ටියක් තුළ එකම තරමේ හා එකම හැඩයේ ටොෆි වර්ග කීපයක් ඇත. ඒ පිළිබඳ තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වේ.

	අඹ රස	දොඩම් රස
A වර්ගයේ	2	1
B වර්ගයේ	3	2

අහඹු ලෙස මෙම පෙට්ටියෙන් ටොෆියක් ඉවතට ගනු ලැබේ. එම ටොෆිය,
(i) දොඩම් රස එකක් වීමේ
(ii) A වර්ගයේ එකක් වීමේ
(iii) B වර්ගයේ එකක් වීමේ
(iv) A වර්ගයේ අඹ රස එකක් වීමේ
(v) B වර්ගයේ දොඩම් රස එකක් වීමේ,
සම්භාවිතාව සොයන්න.

30.2 සිද්ධි දෙකක ඡේදනය හා මේලය

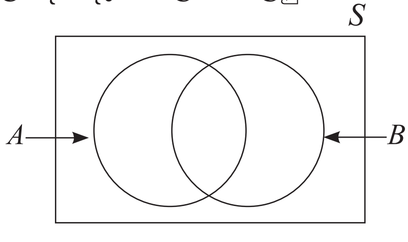
A හා B සිද්ධි දෙකක් නම් ඒවායේ ඡේදනය වන $A \cap B$ ද මේලය වන $A \cup B$ ද සිද්ධි වේ. නිදසුනක් ලෙස 1, 2, 3, 4, 5 අංක ලියා ඇති සර්වසම බෝල 5කින් අහඹු ලෙස බෝලයක් ගැනීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණයට අදාළ ව

නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

මෙහි,
2ට වැඩි අංකයක් සහිත බෝලයක් ලැබීමේ සිද්ධිය A ලෙස ගත් විට
$A = \{3, 4, 5\}$.
ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් සහිත බෝලයක් ලැබීමේ සිද්ධිය B ලෙස ගත් විට
$B = \{2, 4\}$.
එවිට $A \cap B = \{4\}$ වේ. මෙහි දී $A \cap B$ මගින් දැක්වෙන්නේ A හා B කුලක 2ට ම අයත් වන, එනම් 2ට වැඩි ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් සහිත බෝලයක් ලැබීමේ සිද්ධියයි.

තවද, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$ වේ. මෙහි දී $A \cup B$ මගින් දැක්වෙන්නේ A කුලකයට හෝ B කුලකයට අයත් වන, එනම් 2ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් හෝ ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් සහිත, බෝලයක් ලැබීමේ සිද්ධියයි.

සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාළ නියැදි අවකාශයක ඇති ඕනෑම A හා B සිද්ධි 2ක් සඳහා $A, B, A \cup B$ හා $A \cap B$ සිද්ධිවල සම්භාවිතා අතර සම්බන්ධයක් පිළිබඳව දැන් සලකා බලමු.



කුලක පිළිබඳ දැනුම අනුව

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ සූත්‍රය අප සතුව ඇත. මෙම සූත්‍රයේ සෑම පදයක්ම $n(S)$ වලින් බෙදූ විට

$$\frac{n(A\cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A\cap B)}{n(S)}$$ ලැබේ.

සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල නිසා, $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$.

මේ අනුව,

A හා B යනු සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාළ නියැදි අවකාශය ඇති ඕනෑම සිද්ධි දෙකක් නම්

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$$

මේ අනුව, ඉහත අප සාකච්ඡා කරමින් සිටි නිදසුනෙහි,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{5}$$ ද

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{5}$$ ද

$$P(A\cap B) = \frac{n(A\cap B)}{n(S)} = \frac{1}{5}$$ ද

$$P(A\cup B) = \frac{n(A\cup B)}{n(S)} = \frac{4}{5}$$ ද වේ.

තව ද $P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$$= \frac{3}{5} + \frac{2}{5} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4}{5}$$ නිසා

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$ සූත්‍රය මෙම නිදසුන සඳහා සත්‍යාපනය වේ.

අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි

1 සිට 4 දක්වා අංක ලියන ලද නොනැඹුරු චතුස්තලයක් උඩ දැමීමේ දී ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සිද්ධිය A ද, ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සිද්ධිය B ලෙස ද ගනිමු.

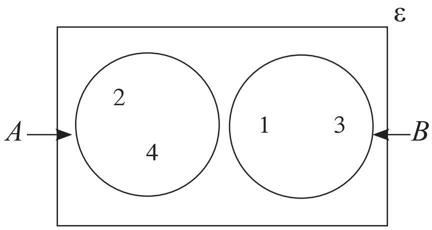
එනම්, $A = \{2, 4\}$ හා $B = \{1, 3\}$.

එවිට $A\cap B = \emptyset$. එනම් A හා Bට පොදු අවයව නොමැත.

එයින් අදහස් වන්නේ, මෙම සිදුවීම් දෙක එකවිට සිදු නොවන බවයි. මෙවැනි සිද්ධි **අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි** ලෙස හැඳින්වේ.

$A\cap B = \emptyset$ නම් A හා B අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ.

දැන්, අප සාකච්ඡා කරමින් සිටි නිදසුනෙහි දී ඇති කරුණු වෙන් රූප සටහනක මෙසේ දක්වමු.



එවිට,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{0}{4} = 0$$

A හා B අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වන විට $A \cap B = \emptyset$ නිසා $P(A \cap B) = 0$ වේ.

මේ අනුව

A සහ B සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නම් $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

අනුපූරක සිද්ධි

එක එකක 1 සිට 5 තෙක් අංක ලියා ඇති එක සමාන කාඩ්පත් පහක කට්ටලයකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ගැනීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු.
මෙහි නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ලෙස ලියමු.
ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ඇති කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම්, $A = \{2, 4\}$.

A සිද්ධිය සිදු නොවීම, එනම් ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් නොවන කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය B නම්,

$$B = \{1, 3, 5\}.$$

ඉහත පරීක්ෂණයේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ඇති කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය A වන විට, ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් නොවන කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය A හි **අනුපූරක සිද්ධිය** ලෙස හැඳින්වේ. A හි අනුපූරක සිද්ධිය A' ලෙස ලියා දක්වනු ලැබේ.
ඒ අනුව $A' = \{1, 3, 5\}$

මෙහි දී $A \cup A' = S$ වේ.

තව ද $A \cap A' = \emptyset$ නිසා

A හා A' සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වේ. මෙම ප්‍රතිඵල ඕනෑම සිද්ධියක් සඳහා සත්‍ය වේ.

මේ අනුව $P(A \cup A') = P(A) + P(A')$

$\therefore P(S) = P(A) + P(A')$

$\therefore 1 = P(A) + P(A')$ $\quad P(S) = 1$ නිසා

$\therefore P(A') = 1 - P(A)$

ඕනෑම A සිද්ධියක් සඳහා $P(A') = 1 - P(A)$

නිදසුන 1

සසම්භාවී පරීක්ෂණයක A හා B සිද්ධි දෙක සඳහා $P(A) = \frac{2}{7}$ ද $P(B) = \frac{3}{7}$ ද $P(A \cap B) = \frac{1}{14}$ ද වේ. මේවා සොයන්න.

(i) $P(A \cup B)$ (ii) $P(A')$ (iii) $P(B')$ (iv) $P[(A \cap B)']$ (v) $P[(A \cup B)']$

(i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ සූත්‍රය යෙදීමෙන්

$$P(A \cup B) = \frac{2}{7} + \frac{3}{7} - \frac{1}{14}$$

$$= \frac{4}{14} + \frac{6}{14} - \frac{1}{14} = \underline{\underline{\frac{9}{14}}}$$

(ii) $P(A') = 1 - P(A)$ සූත්‍රය යෙදීමෙන්

$$P(A') = 1 - \frac{2}{7}$$

$$= \frac{7}{7} - \frac{2}{7}$$

$$= \underline{\underline{\frac{5}{7}}}$$

(iii) $P(B') = 1 - P(B)$ සූත්‍රය යෙදීමෙන්

$$P(B') = 1 - \frac{3}{7}$$

$$= \frac{7}{7} - \frac{3}{7}$$

$$= \underline{\underline{\frac{4}{7}}}$$

(iv) $P[(A\cap B)'] = 1 - P(A\cap B)$

$= 1 - \frac{1}{14}$

$= \frac{14}{14} - \frac{1}{14}$

$= \frac{13}{14}$

(v) $P[(A\cup B)'] = 1 - P(A\cup B)$

$= 1 - \frac{9}{14}$

$= \frac{14}{14} - \frac{9}{14}$

$= \underline{\frac{5}{14}}$

නිදසුන 2

X හා Y යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් වන අතර $P(X) = \frac{1}{6}$ ද $P(Y) = \frac{7}{12}$ ද වේ.

(i) $P(X\cap Y)$ (ii) $P(X\cup Y)$ සොයන්න.

(i) X හා Y යනු අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වන නිසා $P(X\cap Y) = 0$.

$P(X\cup Y) = P(X) + P(Y)$

$= \frac{1}{6} + \frac{7}{12}$

$= \frac{2}{12} + \frac{7}{12} = \frac{9}{12} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$

30.2 අභ්‍යාසය

1. 1 සිට 6 තෙක් අංක යොදන ලද නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයක,
   ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A ද,
   පූර්ණ වර්ගයක් ලැබීමේ සිද්ධිය B ද,
   4ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය C ද,
   6 ගුණාකාරයක් වන සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය D ද නම්,
   A, B, C, D සිද්ධිවලින් අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි යුගල තෝරන්න.
2. X හා Y යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවන සිද්ධි දෙකකි. $P(X) = \frac{1}{4}$ ද $P(Y) = \frac{5}{6}$ ද $P(X\cap Y) = \frac{1}{6}$ ද නම් පහත සඳහන් එක එකෙහි අගය සොයන්න. (i) $P(X\cup Y)$ (ii) $P(X')$ (iii) $P(Y')$ (iv) $P[(X\cap Y)']$ (v) $P[(X\cup Y)']$

3. A හා B යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධි දෙකක් වන අතර $P(A)=\frac{2}{7}$ ද $P(B')=\frac{1}{4}$ ද වේ. $P(A')$ හා $P(B)$ සොයන්න.

4. X හා Y යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධි දෙකක් වේ. $P(X)=\frac{1}{2}$ ද $P(Y)=\frac{1}{3}$ ද $P(X\cup Y)=\frac{5}{6}$ ද බව දී ඇත.
   (i) $P(X\cap Y)$ සොයන්න.
   (ii) එමගින් X හා Y සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර බව පෙන්වන්න.

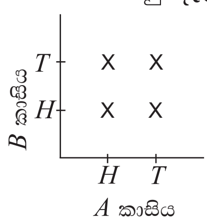
5. X, Y සහ Z යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධි තුනකි.
   $P(X)=\frac{1}{6}$, $P(Y)=\frac{1}{9}$, $P(Z')=\frac{2}{3}$, $P(X\cap Y)=\frac{1}{18}$ හා $P(X\cap Z)=\frac{1}{12}$ වේ.
   මේවා සොයන්න.
   (i) $P(X')$ (ii) $P(Y')$ (iii) $P(Z)$ (iv) $P(X\cup Y)$ (v) $P[(X\cup Z)']$

30.3 නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය

A හා B නොනැඹුරු සර්වසම කාසි දෙකක් එකවර උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයක් සලකමු. කාසියක සිරස ලැබීම H මගින් ද, අගය ලැබීම T මගින් ද දක්වමු.
මෙම පරීක්ෂණයේ දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල හතරක් ඇති අතර ඒවා පහත සඳහන් ආකාරයට දැක්විය හැකි ය.

කාසි දෙකේම සිරස ලැබීම (H, H)
A කාසියේ සිරස හා B කාසියේ අගය ලැබීම (H, T)
A කාසියේ අගය හා B කාසියේ සිරස ලැබීම (T, H)
කාසි දෙකේම අගය ලැබීම (T, T)

මේ අනුව නියැදි අවකාශය $\{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය. මෙම නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කෙරෙන්නේ මෙසේ ය.



මෙහි 'x' මගින් ප්‍රතිඵල නිරූපණය වේ.

කාසි නොනැඹුරු නිසා මෙම ප්‍රතිඵල හතර සමසේ භව්‍ය වේ. ඒ අනුව පහත සම්භාවිතාවන් ලැබේ.

(i) කාසි දෙකේම සිරස ලැබීමේ සම්භාවිතාව $=\frac{1}{4}$
(ii) පළමු කාසියේ සිරස හා දෙවැනි කාසියේ අගය ලැබීමේ සම්භාවිතාව $=\frac{1}{4}$
(iii) එක් කාසියක් සිරස හා අනික් කාසියේ අගය ලැබීමේ සම්භාවිතාව $=\frac{2}{4}$
(iv) කාසි දෙකේම අගය ලැබීමේ සම්භාවිතාව $=\frac{1}{4}$

සටහන : ඉහත නිදසුනෙහි ඇති සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාළ ප්‍රතිඵල සියල්ල සමසේ භව්‍ය විය. කොටුදැල ක්‍රමය භාවිත කිරීම සඳහා පරීක්ෂණ ප්‍රතිඵල සමසේ භව්‍ය වීම අවශ්‍යම නැති නමුත් සමසේ භව්‍ය නොවන අවස්ථාවල දී සිද්ධිවල සම්භාවිතාව ගණනය කිරීම ඉහත පරිදි සිදු කළ නොහැකි ය.

නිදසුන 1

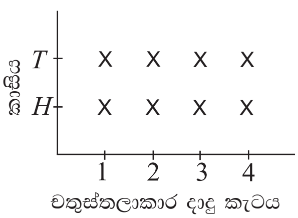
1 සිට 4 තෙක් අංක යොදන ලද චතුස්තලාකාර දාදු කැටයක් සහ කාසියක් එකවර උඩ දමා මේසය මත ස්පර්ශ වන පැති සටහන් කර ගැනීමේ පරීක්ෂණයක් සලකමු.

(i) නියැදි අවකාශය පටිපාටිගත යුගල ලෙස ලියා දක්වා කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.
(ii) පහත දැක්වෙන එක් එක් සම්භාවිතාව සොයන්න.

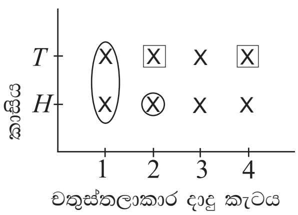
(*a*) දාදු කැටයේ අංක 1 ලැබීම
(*b*) දාදු කැටයේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් හා කාසියේ අගය ලැබීම
(*c*) දාදු කැටයේ අංක 2 හා කාසියේ සිරස ලැබීම

(i) $S=\{(1,H),(2,H),(3,H),(4,H),(1,T),(2,T),(3,T),(4,T)\}$

මෙම නියැදි අවකාශයේ අවයව (පටිපාටිගත යුගල) කොටු දැලක නිරූපණය කරමු.



(ii) මෙහි ප්‍රතිඵල සියල්ල සමසේ භව්‍ය බව පැහැදිලි ය.



(*a*) ඉහත කොටු දැලෙහි ( ) ආකාර පෙදෙසට අයත් වන්නේ දාදු කැටයේ 1 ලැබෙන සිද්ධියට අයත් අවයවයි. එහි අවයව දෙකක් ඇත. නියැදි අවකාශයේ මුළු අවයව ගණන 8කි.

$\therefore$ දාදු කැටයේ අංක 1 ලැබීමේ සම්භාවිතාවය $=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$

(*b*) ඉහත කොටු දැලෙහි □ ආකාර පෙදෙසට අයත් වන්නේ දාදු කැටයේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් හා කාසියේ අගය ලැබීමේ සිද්ධියට අයත් අවයවයි. එහි අවයව දෙකක් ඇත.

$\therefore$ දාදු කැටයේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් හා කාසියේ අගය ලැබීමේ සම්භාවිතාවය $=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$

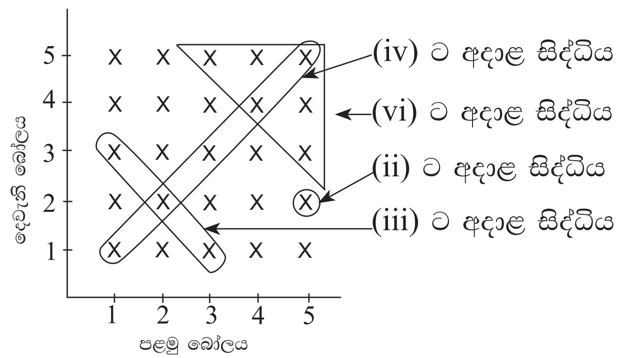
(c) ඉහත කොටු දැලෙහි ◯ ආකාර පෙදෙසට අයත් වන්නේ දාදු කැටයේ අංක 2 හා කාසියේ සිරස ලැබීමේ සිද්ධියට අයත් අවයවයි. එහි අවයව එකක් ඇත.

∴ දාදු කැටයේ අංක 2 හා කාසියේ සිරස ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{8}$

නිදසුන 2

1, 2, 3, 4, 5 යනුවෙන් අංක ලියා ඇති සර්වසම බෝල 5ක් මල්ලක් තුළ ඇත. මෙම මල්ලෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ගෙන අංකය සටහන් කර ගෙන නැවත මල්ලට දමා (එනම් ප්‍රතිස්ථාපනය සහිත ව) දෙවැනි වර බෝලයක් ගෙන අංකය සටහන් කර ගනු ලැබේ.

(i) මෙම පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය කොටු දැලක දක්වන්න.



(ii) ඉවතට ගත් පළමු බෝලයේ අංක 5 හා දෙවැනි බෝලයේ අංක 2 සටහන් වී තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$\frac{1}{25}$

(iii) ඉවතට ගත් බෝල දෙකේ ම ඇති සංඛ්‍යාවල ඓක්‍යය 4 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$\frac{3}{25}$

(iv) ඉවතට ගත් බෝල දෙකේ ම සමාන සංඛ්‍යා සඳහන්ව තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

(v) ඉහත (ii) හා (iv) හි සඳහන් සිද්ධි දෙක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර ද?
ඔව්. හේතුව එම සිද්ධි දෙකට ම පොදු අවයව නැති නිසා ය.

(vi) ඉවතට ගත් බෝලවල සඳහන් සංඛ්‍යාවල එකතුව 7ට වැඩි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$\frac{6}{25}$

(vii) ඉහත (iii) හා (iv) හි සඳහන් සිද්ධි දෙක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර ද?
නැත. හේතුව එම සිද්ධි දෙකට ම පොදු අවයවයක් ඇති නිසා ය. (එය (2, 2) වේ.)

30.3 අභ්‍යාසය

1. 1 සිට 6 තෙක් අංක ලියන ලද ඝනකාකාර දාදු කැටයක් හා නොනැඹුරු කාසියක් එකවර උඩ දමා උඩට හැරී වැටෙන පැති සටහන් කර ගැනීමේ පරීක්ෂණය සලකමු.

   (*a*) නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.

   (*b*) එමගින් පහත සඳහන් එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

   (i) දාදු කැටයේ 1 හා කාසියේ සිරස ලැබීම

   (ii) දාදු කැටයේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් හා කාසියේ සිරස ලැබීම

   (iii) කාසියේ අගය ලැබීම

2. පැතිවල 1 සිට 6 තෙක් අංක ලියා ඇති ඝනකාකාර දාදු කැට දෙකක් එකවර උඩ දමා උඩට හැරී වැටෙන පැතිවල ඇති සංඛ්‍යා දෙක සටහන් කර ගැනීමේ පරීක්ෂණය සලකමු.

   (*a*) නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.

   (*b*) එමගින් පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.

   (i) සටහන් කර ගත් සංඛ්‍යාවල ඓක්‍යය 5 වීම

   (ii) සටහන් කර ගත් සංඛ්‍යාවල ඓක්‍යය 10ට වඩා වැඩි වීම

   (iii) සටහන් කර ගත් සංඛ්‍යා දෙක සමාන වීම

   (iv) පළමු දාදු කැටයේ අංක 3 ලැබීම

3. මල්ලක සර්වසම රතු පැහැති පබළු 3ක් ද, නිල් පැහැති පබළුවක් ද, කහ පැහැති පබළු 2ක් ද ඇත. මේවා R_1, R_2, R_3, B, Y_1, Y_2 යනුවෙන් නම් කර ඇත. අහඹු ලෙස මින් පබළුවක් තෝරා එහි වර්ණය සටහන් කොටගෙන නැවත මල්ලට දමා (ප්‍රතිස්ථාපනය සහිතව නැවත පබළුවක් ගෙන එහි ද වර්ණය සටහන් කර ගනු ලැබේ.

   (*a*) නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.

   (*b*) ඒ අනුව පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.

   (i) පළමු පබළුව රතුපාට වී දෙවැනි පබළුව කහපාට වීම

   (ii) පබළු දෙකම රතුපාට වීම

   (iii) පබළු දෙකම එකම වර්ණයෙන් යුක්ත වීම

   (iv) එක් වරක දී වත් නිල්පාට පබළුව ලැබීම

   (v) ඉහත (i) - (iv) දක්වා ඇති සිද්ධි අතුරින්, අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි යුගල සියල්ල දක්වන්න.

4. එක්තරා මංසන්ධියක ඇති උමං මාර්ගයක A, B, C, D, E යනුවෙන් නම් කරන ලද මාර්ග 5ක් ඇත. මෙම ඕනෑම මාර්ගයකින් ඇතුළුවීමට මෙන්ම පිටවීමට ද හැකි වේ. මගියෙකුට ඕනෑම මාර්ගයකින් ඇතුළු වී පිටවිය හැකි සියලු ආකාර දැක්වෙන නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කර පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න. (ප්‍රතිඵල සියල්ල සමසේ භව්‍ය යැයි උපකල්පනය කරන්න.)

   (i) A මාර්ගයෙන් ඇතුළු වී B මාර්ගයෙන් පිටවීම

   (ii) A හෝ B හෝ මාර්ගයෙන් ඇතුලු වී D මාර්ගයෙන් පිටවීම

   (iii) E මාර්ගයෙන් ඇතුළු වීම

   (iv) ඇතුළු වන මාර්ගයෙන් හැර වෙනත් මාර්ගයකින් පිටවීම

5. මල් ගසක එක සමාන වූ රතු පැහැති මල් 4ක් ද කහ පැහැති මල් 3ක් ඇත. A සහ B නම් වූ සමනලුන් දෙදෙනෙක් මෙම මල්වල රොන් ගැනීමට පැමිණේ. මේ දෙදෙනාට එකම මලක වුවද එකවර රොන් ගත හැකි වේ. මෙසේ සමනලුන් දෙදෙනාට ඕනෑම මලක රොන් ගත හැකි සියලු අවස්ථා දැක්වෙන නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කර පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතාව සොයන්න. (එක් එක් සමනලයා අහඹු ලෙස හා එකිනෙකාගෙන් ස්වායත්තව මල් තෝරා ගන්නේ යැයි උපකල්පය කරන්න.)
   (i) A සමනළයා රතු මලකත් B සමනළයා කහපාට මලකත් රොන් ගැනීම
   (ii) සමනලුන් දෙදෙනා එකම වර්ණයක් සහිත මල්වල රොන් ගැනීම
   (iii) සමනලුන් දෙදෙනා වෙනස් වර්ණවලින් යුත් මල්වල රොන් ගැනීම
   (iv) සමනලුන් දෙදෙනා ම එකම මලෙන් රොන් ගැනීම

30.4 ස්වායත්ත සිද්ධි

පහත සඳහන් සසම්භාවී පරීක්ෂණ සලකා බලමු.

(i) නොනැඹුරු කාසි දෙකක් එකවර උඩ දමා වැටෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කිරීමේ පරීක්ෂණයේ දී, එක් කාසියක වැටෙන පැත්ත කුමක් වුවත්, අනෙක් කාසියේ වැටෙන පැත්ත කෙරෙහි එය බලපෑමක් ඇති නොකරන බව පැහැදිලි වේ.

(ii) සර්ව සම බෝල කීපය බැගින් ඇති මලු දෙකකින්, එක් එක් මල්ලෙන් අහඹු ලෙස බෝලය බැගින් තෝරා ගැනීමේ පරීක්ෂණයේ දී එක් මල්ලකින් ලැබෙන බෝලය, දෙවැනි මල්ලෙන් ලැබෙන බෝලය කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරන බව ද පැහැදිලි වේ.

(iii) බීජ කීපයක් සිටුවා ඒවා ප්‍රරෝහනය වීමේ දී, යම් බීජයක් ප්‍රරෝහනය වීම වෙනත් බීජයක් ප්‍රරෝහනය වීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරයි.

මෙලෙස සසම්භාවී පරීක්ෂණයක දී එක් සිද්ධියක සිදුවීම, වෙනත් සිද්ධියක සිදුවීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරයි නම් එම සිද්ධි දෙක **ස්වායත්ත** වේ යැයි කියනු ලැබේ.

සම්භාවිතාව විෂයේ දී සිද්ධි දෙකක ස්වායත්තතාව පහත පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$ නම් A හා B ස්වායත්ත වේ.

අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් යනු එක විට සිදු නොවන සිද්ධි 2ක් බව අපි උගෙන ඇත්තෙමු. නමුත් සිද්ධි 2ක් ස්වායත්ත වේ යන්නෙන් අදහස් වන්නේ එක් සිද්ධියක සිදුවීම අනෙක් සිද්ධියෙහි සිදුවීම කෙරෙහි බලනොපාන බවයි.

නිදසුන 1

X හා Y යනු ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකකි. $P(X) = \frac{1}{3}$ ද , $P(Y) = \frac{1}{4}$ ද වේ. $P(X \cap Y)$ හා $P(X \cup Y)$ සොයන්න.

X හා Y ස්වායත්ත සිද්ධි බැවින්

$$P(X \cap Y) = P(X)\,P(Y).$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}.$$

$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$ සූත්‍රය යෙදීමෙන්

$$P(X \cup Y) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$$
$$= \frac{4+3-1}{12}$$

$P(X \cup Y) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ වේ.

නිදසුන 2

එක්තරා තරඟ විභාගයකට ඉදිරිපත් වූවන්ගෙන් A අපේක්ෂකයා සමත්වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{5}$ ද, B අපේක්ෂකයා සමත්වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{10}$ ද ලෙස අනුමාන කෙරේ. මෙම සිද්ධි ස්වායත්ත යැයි සලකා පහත දැක්වෙන එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) දෙදෙනාම සමත්වීම.

(ii) එක අයෙකුවත් සමත්වීම.

A සමත්වීම නැමැති සිද්ධිය A මගිනුත් B සමත්වීම නැමැති සිද්ධිය B මගිනුත් දක්වමු. එවිට

(i) A සහ B යන දෙදෙනාම සමත් වීමේ සම්භාවිතාව $P(A \cap B)$ මගින් දැක්වේ.

ස්වායත්ත සිද්ධි බැවින්

$$P(A \cap B) = P(A).\ P(B)$$
$$= \frac{1}{5} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{50}$$

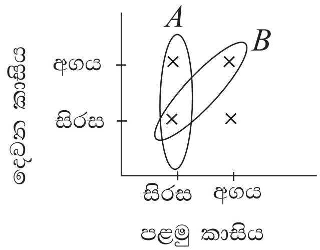
(ii) එක් අයෙක්වත් සමත්වීමේ සම්භාවිතාව $P(A \cup B)$ වේ. එවිට

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්

$$P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{3}{10} - \frac{3}{50}$$
$$= \frac{10+15-3}{50}$$
$$= \frac{22}{50}$$
$$= \frac{11}{25}$$

නිදසුන 3

නොනැඹුරු සමාන කාසි දෙකක් එකවර උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණය සලකමු. එහි නියැදි අවකාශය කොටු දැලක පහත පරිදි නිරූපණය කරමු.



පළමු කාසියේ සිරස ලැබීමේ සිද්ධිය A ලෙස ද, කාසි දෙකේම සමාන පැති ලැබීමේ සිද්ධිය B ලෙස ද ගනිමු. මෙම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත දැයි විමසා බලමු.

ඒ සඳහා මුලින්ම A හා B සිද්ධිවලට අදාළ සම්භාවිතා සොයමු.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ ද}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ ද}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{4} \text{ ද වේ.}$$

තවද $P(A)\,P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ නිසා

$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$ වේ.

$\therefore A$ හා B සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි වේ.

30.4 අභ්‍යාසය

1. X හා Y ස්වායත්ත සිද්ධි වන අතර $P(X) = \frac{1}{2}$ ද $P(X \cap Y) = \frac{1}{3}$ වේ.
   (i) $P(Y)$ සොයන්න.
   (ii) $P(X \cup Y)$ සොයන්න.

2. නොනැඹුරු කාසියක් හා මුහුණත්වල 1 සිට 6 තෙක් අංක ලියා ඇති නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් එකවර උඩ දමනු ලැබේ.
   (*a*) මෙම පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.
   (*b*) කාසියේ සිරස වැටීමේ සිද්ධිය A ලෙස ද, දාදු කැටයේ අංක 4 වැටීමේ සිද්ධි B ලෙස ද ගෙන එම සිද්ධි එක එකක් කොටු දැල තුළ වට කර දක්වා පහත එක් එක් සිද්ධියෙහි සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (i) $P(A)$ (ii) $P(B)$ (iii) $P(A \cap B)$ (iv) $P(A \cup B)$

3. මල්ලක සර්වසම වූ රතුපාට පබළු 3ක් හා නිල්පාට පබළු 2ක් ඇත. පළමුව අහඹු ලෙස පබළුවක් ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කර ගෙන, නැවත මල්ලට දමා දෙවැනිවර ද පබළුවක් ගෙන එහි පාට සටහන් කරනු ලැබේ. ඒ අනුව පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.

(i) පබළු දෙකම රතුපාට වීම.
(ii) පළමු පබළුව නිල්පාට වී දෙවැන්න රතුපාට වීම.
(iii) පළමු පබළුව රතුපාට වී දෙවැන්න නිල්පාට වීම.
(iv) පබළු දෙකම නිල්පාට වීම.

30.5 රුක්සටහන්

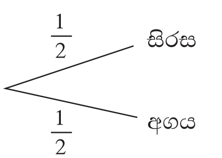
සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාළ සම්භාවිතා සෙවීම සඳහා රුක් සටහන් ද භාවිත කළ හැකි ය. පහත දැක්වෙන නිදසුන ඇසුරෙන් රුක් සටහන් ක්‍රමය පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 1

නොනැඹුරු කාසියක් දෙවරක් උඩ දමනු ලබන අතර එක් එක් අවස්ථාවේ දී ලැබෙන ප්‍රතිඵලය සටහන් කර ගනු ලබයි. අදාළ රුක් සටහන ඇඳ පහත දැක්වෙන එක් එක් සම්භාවිතාව සොයන්න.

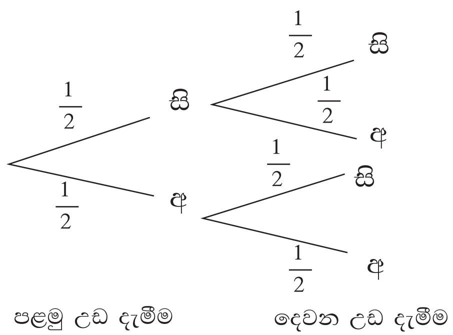
(i) අවස්ථා දෙකේ දී ම සිරස ලැබීම
(ii) අවස්ථා දෙකේ දී ම එකම පැත්ත වැටීම
(iii) එක් අවස්ථාවක දී වත් අගය වැටීම
(iv) දෙවනුව සිරස වැටීම

මෙම පරීක්ෂණ අවස්ථා 2කට වෙන් කර ගත හැකි ය. ඒවා නම් පළමු උඩ දැමීම හා දෙවන උඩ දැමීමයි. පළමු උඩ දැමීමේ දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල දෙක පහත පරිදි අතු දෙකක් සහිත රුක් සටහනක් මගින් දැක්විය හැකි ය.



පළමු උඩ දැමීම

මෙහි අතු මත දක්වා ඇත්තේ අදාළ ප්‍රතිඵලය ලැබීමේ සම්භාවිතාවයි. ඒවා $\frac{1}{2}$ බැගින් වන බව අපි දන්නෙමු. (කාසිය නොනැඹුරු නිසා). දෙවන උඩ දැමීම දැක්වීමට මෙම රුක් සටහන පහත දැක්වෙන පරිදි දීර්ඝ කළ හැකි ය.



මෙහි දී ද අදාළ සම්භාවිතා රුක් සටහනෙහි අතු මත දක්වා ඇත. පළමු හා දෙවන උඩ දැමීමේ දී ලැබෙන ප්‍රතිඵල ස්වායත්ත වන නිසා එම සම්භාවිතාව $\frac{1}{2}$ බැගින් වේ. මෙම රුක් සටහනෙහි මුල් ශීර්ෂයෙන් පටන් ගෙන කෙළවර දක්වා යා හැකි මාර්ග හතරක් ඇත. ඒවා නම්,

(i) මුල් උඩ දැමීමේ දී සිරස හා දෙවන උඩ දැමීමේ දී සිරස
(ii) මුල් උඩ දැමීමේ දී සිරස හා දෙවන උඩ දැමීමේ දී අගය
(iii) මුල් උඩ දැමීමේ දී අගය හා දෙවන උඩ දැමීමේ දී සිරස
(iv) මුල් උඩ දැමීමේ දී අගය හා දෙවන උඩ දැමීමේ දී අගය

මෙම මාර්ගවලින් නියැදි අවකාශයේ අවයව (එනම් පරීක්ෂණයක ප්‍රතිඵල) සියල්ල නිරූපණය වේ.

පළමු උඩ දැමීම හා දෙවන උඩ දැමීම යන අවස්ථා දෙකෙන් දැක්වෙන සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත නිසා එක් එක් ප්‍රතිඵලයේ සම්භාවිතාව සෙවීමට ගුණ කිරීම යොදා ගත හැකි ය. එනම්, P (අවස්ථා දෙකේදීම සිරස),

$= P$ (පළමු අවස්ථාවේ සිරස), P (දෙවන අවස්ථාවේ සිරස)

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4}$

මෙපරිද්දෙන්ම,

P (පළමු අවස්ථාවේ දී සිරස හා දෙවන අවස්ථාවේ දී අගය) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

P (පළමු අවස්ථාවේ දී අගය හා දෙවන අවස්ථාවේ දී සිරස) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

P (පළමු අවස්ථාවේ දී අගය හා දෙවන අවස්ථාවේ දී අගය) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

මෙම පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය

S = {(සි, සි), (සි, අ), (අ, සි), (අ, අ)}

නිසා, ඉහත සම්භාවිතා කෙටියෙන්,

P (සි, සි) $= \frac{1}{4}$

P (සි, අ) $= \frac{1}{4}$

P (අ, සි) $= \frac{1}{4}$

P (අ, අ) $= \frac{1}{4}$

එය ලිවිය හැකි ය. දැන් නිදසුනෙන් අසා ඇති කොටස්වලට පිළිතුරු සපයමු.

(i) P (අවස්ථා දෙකේ දී ම සිරස වැටීම) $= P$ (සි, සි) $= \frac{1}{4}$

(ii) P (අවස්ථා දෙකේ දී ම එකම පැත්ත වැටීම) $= P$ (සි, සි) $\cup$ (අ, අ)
$= P$ (සි, සි) $+ P$ (අ, අ) (අවස්ථා දෙක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නිසා)
$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

(iii) P (එක් අවස්ථාවක දී වත් අගය වැටීම) $= 1 - P$ (අවස්ථා දෙකේ දී ම සිරස වැටීම)
$= 1 - P$ (සි, සි) $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

(iv) P (දෙවනුව සිරස වැටීම) $= P$ (සි, සි) $\cup$ (අ, සි)
$= P$ (සි, සි) $+ P$ (අ, අ) (අවස්ථා දෙක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නිසා)
$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

30.5 අභ්‍යාසය

1. පෙට්ටියක, රතු පැන්සල් 4ක් හා කළු පැන්සල් 2ක් ඇත. මෙම පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස පැන්සලක් ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කර නැවත පෙට්ටියට දමා දෙවැනි වරද පැන්සලක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වා එමගින්,

   (i) පැන්සල් දෙකම රතු පාට ඒවා වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

   (ii) පැන්සල් දෙක වර්ණ දෙකෙන් යුක්ත වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

   (iii) එකම වර්ණයෙන් යුත් පැන්සල් දෙකක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

2. සරත් සහ සුනිත් යන දෙදෙනාම බස් රථවලින් පැමිණෙන එකම ආයතනයක සේවය කරන දෙදෙනෙකි. සරත් සේවා ස්ථානයට ප්‍රමාද වී පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{3}$ වන අතර සුනිත් සේවා ස්ථානයට ප්‍රමාද වී පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{4}$ වේ. එක් දිනක මෙම දෙදෙනා සේවා ස්ථානයට පැමිණීම දැක්වෙන නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වා පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.

(i) දෙදෙනාම ප්‍රමාද නොවී පැමිණීම.

(ii) එක් අයෙක් පමණක් ප්‍රමාද වීම.

3. දැල් පන්දු කණ්ඩායමක සිටින පන්දු විදින්නිය නිවැරදි ව පන්දුව විදීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{5}$ බව අතීත අත්දැකීම්වලින් හෙලිවිය. වාර දෙකක දී පන්දුව නිවැරදි ඉලක්කය වෙත විදීම දැක්වෙන නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වා පහත සඳහන් එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) අවස්ථා දෙකේ දී ම නිවැරදි ව ඉලක්කය වෙත විදීම.

(ii) එක් අවස්ථාවක දී වත් නිවැරදි ව ඉලක්කය වෙත විදීම.

මිශ්‍ර අභ්‍යාස මාලාව

1. සිසුන් 25ක කණ්ඩායමකින් තේ හා කෝපි බීමට කැමති අය පිළිබඳ ව කළ විමසුමක දී 17ක් තේ බීමට ද, 15ක් කෝපි බීමට ද 10ක් තේ හා කෝපි යන වර්ග දෙකම බීමට ද කැමති බව දන්වන ලදි.

(අ) මෙම තොරතුරු දැක්වීමට වෙන් රූප සටහනක් අඳින්න.

(ආ) එමගින් පහත සඳහන් එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) තේ බීමට පමණක් කැමති අයෙකු වීම.

(ii) එක් වර්ගයක් පමණක් බීමට කැමති අයෙකු වීම.

(iii) වර්ග දෙකෙන් එක් වර්ගයකටවත් කැමති අයෙකු වීම.

(iv) මෙම වර්ග දෙකටම අකමැති අයෙකු වීම.

2. ජීව විද්‍යා අංශයෙහි සහ ගණිත අංශයෙහි මුළු සිසුන් 100ක් සිටින මිශ්‍ර පාසලක එක් එක් ශිෂ්‍යයා / ශිෂ්‍යාව සඳහා P_1 සහ P_2 ප්‍රශ්න පත්‍ර වර්ග දෙකකින් එක් වර්ගයක් දෙන ලදි. එහි නියම වර්ගීකරණය පහත වගුවේ දැක්වේ.

ප්‍රශ්න පත්‍ර වර්ගය	ස්ත්‍රී පුරුෂ භාවය	ජීව විද්‍යා අංශය	ගණිත අංශය
P_1	ගැහැණු	10	5
	පිරිමි	20	5
P_2	ගැහැණු	30	10
	පිරිමි	15	5

පුද්ගලයෙක් සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද නම්. මෙම පුද්ගලයා,

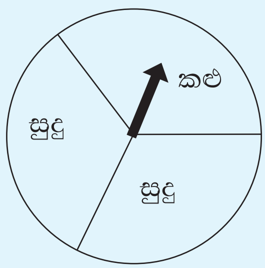
(i) ගැහැණු ළමයෙකු වීමේ,
(ii) ගණිතය හදාරන්නෙකු වීමේ,
(iii) P_1 වර්ගයේ ප්‍රශ්න පත්‍රයක් ලද්දෙකු වීමේ,
(iv) ගැහැණු ළමයෙක් යැයි දී ඇති විට ඇය ජීව විද්‍යාව හදාරණ කෙනෙකු වීමේ,
(v) P_2 ප්‍රශ්න පත්‍රයක් ලද ගණිත අංශයේ පිරිමි ළමයෙකු වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

3. "මෙම ලොතරැයියේ සෑම ලොතරැයි පත් 7කින් එකකට දිනුමක් ඔබට ලැබෙනු ඇත" මෙය ගුවන් විදුලි වෙළඳ දැන්වීමකින් උපුටා ගත් කොටසකි. මෙය ඇසූ අයෙකු මෙම ලොතරැයියේ ලොතරැයි පත් 2ක් මිලට ගත්තේය.

(අ) අදාළ රුක් සටහනක් අඳින්න.
(ආ) එමගින්,
(i) ලොතරැයි පත් දෙකටම දිනුම් ලැබීමේ,
(ii) එක් ලොතරැයි පතකටවත් දිනුමක් ලැබීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.



4. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තැටියක් සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ තුනකට බෙදා කොටස් දෙකක සුදු පාට හා එක් කොටසක කළු පාට ආලේප කර ඇත. තැටියේ කේන්ද්‍රයේ ඊතලයක් සවිකොට ඇත්තේ කේන්ද්‍රය වටා භ්‍රමණය විය හැකි පරිදි ය. ඊතලය වරක් භ්‍රමණය කර එය නවතින ස්ථානයේ වර්ණය සටහන් කරගනු ලැබේ. මෙසේ අවස්ථා 2ක් කටුව භ්‍රමණය කරවීම දැක්වීමට රුක් සටහනක් අඳින්න. එමගින් පහත දැක්වෙන අවස්ථා සඳහා සම්භාවිතා සොයන්න.

(i) අවස්ථා දෙකේ දීම සුදු කොටසක් මත කටුව නැවතීම.
(ii) එක් අවස්ථාවකදීවත් කළු කොටසක් මත කටුව නැවතීම.

5. රැකියා අවස්ථාවක් සඳහා තෝරා ගන්නා තරග විභාගයකින් ඉල්ලුම් කළ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 10%ක් සුදුසුකම් ලැබූහ. එම සුදුසුකම් ලැබූවන්ගෙන් 60%ක් සඳහා පළමු වටයේ රැකියා ලබාදෙන ලදි. අහඹු ලෙස තෝරා ගත්තෙකු පළමු වටයේ රැකියා ලබන්නෙකු වීමේ සම්භාවිතාව රුක් සටහන ඇසුරින් සොයන්න.

6. බහුවරණ ප්‍රශ්න පත්‍රයක එක් ප්‍රශ්නයක් සඳහා වරණ 4ක් ඇත. නිවැරදි වන්නේ එක් පිළිතුරක් පමණි. සිසුවෙකු මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයට පිළිතුරු ලිවීමේ දී ප්‍රශ්න දෙකකට පිළිතුරු නොදන්න බැවින් එම ප්‍රශ්න දෙක සඳහා අහඹු ලෙස පිළිතුරු සපයනු ලැබීය. අදාළ රුක් සටහනක් අඳින්න. එමගින් සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) ප්‍රශ්න 2 සඳහා ම දෙන ලද පිළිතුරු සමාන වීම.

(ii) එක් ප්‍රශ්නයක්වත් නිවැරදි වීම.

(iii) ප්‍රශ්න දෙක සඳහා ම පිළිතුර නිවැරදි වීම.

7. A හා B යනු කාර්යාලයක සේවය කළ සේවකයන් දෙදෙනෙකි. සතියේ කාර්යාල දින පහක දී ඔවුන් දෙදෙනාට දින 1ක් නිවාඩු ලබා ගත හැකි ය. ඔවුන් දෙදෙනාට සතියේ දින 5 තුළ නිවාඩු ලබා ගත හැකි සියලු ආකාර දැක්වෙන නියැදි අවකාශය කොටුදැලක දක්වන්න. එමගින් මේවායේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) A සඳුදා දිනකත් B බදාදා දිනකත් නිවාඩු ලබා ගැනීම,

(ii) Aට පෙර දිනක B නිවාඩු ලබා ගැනීම,

(iii) Aට පසු දිනක B නිවාඩු ලබා ගැනීම,

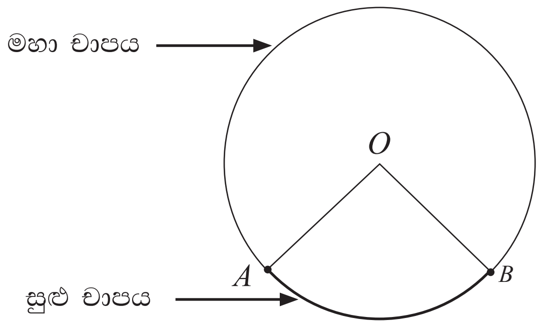
(iv) දෙදෙනාම එකම දිනක නිවාඩු ලබා ගැනීම.

31 වෘත්තයක කෝණ

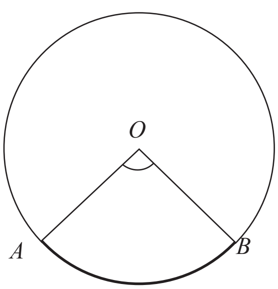
මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් ඔබට

වෘත්තයක කෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේය හඳුනා ගැනීමට හා ඒවා භාවිත කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

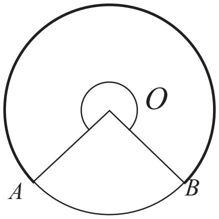
31.1 වෘත්ත චාපයකින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත සහ වෘත්තයේ පරිධිය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණ



ඉහත වෘත්තය මත පිහිටි A සහ B ලක්ෂ්‍ය දෙකෙන් වෘත්තය කොටස් දෙකකට වෙන්වේ. මෙම කොටස්වලට චාප යැයි කියනු ලැබේ. A හා B යා කරන රේඛාව වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හරහා ගමන් කරන විට, එනම් වෘත්තයේ විෂ්කම්භයක් වන විට මෙම චාප දෙක දිගින් සමාන වේ. එසේ ගමන් නොකරන විට චාප දෙක දිගින් අසමාන වේ. මෙවිට දිගින් අඩු චාපයට **සුළු චාපය** යැයි ද දිගින් වැඩි චාපයට **මහා චාපය** යැයි ද කියනු ලැබේ.

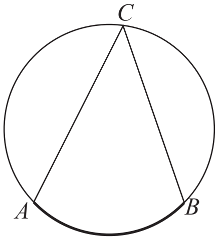


ඉහත රූපයේ තද පාටින් දැක්වෙන සුළු චාපයේ දෙකෙළවර වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයට යා කිරීමෙන් සෑදෙන සුළු කෝණය වන $A\hat{O}B$, AB සුළු චාපය මගින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලෙස හැඳින්වේ.



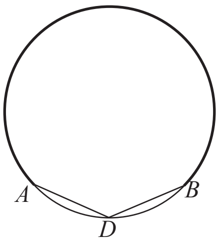
ඉහත රූපයේ තද පාටින් දැක්වෙන මහා චාපයේ දෙකෙළවර වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයට යා කිරීමෙන් සෑදෙන කෝණය වන $A\hat{O}B$ පරාවර්තන කෝණය, AB මහා චාපය මගින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලෙස හැඳින්වේ.

සටහන: මහා චාපය මගින් වෘත්තයක කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය සැම විටම පරාවර්තන කෝණයකි.



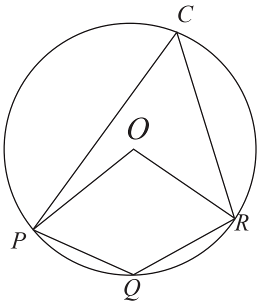
C යනු AB මහා චාපය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු.

AB සුළු චාපයේ දෙකෙළවර, මහා චාපය මත පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයට යා කිරීමෙන් $A\hat{C}B$ ලැබේ. එනම්, $A\hat{C}B$ යනු AB සුළු චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයකි.



මේ අයුරෙන්ම, පහත රූපයේ දැක්වෙන $A\hat{D}B$, AB මහා චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයක් ලෙස හැඳින්විය හැකි ය.

නිදසුන 1



දී ඇති රූප සටහනේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ.

(*a*) PR සුළු චාපය මගින්

(i) වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයත්

(ii) වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයත් ලියා දක්වන්න.

(*b*) PR මහා චාපය මගින්

(i) වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයත්

(ii) වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයත් ලියා දක්වන්න.

(*a*) (i) $P\hat{C}R$

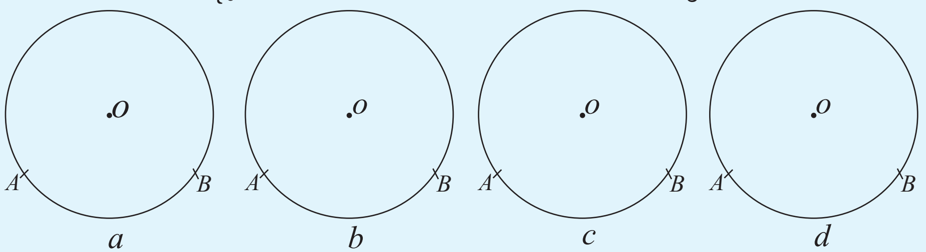
(ii) $P\hat{O}R$

(*b*) (i) $P\hat{Q}R$

(ii) $P\hat{O}R$ පරාවර්තන කෝණය

31.1 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති රූප සටහනේ දැක්වෙන වෘත්ත හතර ඔබේ අභ්‍යාස පොතේ පිටපත් කර ගන්න. O මගින් දැක්වෙන්නේ එක් එක් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයයි.



පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවේ දී අසා ඇති කෝණය ලකුණු කරන්න.

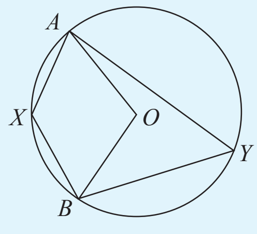
(i) a රූපයේ සුළු චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයක්

(ii) b රූපයේ සුළු චාපය මගින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය

(iii) c රූපයේ මහා චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයක්

(iv) d රූපයේ මහා චාපය මගින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය

2. රූපසටහන අනුව,



(i) AB සුළු චාපය මගින්

(*a*) වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයක්

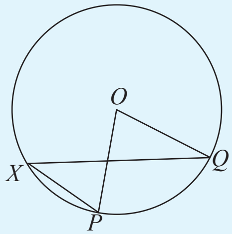
(*b*) වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලියන්න.

(ii) AB මහා චාපය මගින්

(*a*) වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයක්

(*b*) වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලියන්න.

3. දී ඇති රූපයේ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. PQ මහා චාපය මත X ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත.



(i) PQ සුළු චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලියන්න.

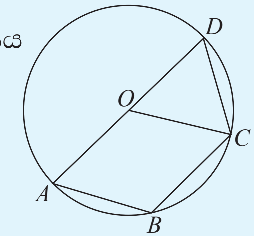
(ii) PQ සුළු චාපය මගින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලියන්න.

(iii) PQ සුළු චාපය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එය Y ලෙස නම් කරන්න. $P\hat{Y}Q$ කෝණය හඳුන්වන්න.

(iv) PQ මහා චාපය මගින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලියන්න.

4. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ.

(i) AC සුළු චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයක් නම් කරන්න.

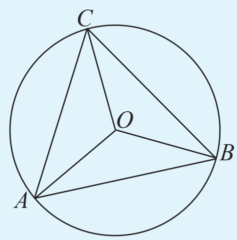


(ii) AC සුළු චාපය කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලියන්න.

(iii) AC මහා චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණයක් ලියන්න.

(iv) AC මහා චාපය මගින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලියන්න.

5. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ.



(i) AB සුළු චාපය මගින්

(a) වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය

(b) වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලියන්න.

(ii) BC සුළු චාපය මගින්

(a) වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය

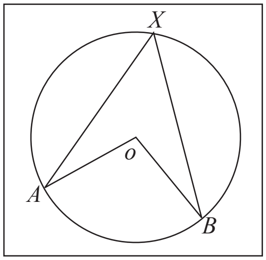
(b) වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලියන්න.

31.2 චාපයකින් කේන්ද්‍රය හා වෘත්තය මත ආපාතනය කරන කෝණ අතර සම්බන්ධය

වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය සහ එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය අතර සම්බන්ධය පිළිබඳ ව අවබෝධයක් ලබා ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙමු.

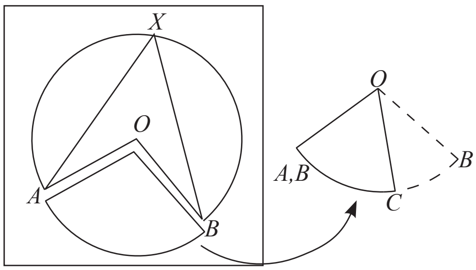
ක්‍රියාකාරකම

ටිෂූ කඩදාසියක වෘත්තයක් ඇඳ එහි කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න. සුළු චාපයක් හා මහා චාපයක් ලැබෙන පරිදි වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කරන්න. එම ලක්ෂ්‍ය A හා B ලෙස නම් කරන්න.



මහා චාපය මත ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එය X ලෙස නම් කරන්න.

AB සුළු චාපයෙන් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය හඳුනා ගන්න. එය $A\hat{O}B$ වේ. පහත රූප සටහනේ දැක්වෙන පරිදි AOB කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය කපා වෙන්කර ගන්න.



- $A\hat{O}B$ හරි අඩක් ලබා ගැනීම සඳහා වෙන් කරගත් AOB කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ OA මත OB සම්පාත වන සේ දෙකට නවන්න.
- නවන ලද කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය $A\hat{X}B$ කෝණය මත තබා නිරීක්ෂණය කරන්න.

එනම්, AB සුළු චාපය මගින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය වන $A\hat{O}B$ එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කරන $A\hat{X}B$ මෙන් දෙගුණයක් බවට තහවුරු වන්නට ඇත. ඉහත ආකාරයටම වෙනස් අරවලින් යුත් වෘත්තවල වෙනස් දිගින් යුත් චාප කොටස් ලකුණු කර, ඉහත ක්‍රියාකාරකම නැවත කරන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකම්වල දී වෘත්තයක චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් බව නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකිවනු ඇත.

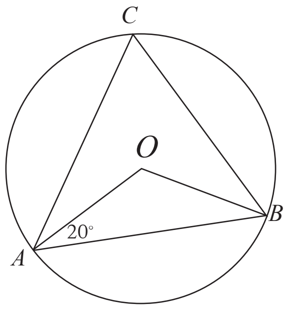
එම ප්‍රතිඵලය ජ්‍යාමිතික ප්‍රමේයයක් ලෙස පහත දැක්වේ.

ප්‍රමේයය

වෘත්ත චාපයක් මගින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය, එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.

ඉහත දැක්වූ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගණනය කිරීම් කරන අයුරු පහත දැක්වෙන නිදසුන් මගින් විමසා බලමු.

කේන්ද්‍රය O වන වෘත්තයක් මත A, B සහ C ලෙස ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. $O\hat{A}B = 20^\circ$ නම්; $A\hat{C}B$ අගය සොයමු.



$OA = OB$ (එකම වෘත්තයේ අරය සමාන වේ.)

$\therefore OAB$ ත්‍රිකෝණය සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වේ.

සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන නිසා

$$O\hat{A}B = O\hat{B}A$$

$$\therefore \; O\hat{B}A = 20^\circ \text{ වේ.}$$

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ 3 හි එකතුව 180° වන නිසා

$$A\hat{O}B + O\hat{A}B + O\hat{B}A = 180^\circ \text{ වේ.}$$

$$A\hat{O}B + 20^\circ + 20^\circ = 180^\circ$$

$$A\hat{O}B + 40^\circ = 180^\circ$$

$$A\hat{O}B = 180^\circ - 40^\circ$$

$$A\hat{O}B = 140^\circ$$

AB සුළු චාපය මගින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය $A\hat{O}B$ වේ. එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි චාපය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය $A\hat{C}B$ නිසා. ප්‍රමේයය අනුව

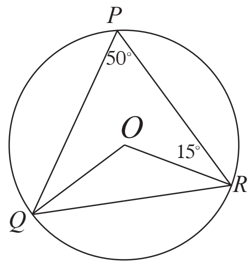
$$2\,A\hat{C}B = A\hat{O}B$$

$$\therefore A\hat{C}B = \frac{140^\circ}{2}$$

$$\therefore \underline{\underline{A\hat{C}B = 70^\circ}}$$

නිදසුන 1

රූප සටහනේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. දී ඇති තොරතුරු ඇසුරින් $P\hat{Q}R$ සොයන්න.



$Q\hat{O}R = 2\,Q\hat{P}R$ (වෘත්තයක චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය එම චාපයෙන් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.)

$\therefore Q\hat{O}R = 2 \times 50^\circ$

$= 100^\circ$

$O\hat{Q}R + O\hat{R}Q + Q\hat{O}R = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනේ එකතුව 180° ක් නිසා)

$O\hat{Q}R + O\hat{R}Q + 100^\circ = 180^\circ$

$O\hat{Q}R + O\hat{R}Q = 80^\circ$ —— ①

$OQ = OR$ (එකම වෘත්තයේ අර සමාන වේ.)

$\therefore O\hat{Q}R = O\hat{R}Q$ (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන නිසා)

① ට අනුව $2\,O\hat{R}Q = 80^\circ$

$O\hat{R}Q = \frac{80^\circ}{2}$

$O\hat{R}Q = 40^\circ$

$P\hat{R}Q = P\hat{R}O + O\hat{R}Q$

$P\hat{R}Q = 15^\circ + 40^\circ$

$P\hat{R}Q = 55^\circ$

$P\hat{Q}R + Q\hat{P}R + P\hat{R}Q = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ 3 එකතුව 180° නිසා)

$P\hat{Q}R + 50^\circ + 55^\circ = 180^\circ$

$P\hat{Q}R + 105^\circ = 180^\circ$

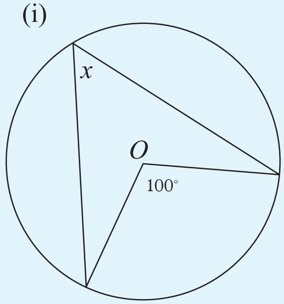
$P\hat{Q}R = 180^\circ - 105^\circ$

$\underline{\underline{P\hat{Q}R = 75^\circ}}$

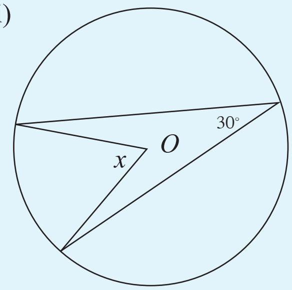
31.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රය O මගින් දැක්වේ. දී ඇති දත්ත අනුව x හි අගය සොයන්න.

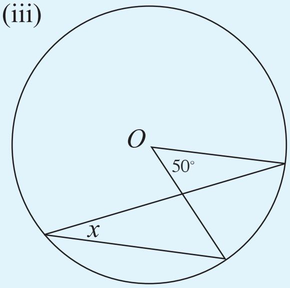
(i)



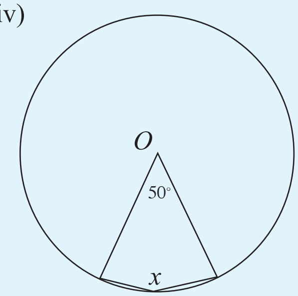
(ii)



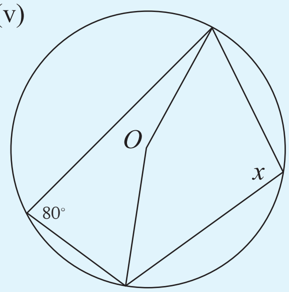
(iii)



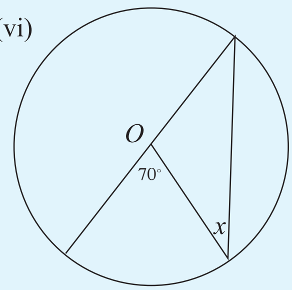
(iv)



(v)

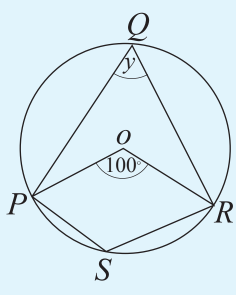


(vi)

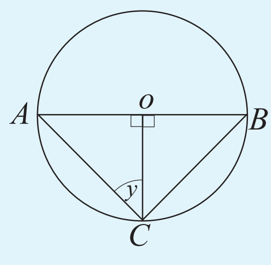


2. පහත දැක්වෙන එක් එක් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O මගින් දැක්වේ. දී ඇති දත්ත අනුව, හේතු දක්වමින් y හි අගය සොයන්න.

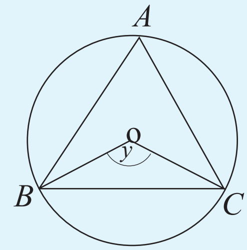
(i)



(ii)

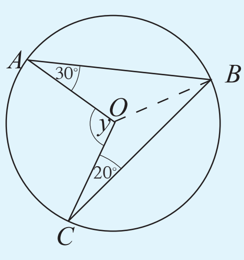


(iii)

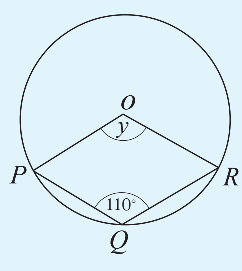


$A\hat{B}C = 70°$, $A\hat{C}B = 60°$

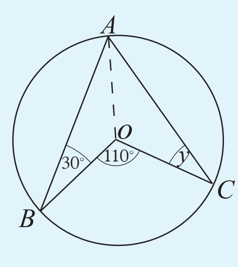
(iv)



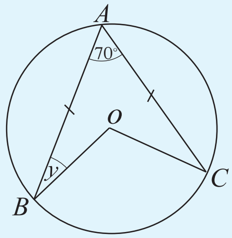
(v)



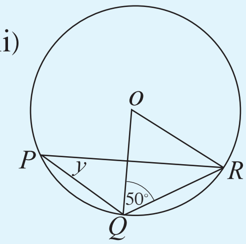
(vi)



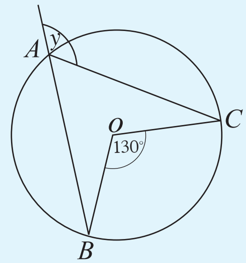
(vii)



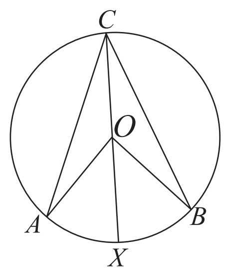
(viii)

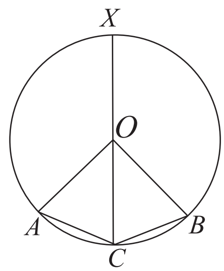


(ix)



31.3 "වෘත්තයක චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය එම චාපයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ" යන ප්‍රමේයයේ විධිමත් සාධනය





දත්තය: O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත A,B සහ C ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත.

සාධනය කළ යුත්ත: $A\hat{O}B = 2A\hat{C}B$ බව

නිර්මාණය: CO රේඛාව X දක්වා දික් කිරීම

සාධනය: $OA = OC$ (එකම වෘත්තයේ අර)

$O\hat{A}C = O\hat{C}A$ —— (1) (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන නිසා)

$O\hat{A}C + O\hat{C}A = X\hat{O}A$ —— (2) (ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන නිසා)

(1) සහ (2) නිසා $X\hat{O}A = 2\,O\hat{C}A$ —— (3)

එසේම $X\hat{O}B = 2\,O\hat{C}B$ —— (4)

(3) සහ (4) අනුව $X\hat{O}A + X\hat{O}B = 2\,O\hat{C}A + 2\,O\hat{C}B$

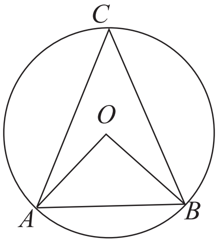
$A\hat{O}B = 2\,(O\hat{C}A + O\hat{C}B)$

$A\hat{O}B = 2A\hat{C}B$

ඉහත සාධනය කළ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් වෙනත් සාධනය කිරීමේ ගැටලු (අනුමේයය) සාධනය කරන ආකාරය දැන් විමසා බලමු.

නිදසුන 2

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. $A\hat{C}B + A\hat{B}C = A\hat{O}B$ නම් $AC = AB$ බව පෙන්වන්න.



සාධනය:

$A\hat{C}B + A\hat{B}C = A\hat{O}B$ —— (1) (දී ඇත)

$2\,A\hat{C}B = A\hat{O}B$ —— (2) (වෘත්තයක චාපයක් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය එම චාපයෙන් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.)

(1) හා (2) නිසා $2\,A\hat{C}B = A\hat{C}B + A\hat{B}C$

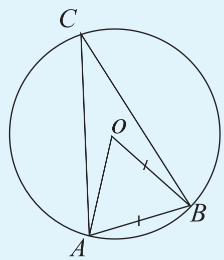
$2\,A\hat{C}B - A\hat{C}B = A\hat{B}C$

$A\hat{C}B = A\hat{B}C$

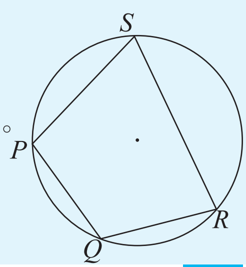
$\underline{\underline{AC = AB}}$ (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන බැවින්)

31.3 අභ්‍යාසය

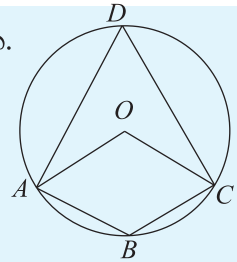
1. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් මත A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. $OB = AB$ නම් $A\hat{C}B = 30°$ බව පෙන්වන්න.



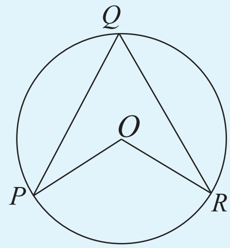
2. P, Q, R සහ S ලක්ෂ්‍ය වෘත්තයක් මත පිහිටා ඇත. $P\hat{Q}R + P\hat{S}R = 180°$ බව සාධනය කරන්න.



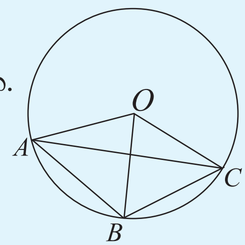
3. O කේන්ද්‍රය වු වෘත්තයක් මත A, B, C සහ D ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. $A\hat{O}C = A\hat{B}C$ නම් $A\hat{D}C = 60^\circ$ බව පෙන්වන්න.



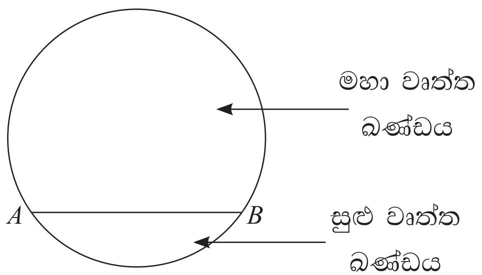
4. P, Q සහ R ලක්ෂ්‍ය O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ පරිධිය මත පිහිටා ඇත. $O\hat{P}Q = O\hat{R}Q$ නම් $P\hat{O}R = 4\,O\hat{R}Q$ බව පෙන්වන්න. (O හා Q යා කරන්න.)



5. O කේන්ද්‍රය වු වෘත්තය මත A, B, සහ C ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. $A\hat{O}C = 2\left(B\hat{A}C + B\hat{C}A\right)$ බව පෙන්වන්න.

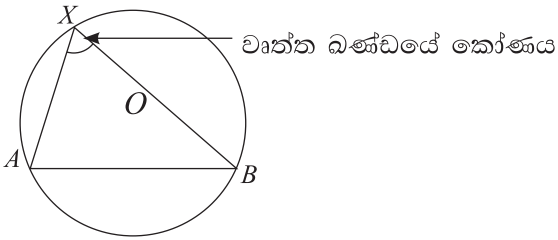


31.4 වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ අතර සම්බන්ධය

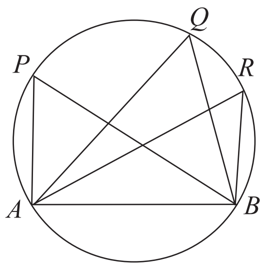


වෘත්තයක් සහ එම වෘත්තයට අඳින ලද AB ජ්‍යාය රූප සටහනේ දැක්වේ. එම ජ්‍යාය මඟින් වෘත්තය පෙදෙස් දෙකකට වෙන් වේ. එක් පෙදෙසක් වන්නේ ජ්‍යායෙන් සහ මහා වෘත්ත චාපයෙන් වට වූ **මහා වෘත්ත ඛණ්ඩය යි.**

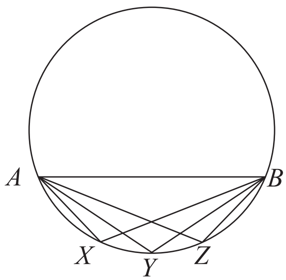
අනෙක් පෙදෙස ජ්‍යායෙන් සහ සුළු වෘත්ත චාපයෙන් වට වූ **සුළු වෘත්ත ඛණ්ඩය යි.**



AB ජ්‍යායේ දෙකෙළවර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ චාප කොටස මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකට යා කිරීමෙන් සෑදෙන කෝණය වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණය ලෙස හැඳින්වේ. රූපසටහනට අනුව AXB වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණය $A\hat{X}B$ වේ.



$A\hat{P}B, A\hat{Q}B$ සහ $A\hat{R}B$ වෘත්තයේ මහා වෘත්ත ඛණ්ඩයට අයත් වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ වේ. ඒ නිසා $A\hat{P}B, A\hat{Q}B$ සහ $A\hat{R}B$ වලට එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ යැයි කියනු ලැබේ.

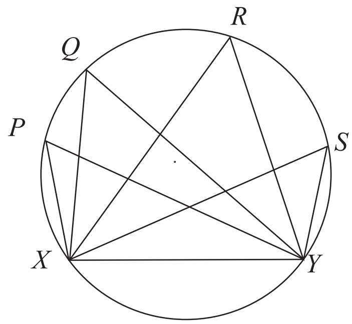


රූපයේ දැක්වෙන $A\hat{X}B, A\hat{Y}B$ සහ $A\hat{Z}B$ කෝණ වෘත්තයේ සුළු වෘත්ත ඛණ්ඩයට අයත් එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ වේ.

පහත දැක්වෙන ක්‍රියාකාරකම මගින් වෘත්තයේ එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ අතර සම්බන්ධය හඳුනා ගනිමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

- කඩදාසියක වෘත්තයක් අඳිමු. වෘත්තය මත X සහ Y නම් ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කර XY ජ්‍යාය අඳින්න.
- XY මහා වෘත්ත ඛණ්ඩයේ චාපය මත P, Q, R සහ S ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.
- එම ලක්ෂ්‍ය XY ජ්‍යායේ දෙකෙළවරට යා කරන්න. එවිට මහා වෘත්ත ඛණ්ඩයට අයත්, $X\hat{P}Y, X\hat{Q}Y, X\hat{R}Y$ සහ $X\hat{S}Y$ යන එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ ලැබේ.



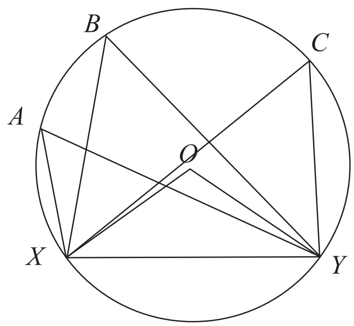
- අඳින ලද එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ කෝණමානයක ආධාරයෙන් මනින්න. එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය පරීක්ෂා කරන්න.

- ඉහත ආකාරයටම වෘත්තයේ සුළු වෘත්ත ඛණ්ඩයට අයත් වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ කිහිපයක් ඇඳ එම කෝණ මැන ලැබෙන අගයන් පරීක්ෂා කරන්න.

මෙම ක්‍රියාකාරකම්වල යෙදීමෙන් එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන බව හඳුනාගන්නට ඇත. එය ප්‍රමේයක් ලෙස පහත දැක්වේ.

ප්‍රමේයය : වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ.

එසේ හඳුනාගත් ප්‍රමේයය ජ්‍යාමිතික සාධනයක් මගින් තහවුරු කර ගනිමු.



දත්තය: O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ XY ජ්‍යායේ එකම පැත්තේ වෘත්තය මත A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත.

සාධනය කළ යුත්ත: $X\hat{A}Y = X\hat{B}Y = X\hat{C}Y$

නිර්මාණය: OX සහ OY යා කිරීම.

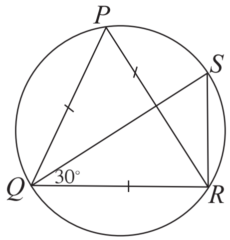
සාධනය: වෘත්තයක ජ්‍යායකින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය පරිධිය මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.

$$X\hat{O}Y = 2\,X\hat{A}Y \text{ ——— } ①$$
$$X\hat{O}Y = 2\,X\hat{B}Y \text{ ——— } ②$$
$$X\hat{O}Y = 2\,X\hat{C}Y \text{ ——— } ③$$
① ② සහ ③ නිසා $2\,X\hat{A}Y = 2\,X\hat{B}Y = 2\,X\hat{C}Y$

$$\therefore \underline{\underline{X\hat{A}Y = X\hat{B}Y = X\hat{C}Y}}$$

ඉහත දැක්වූ ප්‍රමේය ගණනය කිරීම් සඳහා යොදාගන්නා ආකාරය විමසා බලමු.

රූපයේ දී ඇති තොරතුරු උපයෝගී කරගෙන $Q\hat{R}S$ සොයන්න.



ඉහත දැක්වෙන රූපයේ $PQ = QR = PR$ සහ $R\hat{Q}S = 30^\circ$ වේ. $Q\hat{R}S$ අගය සොයමු.

$PQ = QR = PR$ නිසා

PQR ත්‍රිකෝණය සමපාද ත්‍රිකෝණයකි.

සමපාද ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණයක අගය 60^0 නිසා.

$$Q\hat{P}R = 60^\circ$$

$$Q\hat{P}R = Q\hat{S}R$$ (එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන නිසා)

$$\therefore Q\hat{S}R = 60^\circ$$

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 180^0 නිසා

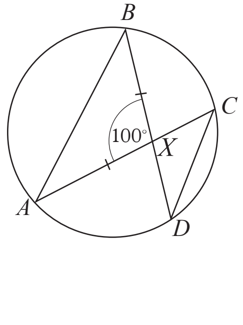
$$Q\hat{R}S + R\hat{Q}S + Q\hat{S}R = 180^\circ$$

$$Q\hat{R}S = 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ)$$

$$Q\hat{R}S = \underline{\underline{90^\circ}}$$

නිදසුන 1

රූපයේ දී ඇති තොරතුරු යොදාගෙන $B\hat{D}C$ සොයන්න.



$XB = XA$ නිසා XAB ත්‍රිකෝණය සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි.

$\therefore \quad X\hat{B}A = X\hat{A}B$ (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.)

ABX ත්‍රිකෝණයේ $X\hat{B}A + X\hat{A}B + A\hat{X}B = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ 3 එකතුව 180^0 නිසා)

එනිසා $X\hat{B}A + X\hat{A}B + 100^\circ = 180^\circ$

$$X\hat{B}A + X\hat{A}B = 180^\circ - 100^\circ$$

$$X\hat{B}A + X\hat{A}B = 80^\circ$$

$$2\,X\hat{A}B = 80^\circ \ (X\hat{B}A = X\hat{A}B \text{ නිසා})$$

$$X\hat{A}B = 40^\circ$$

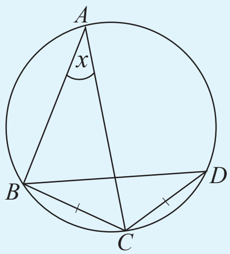
එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන නිසා

$$B\hat{D}C = X\hat{A}B$$

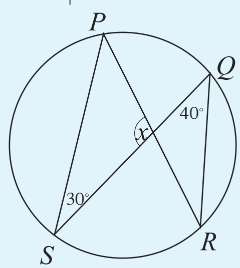
$$\underline{\underline{B\hat{D}C = 40^\circ}}$$

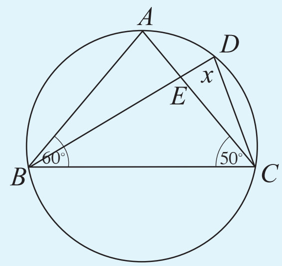
31.4 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන අභ්‍යාසවල x හි අගය සොයන්න.

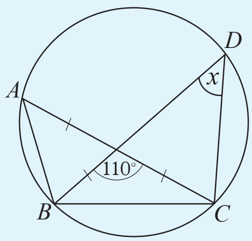
1. 

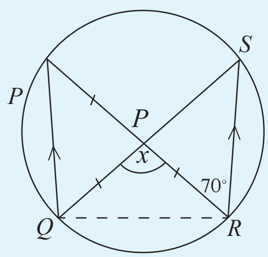
$B\hat{C}D = 110^\circ$

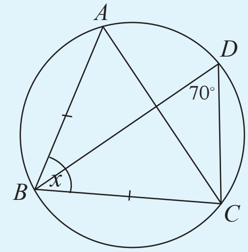
2. 

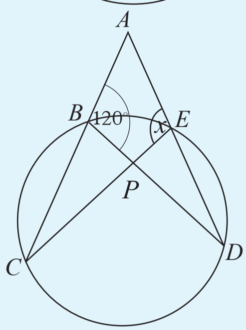
3. 

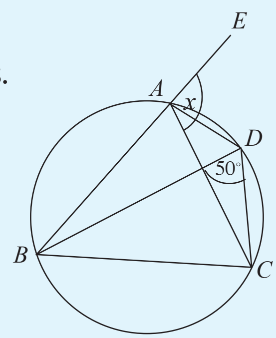
$AB = AC$

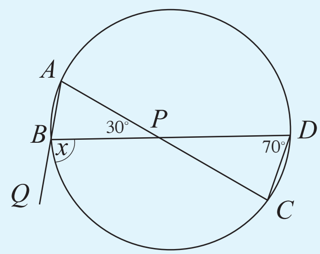
4. 

5. 

6. 

7. 

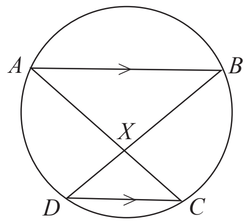
8. 

9. 

31.5 එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ. ප්‍රමේය භාවිත කරමින් අනුමේය සාධනය

නිදසුන 1

රූපයේ දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් $AC = BD$ බව පෙන්වන්න.



$A\hat{B}D = B\hat{D}C$ ($AB//DC$, ඒකාන්තර කෝණ)

$A\hat{B}D = A\hat{C}D$ (එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$\therefore B\hat{D}C = A\hat{C}D$

ත්‍රිකෝණයක සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන නිසා

$XD = XC$

$B\hat{A}C = A\hat{C}D$

$A\hat{B}D = A\hat{C}D$ ($AB//CD$, ඒකාන්තර කෝණ)

$B\hat{A}C = A\hat{B}D$ (එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ)

ත්‍රිකෝණයක සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන නිසා

$XA = XB$

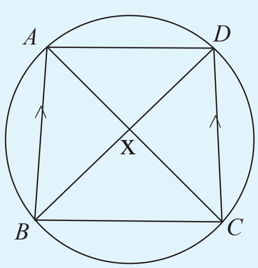
$XC = XD$ (සාධනය කර ඇත)

$\therefore \underbrace{XA + XC} = \underbrace{XB + XD}$

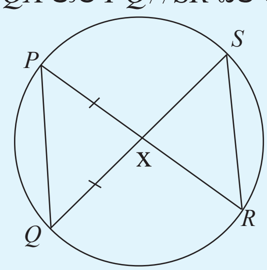
$\underline{\underline{AC = BD}}$

31.5 අභ්‍යාසය

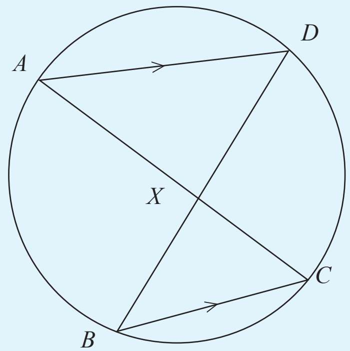
1. $AB//CD$ නම් $A\hat{D}C = B\hat{C}D$ බව පෙන්වන්න.



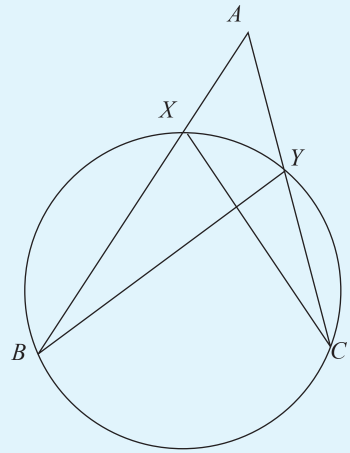
2. $PX = QX$ නම් $PQ//SR$ බව පෙන්වන්න.



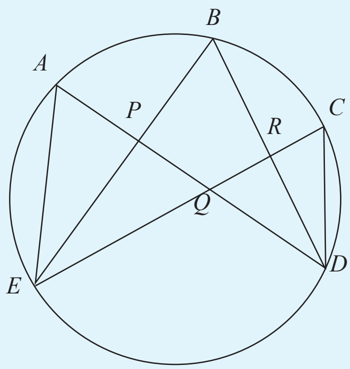
3. $AD // BC$ නම්, $AX = DX$ බව පෙන්වන්න.



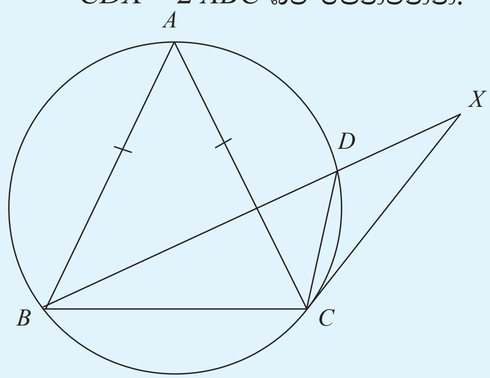
4. $A\hat{X}C = A\hat{Y}B$ බව පෙන්වන්න.



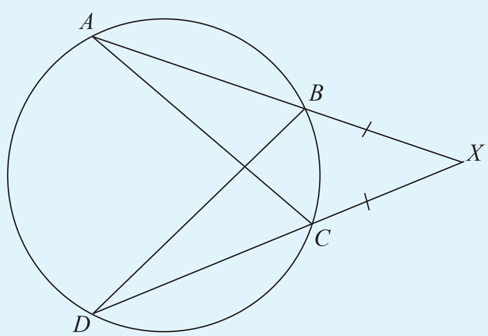
5. $B\hat{P}Q = B\hat{R}Q$ නම් $A\hat{E}C$ කෝණ සමච්ඡේදකය BE බව පෙන්වන්න.



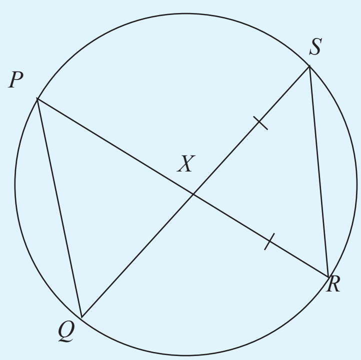
6. $AB = AC$ නම් $C\hat{D}X = 2\ ABC$ බව පෙන්වන්න.



7. $XB = XC$ නම් $AC = BD$ බව පෙන්වන්න.

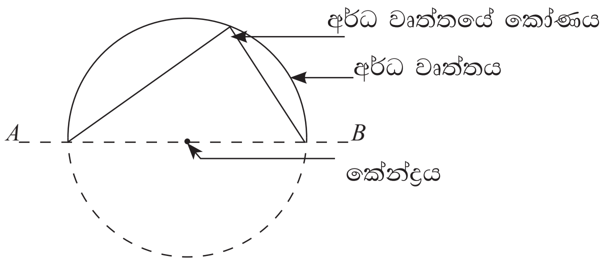


8. $XS = XR$ නම්, $XP = XQ$ බව පෙන්වන්න.



31.6 අර්ධ වෘත්තයේ කෝණ

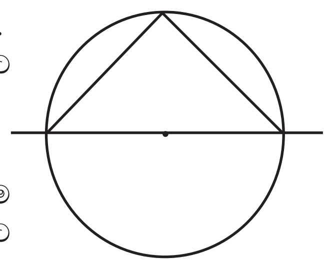
වෘත්තයෙන් හරි අඩක් වූ වෘත්ත චාපය අර්ධ වෘත්තයක් ලෙස හැඳින්වේ.



වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හරහා රේඛාවක් ඇඳීමෙන් වෘත්තය අර්ධ වෘත්ත දෙකකට වෙන්වේ. අර්ධ වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍යයක් අර්ධ වෘත්තයේ දෙකෙළවරට යා කිරීමෙන් සෑදෙන කෝණයට අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය යැයි කියනු ලැබේ.

අර්ධ වෘත්තයේ කෝණවල ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීම සඳහා පහත දැක්වෙන ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

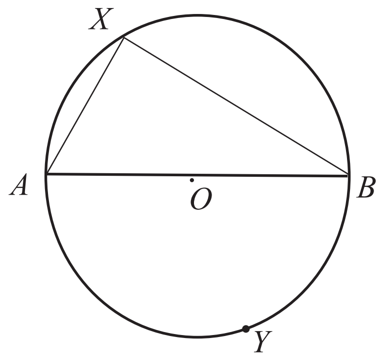
ක්‍රියාකාරකම 1



- කඩදාසියක් මත කවකටුව භාවිතා කරමින් වෘත්තයක් අඳින්න. එම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හරහා සරල රේඛාවක් අඳින්න. එවිට වෘත්තය, අර්ධ වෘත්ත දෙකකට වෙන් වේ.
- එක් අර්ධ වෘත්තයක් මත ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න. එම ලක්ෂ්‍යය අර්ධ වෘත්තයේ දෙකෙළවරට යා කරන්න. එවිට වෘත්ත චාපය මත අර්ධ වෘත්තයේ කෝණයක් ලැබේ.
- කෝණමානය භාවිතයෙන් අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය මනින්න.

අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය 90° බව ඔබට පෙනෙනු ඇත. මෙලෙසම තවත් වෘත්ත කිහිපයක් ඇඳ ඒවායේ අර්ධ වෘත්තයේ කෝණ ඇඳ අගය මනින්න. ඉහත සඳහන් ක්‍රියාකාරකමෙහි දී අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය හැම විටම සෘජුකෝණයක් වන බව ඔබට නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකිවනු ඇත.

ඉහත දැක්වෙන සම්බන්ධය ජ්‍යාමිතික සාධනයක් මගින් තහවුරු කර ගනිමු.



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ AB විෂ්කම්භයක් වන අතර X හා Y යනු රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය වේ.

සාධනය කළ යුත්ත: $A\hat{X}B$ සෘජුකෝණයක් බව.

සාධනය: $A\hat{O}B$ යනු AYB චාපය මගින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය වේ.

AYB අර්ධ වෘත්තයක් නිසා AOB විෂ්කම්භයක් වේ.

$A\hat{O}B =$ සෘජුකෝණ 2 ________ ①

AYB චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණය $A\hat{X}B$ වේ.

වෘත්ත චාපයක් මගින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය, එම චාපයෙන් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වන නිසා,

$A\hat{O}B = 2\,A\hat{X}B$ ________ ②

① සහ ② නිසා

$2\,A\hat{X}B =$ සෘජුකෝණ 2

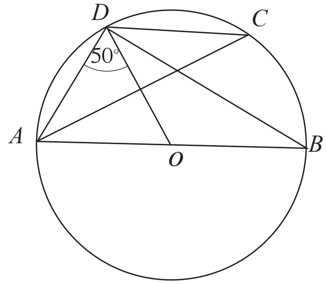
$\therefore A\hat{X}B$ සෘජුකෝණ 1

ඉහත සාධනය මගින් තහවුරු කළ සම්බන්ධය ප්‍රමේයක් ලෙස පහත දැක්වේ.

ප්‍රමේයය: අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය සෘජුකෝණයක් වේ.

පහත දැක්වෙන නිදසුන් මගින් ඉහත ප්‍රමේයය ඇසුරෙන් ගණනය කිරීම් කරන ආකාරය හඳුනා ගනිමු.

රූප සටහනේ O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයේ දක්වා ඇති දත්ත ඇසුරෙන් $A\hat{C}D$ අගය සොයමු.



$A\hat{D}B = 90^\circ$ (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය)

$A\hat{D}B = A\hat{D}O + O\hat{D}B$

$\therefore A\hat{D}O + O\hat{D}B = 90^\circ$

$50^\circ + O\hat{D}B = 90^\circ$

$O\hat{D}B = 90^\circ - 50^\circ$

$O\hat{D}B = 40^\circ$

එකම වෘත්තයේ අර බැවින්

$DO = OB$

ත්‍රිකෝණයක සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන නිසා

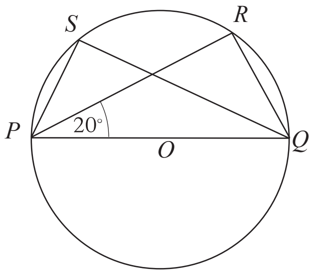
$D\hat{B}O = O\hat{D}B$

$\therefore D\hat{B}O = 40^\circ$

$D\hat{B}O = A\hat{C}D$ (වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයක කෝණ)

$\therefore \underline{\underline{A\hat{C}D = 40^\circ}}$

නිදසුන 1



දී ඇති වෘත්තයේ PQ යනු විෂ්කම්භයකි. $Q\hat{P}R = 20^\circ$ නම් හා $PS = QR$ නම් $R\hat{P}S$ අගය සොයන්න.

$P\hat{R}Q = 90^\circ$ (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය)

$P\hat{Q}R + Q\hat{P}R + P\hat{R}Q = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනේ එකතුව 180° නිසා)

$P\hat{Q}R + 20^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$P\hat{Q}R = 180^\circ - 110^\circ$

$P\hat{Q}R = 70^\circ$

$P\hat{S}Q = 90^\circ$ (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය)

$P\hat{R}Q = 90^\circ$ (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය)

$\therefore PSQ$ සහ PRQ ත්‍රිකෝණ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ වේ.

$\therefore PSQ\Delta$ සහ $PRQ\ \Delta$

$SP = RQ$ (දී ඇත)

PQ (පොදු පාදය)

$\therefore PSQ\Delta \equiv PRQ\Delta$ (කර්ණ පා. අවස්ථාව)

$\therefore S\hat{P}Q = P\hat{Q}R$ (අංගසම ත්‍රිකෝණ දෙකක අනුරූප කෝණ)

$\therefore S\hat{P}Q = 70^\circ$

$R\hat{P}S + Q\hat{P}R = 70^\circ$

$R\hat{P}S + 20^\circ = 70^\circ$

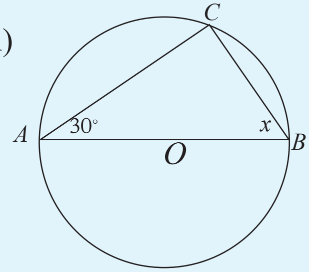
$R\hat{P}S = 70^\circ - 20^\circ$

$\underline{\underline{R\hat{P}S = 50^\circ}}$

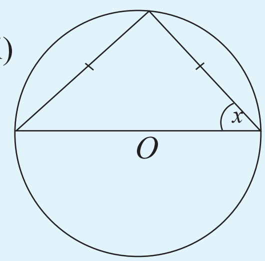
31.6 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වලින් දැක්වේ. දී ඇති දත්ත අනුව x හි අගය සොයන්න.

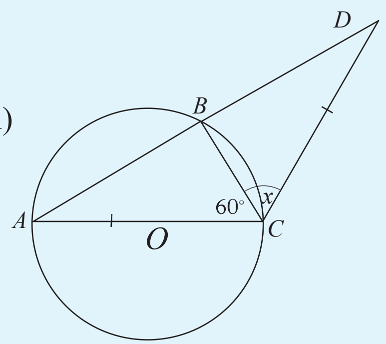
(i)



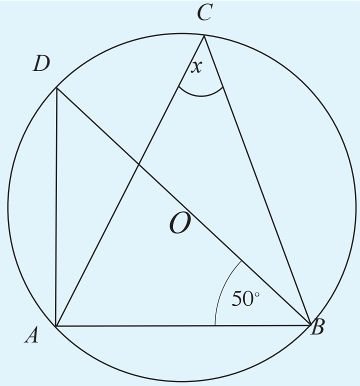
(ii)



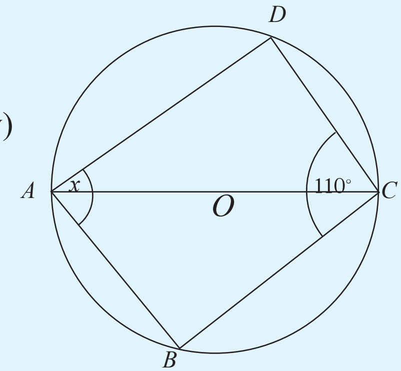
(iii)



(iv)



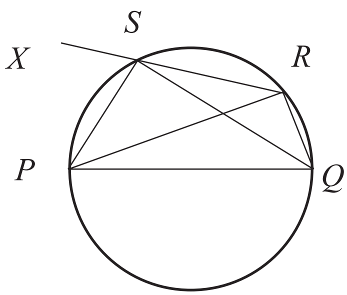
(v)



31.7 "අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය සෘජුකෝණයක් වේ" යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් අනුමේයන් සාධනය කිරීම

නිදසුන 1

PQ, *PQRS* වෘත්තයේ විෂ්කම්භයකි. *RS*, *X* දක්වා දිගු කර ඇත. $R\hat{P}Q + P\hat{S}X = 90^\circ$ බව සාධනය කරන්න.



සාධනය:-

$Q\hat{S}R + P\hat{S}Q + P\hat{S}X = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි කෝණවල එකතුව 180° නිසා)

$P\hat{S}Q = 90^\circ$ (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණ සෘජුකෝණ වේ.)

$\therefore\ Q\hat{S}R + 90^\circ + P\hat{S}X = 180^\circ$

$Q\hat{S}R + P\hat{S}X = 180^\circ - 90^\circ$

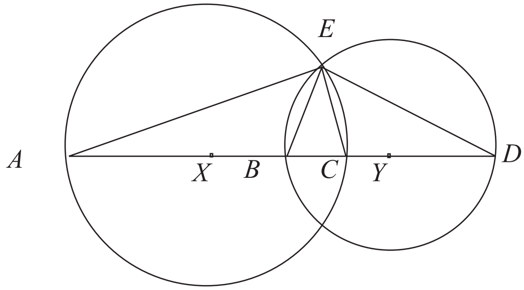
$Q\hat{S}R + P\hat{S}X = 90^\circ$

$Q\hat{S}R$ සහ $R\hat{P}Q$, *PSRQ* වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ වේ.

$\therefore\ Q\hat{S}R = R\hat{P}Q$ (එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ.)

$\therefore\ \underline{\underline{R\hat{P}Q + P\hat{S}X = 90^\circ}}$

නිදසුන 2



දී ඇති රූපයේ වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර X සහ Y වේ. $A\hat{E}B = C\hat{E}D$ බව පෙන්වන්න.

සාධනය : AC, X හරහා යන බැවින් AC, X කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ විෂ්කම්භයකි.

$\therefore AEC$ චාපය අර්ධ වෘත්තයකි.

$\therefore A\hat{E}C = 90^\circ$ (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය සෘජු කෝණයක් නිසා)

$\therefore A\hat{E}B + B\hat{E}C = 90^\circ$ ——— ①

BD, Y කේන්ද්‍රය හරහා යන බැවින් BD, Y කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ විෂ්කම්භයකි.

$\therefore BED$ චාපය අර්ධ වෘත්තයකි.

$\therefore B\hat{E}D = 90^\circ$ (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය සෘජු කෝණයක් නිසා)

$C\hat{E}D + B\hat{E}C = 90^\circ$ ——— ②

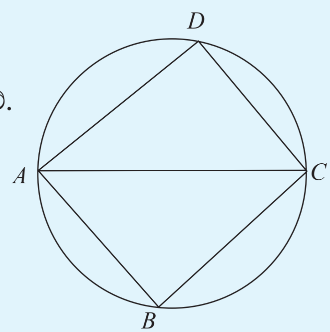
$A\hat{E}B + B\hat{E}C = C\hat{E}D + B\hat{E}C$

සමීකරණයෙ දෙපසින් $B\hat{E}C$ අඩු කිරීමෙන්

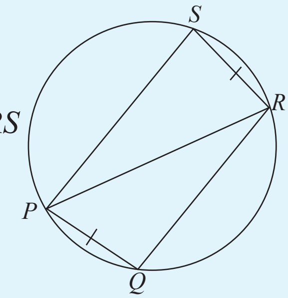
$\underline{\underline{A\hat{E}B = C\hat{E}D}}$

31.7 අභ්‍යාසය

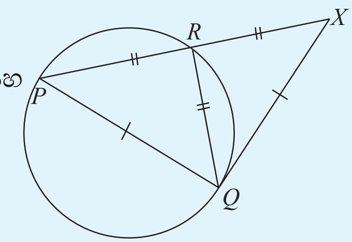
1. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ වෘත්තයේ විෂ්කම්භය AC වේ. $B\hat{A}D + B\hat{C}D = 180^\circ$ බව පෙන්වන්න.



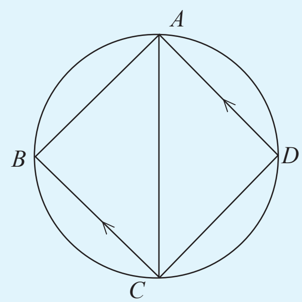
2. රූපයේ දැක්වෙන $PQRS$ වෘත්තයේ විෂ්කම්භය PR වේ. $PQ = RS$ නම් $PQRS$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



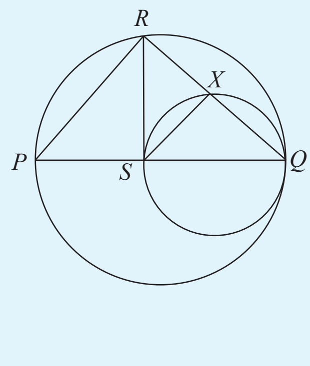
3. PQ යනු PQR වෘත්තයේ විෂ්කම්භයකි. $PQ = QX$ සහ $PR = QR = RX$. $P\hat{Q}X = 90^\circ$ බව පෙන්වන්න.



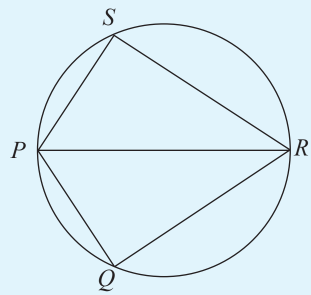
4. AC යනු $ABCD$ වෘත්තයේ විෂ්කම්භයකි. $BC//AD$ වේ. $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



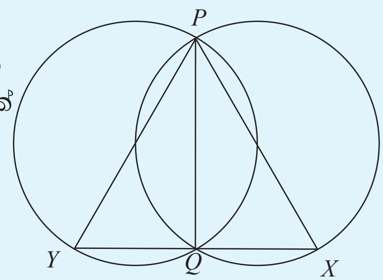
5. විශාල වෘත්තයේ විෂ්කම්භය PSQ ද, කුඩා වෘත්තයේ විෂ්කම්භය SQ වේ. RQ, X ලක්ෂ්‍යයේ දී කුඩා වෘත්තය කැපේ. $P\hat{R}S = R\hat{S}X$ බව පෙන්වන්න.



6. PR යනු දී ඇති වෘත්තයේ විෂ්කම්භයකි.
$S\hat{R}P = Q\hat{R}P$ නම් $S\hat{P}R = Q\hat{P}R$ බව පෙන්වන්න.



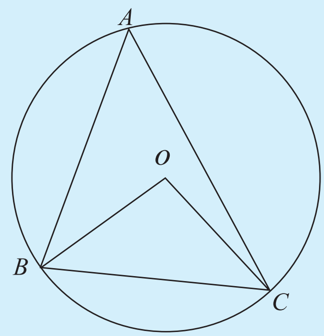
7. වෘත්ත දෙක P හා Q ලක්ෂ්‍යවල දී ඡේදනය වේ. වෘත්ත දෙකේ විෂ්කම්භ PX සහ PY වේ. XQY සරල රේඛාවක් බව පෙන්වන්න.



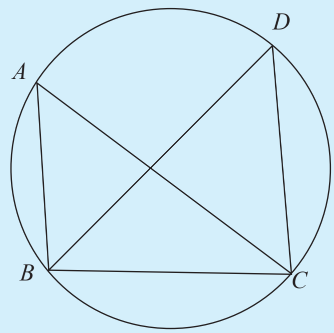
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

දී ඇති දත්ත රූප සටහන්වල ලකුණුකර දී ඇති ගැටලු විසඳන්න.

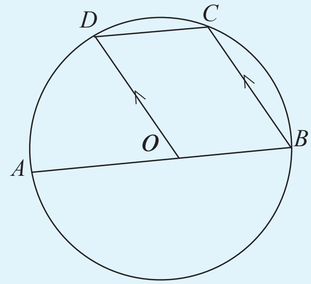
1. ABC වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. $A\hat{B}O = O\hat{B}C$ සහ $A\hat{B}O = 40^\circ$ වේ. $A\hat{C}O$ අගය සොයන්න.

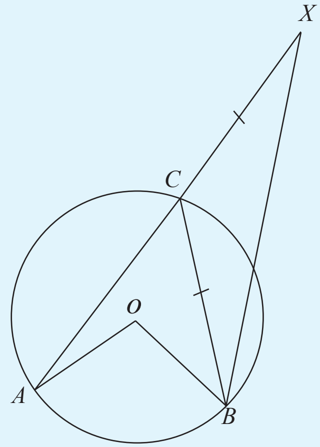


2. $ABCD$ වෘත්තයේ විෂ්කම්භය BD වේ. $BC = CD$ සහ $A\hat{C}B = 35^\circ$ නම් $A\hat{B}C$ අගය සොයන්න.

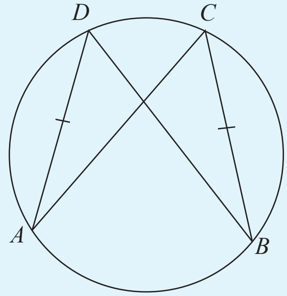


3. දී ඇති $ABCD$ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. $BC//OD$ ද $A\hat{B}C = 60^\circ$ ද වේ. $B\hat{C}D$ කෝණයේ අගය සොයන්න.

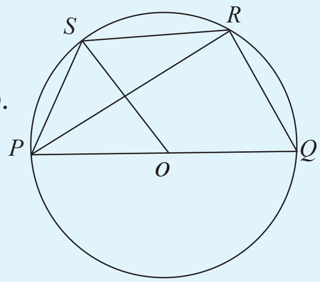




4. ABC වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. $BC = CX$ වන සේ AC, X දක්වා දිගු කර ඇත. $A\hat{O}B = 4\,C\hat{B}X$ බව පෙන්වන්න.



5. A, B, C සහ D ලක්ෂ්‍ය වෘත්තය මත පිහිටා ඇත. $AD = BC$ වේ. $DB = CA$ බව පෙන්වන්න.



6. PQ යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ විෂ්කම්භයකි. $QR//OS$ වේ. $SR = SP$ බව පෙන්වන්න.

32 පරිමාණ රූප

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

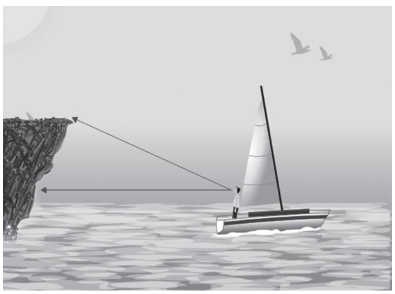
- ආරෝහණ සහ අවරෝහණ කෝණ හඳුනා ගැනීමට
- සිරස් තලයක දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් පරිමාණ රූප ඇඳ නොදන්නා රාශි ගණනය කිරීමට

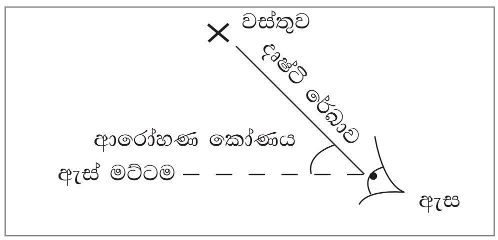
හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

32.1 පරිමාණ රූප

පරිමාණ රූප ඇසුරෙන් තිරස් තලයක් මත ස්ථානයක පිහිටීම එම ස්ථානයේ, දිගංශය හා දුර ඇසුරෙන් දැක්වීමට මීට පෙර ශ්‍රේණිවල දී ඔබ ඉගෙන ගෙන ඇත. සිරස් තලයක පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පිහිටීම ආරෝහණ හා අවරෝහණ කෝණ ඇසුරෙන්, පරිමාණ රූප අඳිමින්, සොයන අයුරු මෙම පාඩමේ දී ඉගෙන ගනිමු.

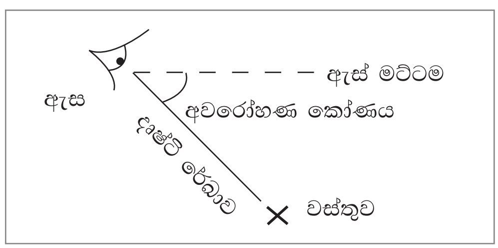
ආරෝහණ කෝණය





ඇස් මට්ටමට ඉහළින් පිහිටි යම් වස්තුවක් දෙස බැලීමේ දී නිරීක්ෂකයාගේ ඇස් මට්ටමත් (තිරස් රේඛාවත්) වස්තුව දෙස බලන දෘෂ්ටි රේඛාවත් අතර කෝණය ආරෝහණ කෝණය ලෙස හැඳින්වේ.

අවරෝහණ කෝණය



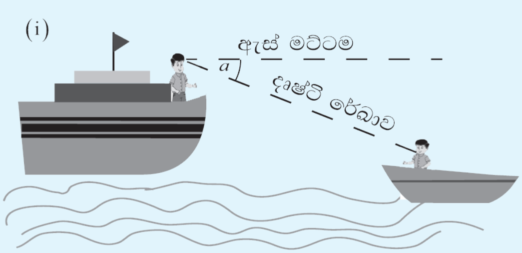
ඇස් මට්ටමට වඩා පහළින් පිහිටි යම් වස්තුවක් දෙස බැලීමේ දී නිරීක්ෂකයාගේ ඇස් මට්ටමත් (තිරස් රේඛාවත්) වස්තුව දෙස බලන දෘෂ්ටි රේඛාවත් අතර කෝණය අවරෝහණ කෝණය ලෙස හැඳින්වේ.

සටහන: ආරෝහණ හා අවරෝහණ කෝණ සැමවිටම තිරස් මට්ටම සමඟ සාදන කෝණ වේ.

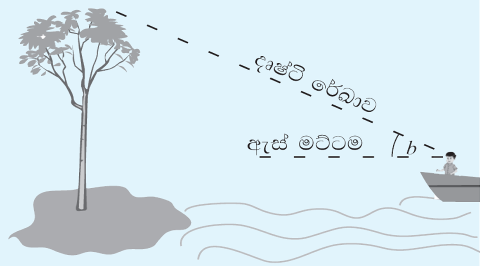
32.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනේ ලකුණු කර ඇති කෝණය, ආරෝහණ කෝණයක් ද නැතහොත් අවරෝහණ කෝණයක් ද යන වග ලියන්න.

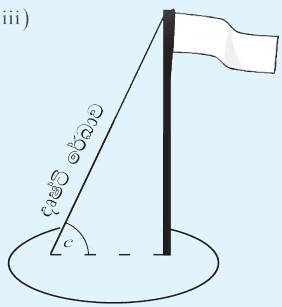
(i)



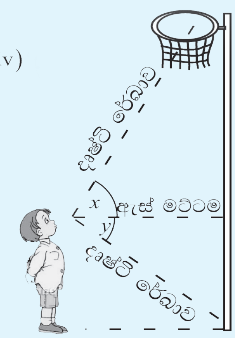
(ii)



(iii)

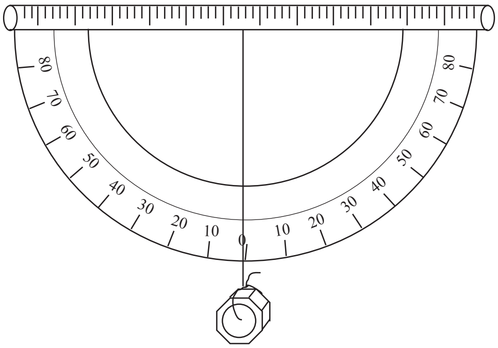


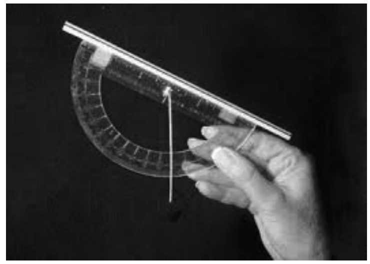
(iv)



32.2 ආනතිමානය (ක්ලයිනො මීටරය)

සිරස් තලයක වූ වස්තුවක පිහිටීම ප්‍රකාශ කිරීමේ දී ආරෝහණ හෝ අවරෝහණ කෝණයේ විශාලත්වය දත යුතුය. මෙම කෝණ මැන ගැනීම සඳහා ආනතිමානය යොදා ගත හැකි ය.





සරල ආනතිමානයක් පන්ති කාමරයේ දී සාදා ගැනීම සඳහා පහත පියවර අනුගමනය කරන්න.

- අරය 10 cm පමණ වූ අර්ධ වෘත්තයක් කාඩ්බෝඩ් එකකින් කපා ගන්න.
- වක්‍ර දාරයේ එක් එක් කෙළවර 90° ලෙස ද, වක්‍ර දාරයේ මැද 0° ද ලෙස ද ලකුණු කොට වක්‍ර දාරය ඔස්සේ අංශක 10න් 10ට 0° දක්වන රේඛාවෙන් දෙපසටම ක්‍රමාංකනය කරන්න.
- අර්ධ වෘත්තයේ ඍජු දාරය දිගේ බීම බටයක් සවි කරන්න.
- 10 cmට වඩා දිග නූලක කෙළවර කුඩා බරක් ගැට ගසා අනෙක් කෙළවර අර්ධ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයට අමුණන්න.

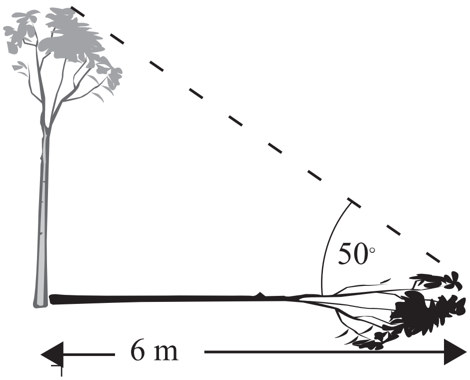
බටය තිරස්ව තිබිය දී නූල 0° හරහා යයි. බටය තිරසට 45°ක ආනතියක් දක්වන විට නූල ද 45° හරහා යයි. එනම් බටය සිරසට 45° ආනතියක් පෙන්වයි. ඒ අනුව ආනතිමානය භාවිතයෙන් ආරෝහණ හා අවරෝහණ කෝණ මැනිය හැකි ය.

32.2 අභ්‍යාසය

1. ඔබ සාදාගත් ආනතිමානය ඇසුරෙන්, සුදුසු ස්ථානයක සිට පහත දැක්වෙන එක් එක් ලක්ෂ්‍යයේ ආරෝහණ කෝණය සොයන්න.
   (i) පාසලේ කොඩි කණුවේ මුදුන
   (ii) ගොඩනැගිල්ලක මුදුන
   (iii) පාසල් වත්තේ ගසක මුදුන

32.3 සිරස් තලයේ පරිමාණ රූප

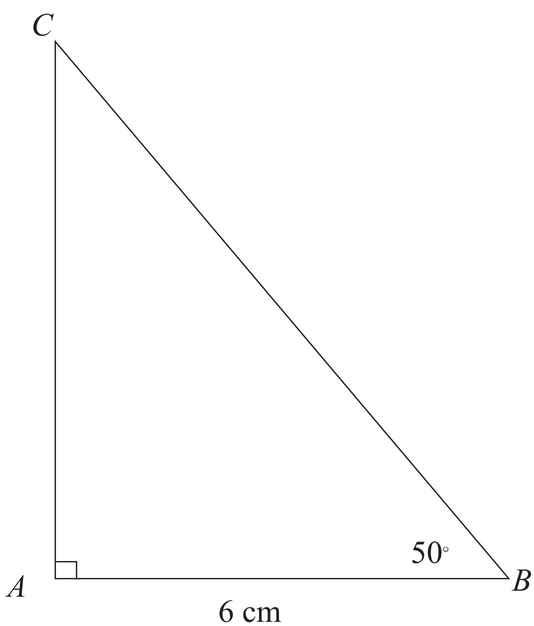
දැන්, සිරස් තලයක ඇති තොරතුරු දැක්වීමට පරිමාණ රූප යොදා ගන්නා අවස්ථා කිහිපයක් සලකා බලමු. ගසක සෙවනැල්ල තිරස් බිමක් මත වැටී තිබෙන අයුරු පහත රූප සටහනේ දැක්වේ. එම දත්ත අනුව පරිමාණ රූපයක් ඇඳ ගසේ උස සොයමු.



පළමුව සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගනිමු.

පරිමාණ රූපයේ සෙන්ටිමීටර 1කින් මීටර 1ක සැබෑ දුරක් දක්වමු.
එනම්, 1 cmකින් 100 cm දක්වමු.
එනම්, පරිමාණය 1 : 100 වේ.

ඒ අනුව 6 m නිරූපණය සඳහා 6 cmක් දිග රේඛාවක් ඇඳිය යුතු ය. එය AB ලෙස තිරස්ව අඳිමු. (දී ඇති රූපය බලන්න) කෝණමානය භාවිතයෙන් B හි දී 50°ක කෝණයක් ද A හි දී 90° කෝණයක් ද ලකුණු කර $B\hat{A}C = 90°$ වන හා $A\hat{B}C = 50°$ වන පරිදි ABC ත්‍රිකෝණය රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සම්පූර්ණ කරමු.

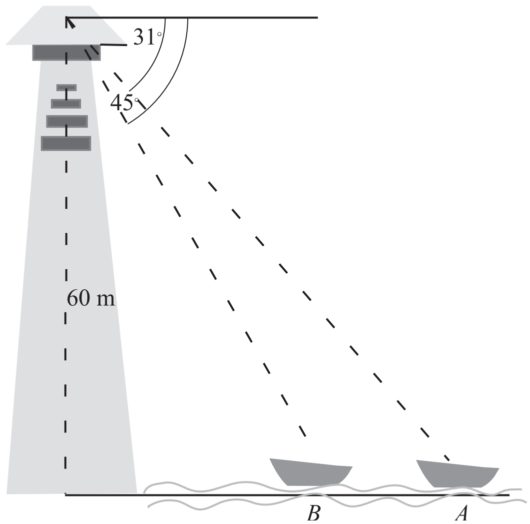


පරිමාණ රූපය අනුව AC දිග මගින් ගසේ උස ලබා ගත හැකිය. එය 7.2 cm ලෙස ඔබට ලැබෙනු ඇත.

AC හි දිග = 7.2 cm
සෙන්ටිමීටර 1කින් සෙන්ටිමීටර 100ක් දැක්වෙන නිසා
ගසේ සැබෑ උස = 7.2 cm × 100
= 720 cm
= 7.2 m

නිදසුන 1

මීටර 60ක් උස ප්‍රදීපාගාරයක මුදුනේ සිට බලන නිරීක්ෂකයෙකුට මුහුදේ ඈත පිහිටි A නම් බෝට්ටුවක් 31°ක අවරෝහණ කෝණයකින් ද B නම් බෝට්ටුවක් 45°ක අවරෝහණ කෝණයකින් ද නිරීක්ෂණය විය (රූපය බලන්න). මෙම A හා B බෝට්ටු දෙකත් ප්‍රදීපාගාරයත් එකම සිරස් තලයක පිහිටා ඇත. ඉහත තොරතුරු දැක්වෙන පරිමාණ රූපයක් ඇඳ A හා B බෝට්ටු අතර දුර සොයන්න.



පළමුව දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව දළ රූපයක් අඳිමු. සෙන්ටිමීටර 1කින් මීටර 10ක් දක්වමු.

1m = 100 cm නිසා

තෝරාගත් පරිමාණයකට අනුව 1 cm කින් 1000 cm දැක්වේ.

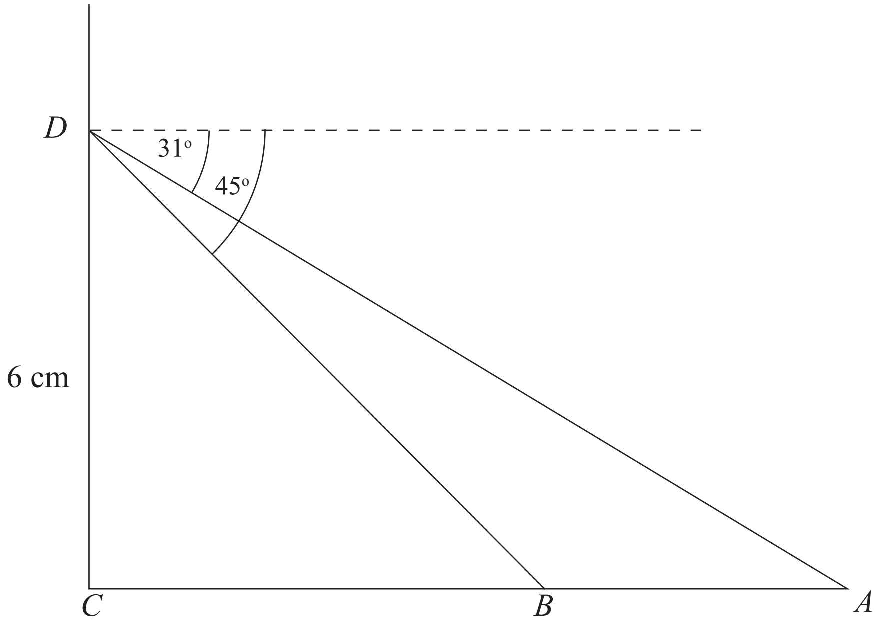
∴ පරිමාණය 1 : 1000 වේ.

සටහන : ඉතා ඈත ඇති වස්තූන් පරිමාණ රූපවල දැක්වීමේ දී, මිනිසාගේ උස, දුරත් සමඟ සසඳන විට ඉතා කුඩා බැවින් මිනිසාගේ උස නොසලකා හැරිය හැකි ය.

පරිමාණය අනුව ප්‍රදීපාගාරයේ උස නිරූපණය සඳහා 6 cm දිග රේඛාවක් ඇඳිය යුතුය. එම රේඛාව CD ලෙස ගනිමු.

දැන් පරිමාණ රූපය අඳිමු.

- පළමුව 6 cm සිරස් රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය CD ලෙස නම් කරන්න.
- C හිදී සහ D හිදී එම සිරස් රේඛා ඛණ්ඩයට ලම්බ රේඛා දෙකක් අඳින්න.
- D හිදී තිරස් රේඛාව සමඟ 31° අවරෝහණ කෝණයක් සෑදෙනසේ DA රේඛා ඛණ්ඩය අඳින්න.
- D හිදී අඳින ලද තිරස් රේඛාව සමඟ 45° අවරෝහණ කෝණයක් සෑදෙන සේ BD රේඛා ඛණ්ඩය අඳින්න.
- දැන් A හා B අතර දුර මනින්න. එය 4 cm බව ඔබට පෙනෙනු ඇත.



බෝට්ටු දෙක අතර සැබෑ දුර $= 4 \times 1000$ cm

$= 4000$ cm

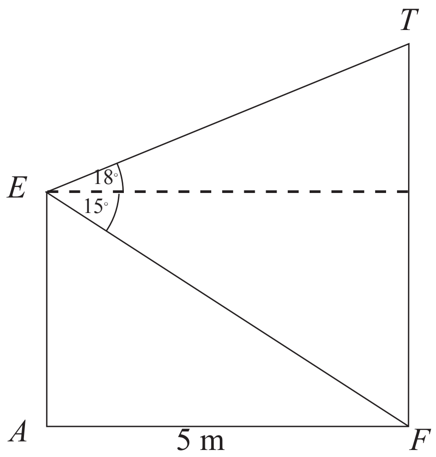
$= \underline{\underline{40 \text{ m.}}}$

නිදසුන 2

තිරස් ක්‍රීඩා පිටියක පිහිටි A නම් ස්ථානයක සිට මීටර 5ක් දුරින් වූ දැල් පන්දු කණුවක ඉහළම ලක්ෂ්‍යය වූ T දෙස බලන දිලිනිට එය පෙනෙනුයේ ඇයගේ ඇස් මට්ටම වූ E සිට 18°ක ආරෝහණ කෝණයකිනි. එම ස්ථානයේම සිට කණුවේ පතුල වූ F ලක්ෂ්‍යය දෙස බලන විට එය ඇස් මට්ටමේ සිට 15°ක අවරෝහණ කෝණයකින් පිහිටා තිබේ. දැල් පන්දු කණුවේ උස සහ දිලිනිගේ උස පරිමාණ රූපයක් ඇඳීමෙන් සොයන්න.

රූප සටහන දී නොමැති විට, දී ඇති තොරතුරු අනුව දළ සටහනක් ඇඳීමෙන් අනතුරුව පරිමාණ රූපය ඇඳීම වඩා සුදුසු වේ.

දළ සටහන:

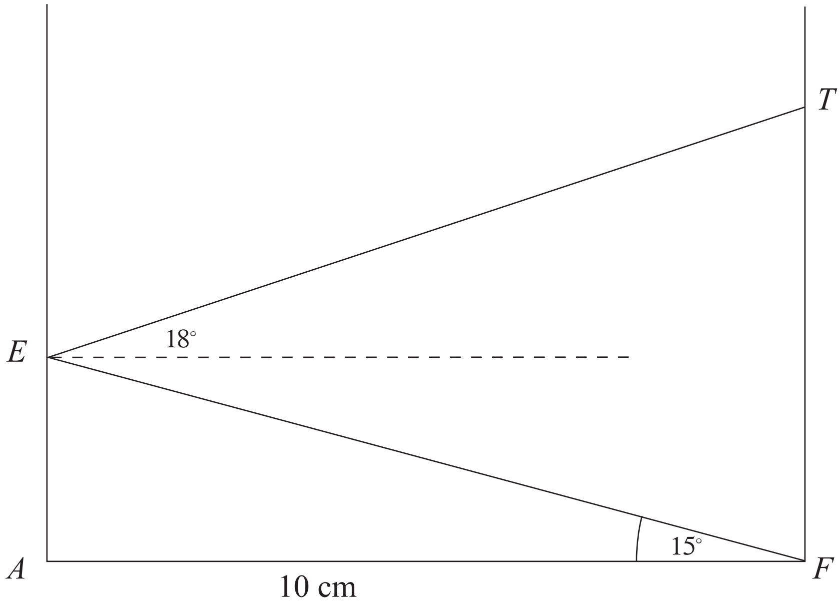


දැන්, පරිමාණ රූපය ඇඳීම සඳහා සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගනිමු.
සෙන්ටිමීටර 2කින් මීටර 1ක් දක්වමු.
∴ සෙන්ටිමීටර 1කින් සෙන්ටිමීටර 50ක් දැක්වේ.
∴ පරිමාණය 1 : 50 වේ.
5 m දුර දැක්විය යුතු දිග සොයමු.
මීටර 1ක් දැක්වෙන්නේ සෙන්ටිමීටර 2කින් නම්,
මීටර 5ක් දැක්වෙන්නේ සෙන්ටිමීටර 10කින් ය.

සටහන : මෙහිදී දිලිනි හා දැල්පන්දු කණුව අතර දුර අඩු අගයක් ගන්නා බැවින් දිලිනිගේ උස සලකා පරිමාණ රූපය ඇඳිය යුතුය.
දැන් පරිමාණ රූපය අඳිමු.

- *A* හා *F* අතර දුර 5 m බැවින් ඉහත පරිමාණය අනුව 10 cm දිග රේඛාවක් ඇඳ එහි දෙකෙළවර *A* හා *F* ලෙස ලකුණු කරන්න.
- *AF*ට ලම්බව *A* හා *F* හිදී රේඛා දෙකක් අඳින්න.
- *E* ලක්ෂ්‍යය මේ වන විට හඳුනා නොගත් ලක්ෂ්‍යයක් නිසා *E* හි දී අවරෝහණ කෝණය ලකුණු කළ නොහැකිය. *E* හිදී අවරෝහණ කෝණයත් $E\hat{F}A$ කෝණයත් ඒකාන්තර කෝණ වන නිසා ඒවා සමාන වේ. දැන් $E\hat{F}A = 15^\circ$ වන පරිදි *A* හිදි *AF* ට ලම්බව ඇඳි රේඛාව මත *E* පවතින සේ $E\hat{F}A$ අඳින්න.
- දැන් *E* ලක්ෂ්‍යය දන්නා බැවින් *E* හිදි *AE* රේඛාවට ලම්බ රේඛාවක් අඳින්න.
- එම රේඛාව සමඟ *E* හි දී 18°ක ආරෝහණ කෝණයක් අඳින්න. එම සරල රේඛාව *F* හිදි *AF* ට ලම්බව අඳින රේඛාව හමුවන ලක්ෂ්‍යය *T* ලෙස නම් කරන්න.
- දිලිනිගේ උස පරිමාණ රූපයේ *AE* මගින් දැක්වෙන අතර කණුවේ උස *TF* මගින් දැක්වේ.

පරිමාණ රූපය:



පරිමාණ රූපයට අනුව,

$AE = 2.6 \text{ cm}$

$\therefore$ දිලිනිගේ උස $= 2.6 \times 50 \text{ cm}$

$= 130.0 \text{ cm}$

$= \underline{\underline{1.3 \text{ m}}}$.

$TF = 6 \text{ cm}$

$\therefore$ දැල් පන්දු කණුවේ උස $= 6 \times 50 \text{ cm}$

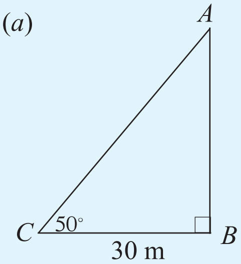
$= 300 \text{ cm}$

$= \underline{\underline{3 \text{ m}}}$.

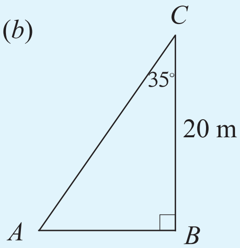
32.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් පරිමාණ රූපයක් ඇඳ AB මගින් දැක්වෙන දිග සොයන්න.

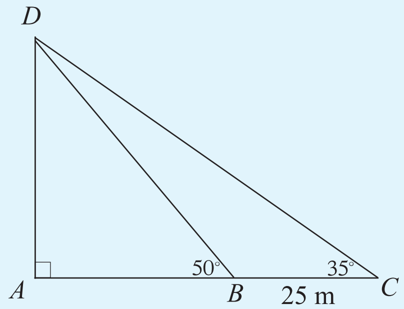
(a)



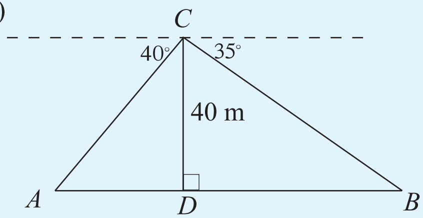
(b)



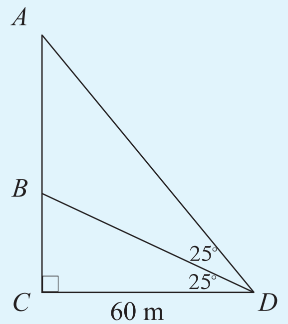
(c)



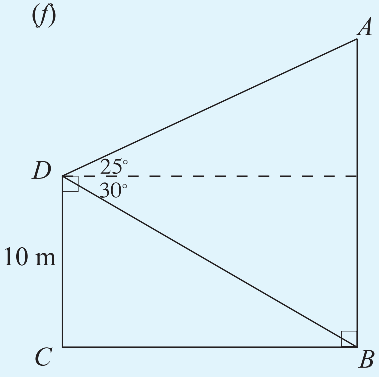
(d)



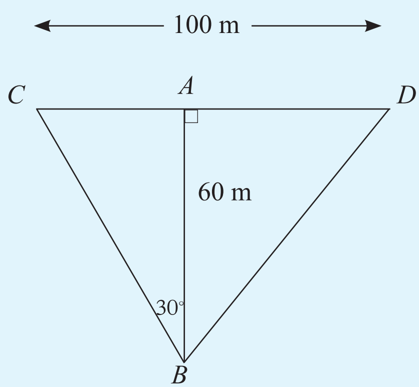
(e)



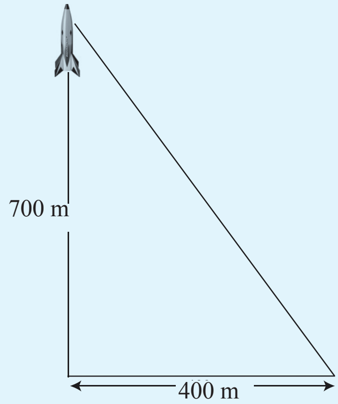
(f)



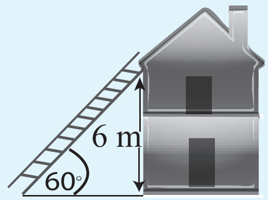
(g)



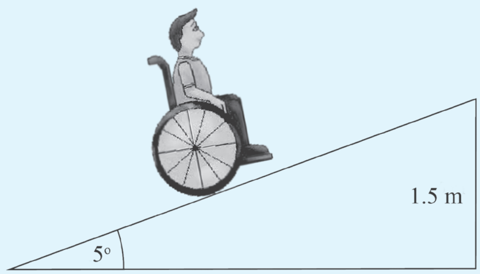
2. රොකට්ටුවක් ආරම්භයේ දී 700 m සිරස්ව ඉහළ පවතින අවස්ථාවක නිරීක්ෂකයෙකු එහි ආරම්භක ස්ථානයේ සිට තිරස්ව 400 mක දුරක සිට රොකට්ටුව නරඹයි. එම අවස්ථාවේ දී රොකට්ටුව තිරස සමග සාදන ආරෝහණ කෝණය පරිමාණ රූපයක් ඇසුරෙන් සොයන්න.



3. බිත්තියකට හේත්තු කරන ලද ඉණිමගක රූප සටහනක් මෙහි දැක්වේ. එහි සටහන් කර ඇති දත්ත අනුව සුදුසු පරිමාණ රූපයක් ඇඳ,
(i) ඉණිමගේ දිග සොයන්න.
(ii) ඉණිමග පාමුල සිට බිත්තියේ පාමුලට ඇති දුර සොයන්න.



4. අලුතින් ඉදිකරන ලද ගොඩනැගිල්ලක, රෝද පුටු පැදගෙන යාම සඳහා නිර්මාණය කරන ලද වේදිකාවක රූප සටහනක් පහත දැක්වේ. එහි දී ඇති දත්ත අනුව සුදුසු පරිමාණ රූපයක් ඇඳ එම වේදිකාවේ දිග සොයන්න.

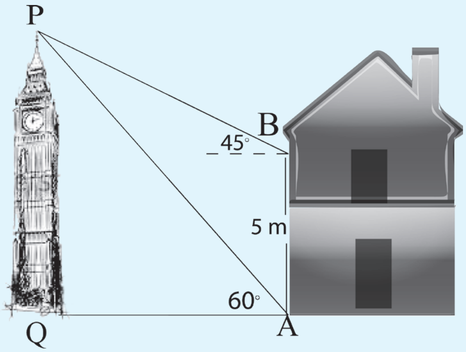


5. චානුකට තම පාසල් වත්තේ ළඟා විය නොහැකි ස්ථානයක පිහිටි අඹ ගසක උස සෙවීමට ගණිත විෂය භාර වීරසේකර ගුරු මහතා පැවසීය. ඔහු විසින් සාදාගත් ආනතිමානය යොදා ගෙන A නමැති ස්ථානයක සිට ගසේ මුදුන වූ P ලක්ෂ්‍යයට ඇති ආරෝහණ කෝණය 30° ලෙසත් A සිට මීටර 10ක් ගස දෙසට ගිය විට එහි වූ B නැමති ස්ථානයේ සිට ගසේ මුදුනේ වූ P ලක්ෂ්‍යයේ ඇති ආරෝහණ කෝණය 40° ලෙසත් මිනුම් ලබා ගත්තේ ය. A, B ලක්ෂ්‍ය හා අඹ ගස එකම සිරස් තලයක පිහිටන ලෙස සලකා චානුක ලබා ගත් මිනුම් ඇසුරින් පරිමාණ රූපයක් ඇඳ අඹ ගසේ උස සොයන්න. (චානුකගේ උස නොසලකා හරින්න.)

6. පීරිස් මහතාට නිවසේ උඩු මහලේ සිට ගෙවත්තේ පිහිටි සිරස් පොල් ගසක මුදුන 40°ක ආරෝහණ කෝණයකින් පෙනේ. පොල් ගස නිවසේ සිට 6ක දුරින් පිහිටයි නම් ඔහුට උඩු මහලේ සිට පොල් කැඩීමට අවශ්‍ය කෙක්කේ අවම දිග මීටර කීයද?(පීරිස් මහතාගේ උස නොසලකා හරින්න.)

7. නිදහස් දින ජාතික ධජය එසවීම සඳහා කටයුතු සූදානම් කිරීමට ශිෂ්‍ය නායක වන සිතිරට පැවරී තිබුණි. ඒ සඳහා කොඩි කණුවේ උස සෙවීමට ඔහුට අවශ්‍ය විය. ඔහු කොඩි කණුවේ සිට 10 mක් දුරින් පිහිටි ගොඩනැගිල්ලේ දෙවන මහලේ සිට ආනතිමානය භාවිතයෙන් මිනුම් ලබා ගත්තේ ය. එවිට කොඩි කණුවේ මුදුනෙහි අවරෝහණ කෝණය 20° ලෙස ද පාමුල දෙස බලන විට අවරෝහණ කෝණය 50° ලෙස ද ලැබිණි. මෙම මිනුම් ඇසුරින් පරිමාණ රූපය ඇඳීමෙන් කොඩි කණුවේ උස ආසන්න මීටරයට සොයන්න.

8. තිරස් බිමක පිහිටි ඔරලෝසු කණුවක P මුදුන, A ලක්ෂ්‍යයක සිටින නිරීක්ෂකයෙකුට පෙනෙනුයේ 60°ක ආරෝහණ කෝණයකිනි. A ලක්ෂ්‍යයට 5 mක් සිරස් ලෙස ඉහළින් පිහිටි ගොඩනැගිල්ලක B ලක්ෂ්‍යයකදී P හි ආරෝහණ කෝණය 45°ක් වෙයි. සුදුසු පරිමාණ රූපයක් ඇඳ ඔරලෝසු කණුවේ පාමුල Q සිට A ලක්ෂ්‍යයට ඇති දුර හා ඔරලෝසු කණුවේ උස සොයන්න.



9. සීනු කණුවකට 3 mක් ඈතින් සිටගත් නිරීක්ෂකයෙකුට සීනු කණුවේ මුදුනෙහි ආරෝහණ කෝණය 60°කින් ද, සීනු කණුවේ පාමුලෙහි අවරෝහණ කෝණය 25°කින් ද නිරීක්ෂණය විය. සුදුසු පරිමාණ රූපයක් ඇඳ සීනු කණුවේ උස සහ නිරීක්ෂකයාගේ උස සොයන්න.

ලඝුගණක
மடக்கைகள்
LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ලඝුගණක

மடக்கைகள்

LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences 1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

අ

අනුක්‍රමණය	படித்திறன்	Gradiant
අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි	புறநீங்கலான நிகழ்ச்சிகள்	Mutually exclusive events
අපගමනය	விலகல்	Deviation
අර්ධ වෘත්තය	அரைவட்டம்	Semicircle
අර්ධ වෘත්තයේ කෝණ	அரைவட்டமொன்றில் அமையும் கோணங்களை	Angles in a semicircle
අවයව	மூலகங்கள்	Elements
අවරෝහණ කෝණය	இறக்கக்கோணம்	Angle of depression
අසමානතා	சமனிலிகள்	Inequalities
අහඹු සිදුවීම්	எழுமாற்று நிகழ்ச்சிகள்	Random events
ආදේශ කිරීම	பௌதீக நிகழ்வு	Substitution
ආනති මානය	கோணமானி	Clynometer
ආරෝහණ කෝණය	ஏற்றக்கோணம்	Angle of elevation

උ

උක්තය	எழுவாய	Subject
උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය	எடுகொண்ட இடையைப்	Assumed Mean
උපකුලකය	தொடைப்பிரிவு	Sub Set
උපරිම/අවම අගය	உயர்இழிவுப் பெறுமானம்	Maximum/minimum value

එ

එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ	ஒரேதுண்டக் கோணங்கள்	Angles in the same segment
ඒකාකාර හරස්කඩ	சீரான குறுக்குவெட்டு	Uniform Cross Section

ක

කාලය	நேரம்	Time
කුලක අංකනය	தொடைக் குறிப்பீடு	Set Notation
කුලකයක අවයව සංඛ්‍යාව	மூலகங்களின் எண்ணிக்கை	Number of elements
කුලක කර්ම	தொடைச் செய்கைகள்	Set Operations
කුලක ජනන ස්වරූපය	தொடைப்பிறப்பாக்கி வடிவம்	Set Builder Form
කුලකය	தொடை	Set
කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කරන කෝණය	வட்டமொன்றின் மையத்தில் அமையும் கோணங்களை	Angle subtended at the centre
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	ஆரைச்சிறை	Sector
කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම්	ஆநயளரசநள ழக	Central Tendency
කෝණය	மையம்	Angle
ඛණ්ඩාංක	ஆள்கூறுகள்	Coordinates

ච

චතුරස්‍රය	நாற்பக்கல்	Quadrilateral
චාපය	வில்	Arc
ඡේදනය	இடைவெட்டு	Intersection
ජ්‍යාය	நாண்	Chord

ත

තිරස් තලය	கிடை தளம	Horizontal plane
ත්‍රපීසියම	அரியம்	Trapesium
ත්‍රිකෝණාකාර	முக்கோணமான	Triangular
ත්‍රිකෝණය	முக்கோணி	Triangle

ද

දර්ශක	சுட்டிகள்	Indices
දර්ශකය	சுட்டி	Index
දශමාංශය	தசமக்கூட்டு	Mantissa
දුර	தூரம்	Distance
දුර කාල ප්‍රස්තාර	தூரநேர வரைபு	Distance-Time Graph
දෘෂ්ටි රේඛාව	பார்வைக்கோடு	Line of vision

න

නියැදි අවකාශය	மாறிவெளி	Sample space

ප

පථය	ஒழுக்கு	Locus
පරායත්ත සිද්ධි	சார்ந்த நிகழ்ச்சிகள்	Dependant events
පරිමාණ රූප	அளவிடை வரைபு	Scale drawings
පරිමාව	கனவளவு	Volume
පරිමිත කුලකය	முடிவுள்ள தொடை	Finite set
පාදය	அடி	Base
පූර්ණාංශය	முழு எண் பெறுமானம்	Characteristic
පොදු අන්තරය	பொதுவித்தியாசம்	Common difference
ප්‍රතිලඝුගණකය	முரன்மடக்கை	Anti Logarithm
ප්‍රමේයය	தேற்றம்	Theorem
ප්‍රස්තාරය	வரைபு	Graph
ප්‍රාන්තරය	ஆயிடை	Interval
ප්‍රිස්මය	அரியம்	Prism

බ

බද්ධ පාද	அடுத்துள்ள பக்கங்கள	Adjacent sides
බලය	வலு	Power

ම

මධ්‍ය අගය	நடுப்பெறுமானம்	Mid Value
මධ්‍යන්‍ය අන්තරය	இடை வித்தியாசம்	Mean Difference
මධ්‍යන්‍යය	இடையைப்	Mean
මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය	நடுப்புள்ளி	Mid point

ර

රාශිය	கணியம	Scaler
රුක් සටහන	மரவரிப்படம்	Tree diagram

ල

ලක්ෂ්‍යය	மையம்	Point
ලඝුගණක	மடக்கை	Logarithms
ලඝුගණක වගුව	மடக்கை அட்டவணை	Table of Logarithms
ලම්බ උස	செங்குத்துயரம்	Perpendicular height

ව

වර්ගජ ශ්‍රිත	இருபடிச்சார்பு	Quadratic function
වර්ගඵලය	பரப்பளவு	Area
වර්ගමූලය	வர்க்கமூலம்	Square root
වර්ගායිතය	வர்க்கம்	Square
විද්‍යාත්මක අංකනය	விஞ்ஞான முறைக் குறிப்பீடு	Scientific Notation
වියුක්ත කුලකය	மூட்டற்ற தொடை	Disjiont set
විලෝමය	மறுதலை	Converse
විවික්ත දත්ත	பின்னகமாறி	Discreate Data
විෂ්කම්භය	விட்டம்	Diameter
විසඳුම්	தீர்வுகள்	Solutions
විසඳුම් කුලකය	தீர்வுத் தொடைகள்	Set of Solutions
වීජීය අසමානතා	அட்சரகணிதச் சமனிலிகள்	Algebraic inequalities
වෘත්ත ඛණ්ඩය	துண்டம்	Segment
වෘත්තයක කෝණ	வட்டமொன்றில் உள்ள கோணங்கள்	Angles in a circle
වෘත්තය මත ආපාතනය කරන කෝණය	வட்டமொன்றில் அமையும் கோணங்கள	Angle subtended on the circle
වෘත්තාකාර	வட்டமான	Circular
වෙන් රූපය	வெண்வரிப்படம்	Venn Diagram
වේගය	கதி	Speed

ශ

ශීඝ්‍රතාව	வீதம்	Rate

ස

සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක අනුයාත පද	ஓர் எண்தொடரில	Consequent terms of number sequence
සංඛ්‍යා අනුක්‍රම	எண் தொடர்	Number Sequence
සංඛ්‍යා රේඛාව	எண்கோடு	Number line
සංයුක්ත සිද්ධි	கூட்டு நிகழ்ச்சிகள்	Compound events
සන්තතික දත්ත	தொடர்மாறி	Continuous Data
සමපාද	சமபக்க	Equi lateral
සමමිති අක්ෂය	சமசீர் அச்சு	Axis of Symmetry
සමසේ භව්‍ය	சம நேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள	Equally likely
සමාන්තර රේඛා	சமாந்தரக் கோடுகள்	Parallel lines
සමාන්තර ශ්‍රේඪී	கூட்டல் விருத்தி	Arithmatic Progression
සමාන්තරාස්‍රය	இணைகரம்	Parallelogram
සමූහිත දත්ත	கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகள்	Grouped Data
සම්භාවිතාව	நிகழ்தகவு	Probability
සරල රේඛාව	நேர்கோடு	Straight Line
සරල සිද්ධි	எளிய நிகழ்ச்சிகள்	Simple events
සසම්භාවී පරීක්ෂණ	எழுமாற்று பரிசோதனைகள்	Random experiments
සාධනය	நிறுவல்	Proof
සිද්ධි	நிகழ்ச்சிகள்	Events
සිලින්ඩරය	உருளை	Cylinder
සිරස් තලය	நிலைகுத்து தளம்	Vertical plane
සූත්‍රය	சூத்திரம்	Formula
ස්වායත්ත සිද්ධි	சாரா நிகழ்ச்சிகள்	Independent events

හ

හැරුම් ලක්ෂ්‍යය	திரும்பற்புள்ளி	Turning point
n වන පදය	ஆம் உறுப்பு	n^{th} term

පාඩම් අනුක්‍රමය

පෙළපොතේ පරිච්ඡේදය	ගුරුමාර්ගෝපදේශයේ පාඩම් අංකය	කාලච්ඡේද ගණන
1 වාරය		
1. පරිමිතිය	1	4
2. වර්ගමූලය	2	4
3. භාග	3	4
4. ද්විපද ප්‍රකාශන	4	4
5. ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය	5	5
6. වර්ගඵලය	6	4
7. වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක	7	4
8. ත්‍රිකෝණ I	8	} 10
9. ත්‍රිකෝණ II	8	
10. ප්‍රතිලෝම සමානුපාත	9	5
11. දත්ත නිරූපණය	10	3
12. වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය	11	4
2 වාරය		
13. වීජීය භාග	12	4
14. ප්‍රතිශත	13	7
15. සමීකරණ	14	8
16. සමාන්තරාස්‍ර I	15	7
17. සමාන්තරාස්‍ර II	16	9
18. කුලක	17	8
19. ලඝුගණක I	18	5
20. ලඝුගණක II	19	5
21. ප්‍රස්තාර	20	9
22. ශීඝ්‍රතාව	21	5
23. සූත්‍ර	22	3
3 වාරය		
24. සමාන්තර ශ්‍රේඪී	23	7
25. වීජීය අසමානතා	24	6
26. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති	25	10
27. වෘත්තයක ජ්‍යා	26	6
28. නිර්මාණ	27	10
29. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව	28	9
30. සම්භාවිතාව	29	8
31. වෘත්තයක කෝණ	30	8
32. පරිමාණ රූප	31	5